

К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ МОЩНОСТИ ВЫСШИХ ТИПОВ ВОЛН ПО МАКСИМАЛЬНЫМ АМПЛИТУДАМ КОМПОНЕНТ ПОЛЯ

В. Б. Белявцев, Л. Е. Малышенко, В. С. Жилков

Х а р ь к о в

Актуальной задачей измерительной техники СВЧ является определение мощности типов колебаний, чистоты типа волны и коэффициентов преобразования на выходе возбудителей, скруток, изгибов, фильтров и других элементов волноводного тракта. Одним из способов измерения мощности высших типов волн является метод зондирования СВЧ поля набором неподвижных [1] или подвижных [2] зондов, встроенных по периметру в нескольких сечениях волновода. Сущность указанного метода заключается в измерении амплитуд и фаз многоволнового поля у стенок линии передачи и последующей обработке результатов эксперимента численным Фурье-анализом. При этом существуют ограничения относительно электрических длин между сечениями зондирования [2] и вследствие измерения фазы трудоемок процесс получения экспериментальных данных.

Данная работа посвящена частным случаям определения максимальных амплитуд типов колебаний при исследовании распределения поля вдоль диагонали и осей поперечного сечения согласованного волноводного тракта.

Фурье-анализ при исследовании структуры поля вдоль осей поперечного сечения волновода

Рассмотрим отрезок прямоугольного волновода, в поперечном сечении которого помещен датчик электромагнитного поля, дискретно перемещаемый параллельно широкой стенке вдоль оси $y' = \frac{b}{k}$ ($k = 2, 3, 4 \dots$) (рис., позиция a). Предположим, что датчик реагирует на обе поперечные составляющие СВЧ поля и при этом с помощью вспомогательного устройства возможна селекция компонент E_x, E_y .

В точке, где расположен датчик, компоненты суммарного многоволнового поля запишутся в виде

$$E_x(x) = \sum_m \sum_n E_{mn_x} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y'\right);$$

$$E_y(x) = \sum_m \sum_n E_{mn_y} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y'\right),$$

где E_{mn} — комплексная амплитуда типа колебаний с индексами m, n .

Разделим действительную и мнимую части:

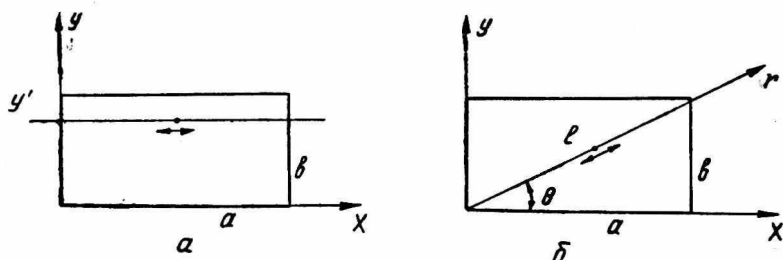
$$R_x(x) = \sum_m \sum_n R_{mnx} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y'\right);$$

$$I_x(x) = \sum_m \sum_n I_{mnx} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y'\right);$$

$$R_y(x) = \sum_m \sum_n R_{mny} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y'\right);$$

$$I_y(x) = \sum_m \sum_n I_{mny} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y'\right).$$

Здесь R_{mn} , I_{mn} — действительная и мнимая части максимальной амплитуды соответствующего типа волны.



Система координат и оси перемещения датчика СВЧ поля:

a — при исследовании структуры поля вдоль оси, параллельной широкой стенке;
 b — при перемещении датчика по диагонали поперечного сечения волновода.

Рассмотрим селекцию E_y -компоненты, т. е. определим R_{mny} , I_{mny} . Перепишем $R_y(x)$ следующим образом:

$$R_y(x) = \sum_m \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sum_n R_{mny} \cos\left(\frac{n\pi}{b} y'\right).$$

Обозначим

$$A_m = \sum_n R_{mny} \cos\left(\frac{n\pi}{b} y'\right),$$

тогда

$$R_y(x) = \sum_m A_m \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right).$$

По формулам Бесселя приближенного анализа Фурье определяем численные коэффициенты

$$A_m = \frac{2}{p} \sum_{i=1}^{p-1} R_y\left(\frac{ia}{p}\right) \sin\left(\frac{im\pi}{p}\right),$$

где p — число равных интервалов вдоль размера a .

Приравнивая выражения для A_m , получаем уравнение с n неизвестными:

$$\frac{2}{p} \sum_{i=1}^{p-1} R_y \left(\frac{ia}{p} \right) \sin \left(\frac{im\pi}{p} \right) = \sum_n R_{mn_y} \cos \left(\frac{n\pi}{k} \right).$$

Для однозначного определения величин R_{mn} необходимо провести $(n-1)$ аналогичных измерений. Рационально выполнить исследование СВЧ поля вдоль различных осей в одном поперечном сечении волновода. В этом случае получим m систем уравнений, каждая из которых содержит n неизвестных:

$$A_m(k_1) = \sum_n R_{mn_y} \cos \left(\frac{n\pi}{k_1} \right),$$

$$A_m(k_2) = \sum_n R_{mn_y} \cos \left(\frac{n\pi}{k_2} \right),$$

.....

$$A_m(k_n) = \sum_n R_{mn_y} \cos \left(\frac{n\pi}{k_n} \right).$$

Аналогичные системы уравнений составляются при определении мнимых частей I_{mn} , после чего вычисляются максимальные амплитуды соответствующих типов волн:

$$|E_{mn_y}|^2 = |R_{mn_y}|^2 + |I_{mn_y}|^2.$$

Таким образом, для нахождения максимальных амплитуд типов колебаний при исследовании распределения поля в поперечном сечении волновода вдали от его границ необходимо измерить амплитуды и фазы поля в $p-1 = m_{\max}$ точках вдоль n_{\max} осей y' . Математический аппарат обработки экспериментальных данных по-прежнему трудоемок и при большом количестве высших типов волн требует расчета на ЭВМ. Однако при составлении систем уравнений не накладываются ограничения на электрические длины между сечениями, в которых проводятся измерения [2].

В случае возбуждения в волноводном тракте вырожденных типов колебаний необходимо выполнить селекцию компоненты E_x и разделить волны H_{mn} и E_{mn} аналогично [2].

Второй вариант определения амплитