К РАСЧЕТУ НЕОТРАЖАЮЩИХ ИСКУССТВЕННЫХ НЕОДНОРОДНЫХ ПОКРЫТИЙ

Н. А. Хижняк, Б. В. Дзюндзюк, Е. А. Литвиненко

Харьков

Неотражающими будем называть покрытия, поглощающие электромагнитную волну, падающую на поверхность покрытия с произвольной поляризацией и произвольным углом падения. Такие покрытия представляют большой практический интерес и в настоящее время интенсивно разрабатываются [1]. В данной работе исследуется возможность создания неотражающих искусственно неоднородных покрытий.

По определению, неотражающие покрытия должны противопоставляться идеально отражающим. В случае идеально отражающих покрытий на их поверхности обращается в нуль тангенциальная составляющая электрического поля $\left[\vec{n}\vec{E}\right] = 0$, где $\vec{n}$ — вектор нормали к поверхности. Однако в случае идеально неотражающих покрытий нельзя сформулировать столь универсальное граничное условие, и поэтому сама математическая формулировка задачи остается несколько неопределенной. Ясно лишь, что любая резкая граница раздела двух сред будет порождать отраженную волну. Поэтому рассмотрим отражение электромагнитных волн от неоднородного диэлектрического слоя с переменным значением диэлектрической проницаемости.

Пусть из полупространства $x < 0$ падает произвольно поляризованная электромагнитная волна. Плоскость $x = 0$ является границей покрытия и при $x > 0$ свойства этого покрытия изменяются непрерывно, т. е. $\varepsilon = \varepsilon(x)$ и $\sigma = \sigma(x)$, где ε и σ — диэлектрическая проницаемость и проводимость среды.

Поля удобно представить с помощью векторного потенциала $\vec{A} = (A_x,\ A_y,\ A_z)$. Тогда

$$\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi - i\,\frac{\omega}{c}\,\vec{A}.$$

Воспользовавшись условием нормировки Лоренца, найдем скалярный потенциал в виде

$$\varphi = -\frac{c}{(i\omega\varepsilon - 4\pi\sigma)}\operatorname{div}\vec{A}$$

и поэтому окончательно выражение для полей есть

$$\vec{E} = -i\,\frac{\omega}{c}\left[\vec{A} + \operatorname{grad}\left(\frac{1}{k^2}\operatorname{div}\vec{A}\right)\right]; \tag{1}$$

$$\vec{H} = \operatorname{rot}\vec{A},$$

где

$$k^2 = -\frac{i\omega\,(i\omega\varepsilon - 4\pi\sigma)}{c^2}. \tag{2}$$

Заметим, что зависимость полей от времени предполагается в виде $e^{i\omega t}$, и временной множитель в дальнейшем опускается.

Уравнения для компонент векторного потенциала в неоднородной по x среде имеют вид

$$\begin{gathered}\nabla^2 A_x + k^2 A_x - \frac{1}{k^2}\frac{dk^2}{dx}\left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}\right) = 0;\\ \nabla^2 A_y + k^2 A_y = 0;\\ \nabla^2 A_z + k^2 A_z = 0.\end{gathered} \tag{3}$$

Все свойства неотражающего покрытия определяются в конечном итоге пространственной неоднородностью в направлении оси x. Поэтому, не нарушая общности, можно предположить следующую зависимость компонент потенциала от переменных y и z:

$$A_x,\ A_y,\ A_z \sim e^{-i(k_y y + k_z z)}, \tag{4}$$

а уравнения (3) преобразовать так:

$$\frac{d^2A_x}{dx^2}-\frac{1}{k^2}\frac{dk^2}{dx}\frac{dA_x}{dx}+\left(k^2-k_y^2-k_z^2\right)A_x=i\left(k_yA_y+k_zA_z\right)\frac{1}{k^2}\frac{dk^2}{dx}; \qquad (5)$$

$$\frac{d^2A_y}{dx^2}+\left(k^2-k_y^2-k_z^2\right)A_y=0; \qquad (6)$$

$$\frac{d^2A_z}{dx^2}+\left(k^2-k_y^2-k_z^2\right)A_z=0. \qquad (7)$$

Последние два уравнения представляют собой обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка с переменным волновым числом. Общее решение этих уравнений без конкретизации выражения

$$\Omega^2(x)=k^2(x)-k_y^2-k_z^2$$

может быть получено методом ВКБ [2], если удовлетворяются условия его применимости:

$$\left|\frac{d\Omega}{dx}\frac{1}{\Omega^2}\right|\ll 1. \qquad (8)$$

Тогда

$$A_{y,z}(x)=\frac{1}{\sqrt{\Omega(x)}}\left[Q_1^{(y,z)}e^{-i\int\limits_0^x\Omega(x)\,dx}+Q_2^{(y,z)}e^{i\int\limits_0^x\Omega(x)\,dx}\right]. \qquad (9)$$

Уравнение для компоненты потенциала A_x представляет собой неоднородное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка. Следует обратить внимание, что из-за неоднородности среды пространственная зависимость компонент потенциала A_y, A_z и A_x от переменной x в общем случае различна. Для построения общего решения неоднородного дифференциального уравнения необходимо найти решение соответствующего ему однородного уравнения

$$\frac{d^2A_x}{dx^2}-\frac{1}{k^2}\frac{dk^2}{dx}\frac{dA_x}{dx}+\left(k^2-k_y^2-k_z^2\right)A_x=0.$$

Полагая $A_x=k(x)V(x)$, преобразуем уравнение (5) к виду

$$V''+\left[\frac{k''(x)}{k(x)}-2\left[\frac{k'(x)}{k(x)}\right]^2+k^2-k_y^2-k_z^2\right]V=0. \qquad (10)$$

Дальнейшие преобразования выражения для компоненты векторного потенциала A_x возможны лишь при конкретных зависимостях $k(x)$. Для нахождения этой зависимости сделаем более определенной математическую формулировку задачи.

Согласно (9), компоненты векторного потенциала A_y, A_z представляет собой суперпозицию прямой и отраженной волн. Если обозначим через a толщину покрытия, то на полной глубине покрытия должны выполняться условия

$$\left[Q_1^{(y,z)}e^{-i\int\limits_0^a\Omega(x)\,dx}+Q_2^{(y,z)}e^{i\int\limits_0^a\Omega(x)\,dx}\right]=0,$$

откуда

$$Q_2^{(y,\,z)} = Q_1^{(y,\,z)} e^{-2i\int\limits_0^a \Omega(x)\,dx}. \qquad (11)$$

Если покрытие содержит поглощающие добавки, можно добиться выполнения условия

$$\left| e^{-2i\int\limits_0^a \Omega(x)\,dx} \right| \ll 1. \qquad (12)$$

Таким образом, плавное увеличение реальной части диэлектрической проницаемости приводит к проникновению высокочастотного поля в покрытие без отражения от границы раздела при $x=0$, а наличие поглощающего элемента в покрытии — к затуханию поля и существенному уменьшению отражения от границы раздела при $x=a$. При этом закон изменения величины $k(x)$ подчиняется лишь общим требованиям (8).

Значительно сложнее сформулировать требования для компоненты потенциала A_x. Согласно (5), общее решение этого уравнения состоит в общем решении соответствующего однородного уравнения (10) и частном решении неоднородного уравнения, которое выражается через уже известные потенциалы A_y и A_z. Так как потенциалы A_y, A_z определяют волну (9), согласно (12), характеризуемую малым отражением, то и частное решение неоднородного уравнения (5) определяет волну с малым отражением. Однако решение однородного уравнения, содержащее произвольные постоянные, будет определять дополнительную отраженную волну.

Для дальнейших вычислений конкретизируем характер неоднородности диэлектрика в слое. Потребуем, чтобы $\varepsilon(x)$ и $\sigma(x)$ были функциями, удовлетворяющими уравнению

$$\frac{k''(x)}{k(x)} - 2\left[\frac{k'(x)}{k(x)}\right]^2 + k^2(x) - k_y^2 - k_z^2 = p_0^2, \qquad (13)$$

где p_0 — некоторая константа. Тогда

$$V(x) = C_{01}\sin p_0 x + C_{02}\cos p_0 x.$$

Следовательно, общее решение уравнения (5) можно представить в виде

$$A_x(x) = k(x)\,[C_{01}\sin p_0 x + C_{02}\cos p_0 x] + i\,\frac{k(x)}{k(0)}\int\limits_0^x (k_y A_y + k_z A_z) \times$$
$$\times \frac{1}{k^3(\xi)}\,\frac{dk^2}{d\xi}\sin p_0(x-\xi)\,d\xi.$$

Постоянные C_{01}, C_{02} определяются начальными условиями на границе раздела $x=0$:

$$A_x(0) = C_{02}k(0);$$
$$A_x'(0) = k'(0)\,C_{02} + K(0)\,C_{01}. \qquad (14)$$

Из общего выражения для полей (1) видно, что непрерывность полей при $x = 0$ полностью обеспечивается непрерывностью потенциала A_x и производную можно положить равной нулю. Следовательно,

$$A_x(x) = A_x(0)\frac{k(x)}{k(0)}\cos p_0 x +$$

$$+ i\frac{k(x)}{k(0)}\int_0^x (k_y A_y + k_z A_z)\frac{1}{k^3(\xi)}\frac{dk^2}{d\xi}\sin p_0(x-\xi)\,d\xi. \qquad (15)$$

Первое слагаемое может формировать отраженную волну.

Потребуем, чтобы на глубине слоя $x = a$ выполнялось условие $\cos p_0 a = 0$, т. е.

$$p_0 = \frac{(2n+1)}{2a}\pi. \qquad (16)$$

Уравнение (13) совместно с соотношением (16) и начальными условиями $k(0) = \frac{\omega}{c}$ и $k'(0) = 0$ определяет свойства переходного слоя толщиной a, обеспечивающего уровень отраженной волны порядка (11) независимо от угла падения волны и ее начальной поляризации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. Г. Степанов. Противорадиолокационная маскировка. Изд-во «Советское радио», 1968.

2. Б. З. Каценеленбаум. Сверхвысокочастотная электродинамика. Изд-во «Наука», 1966.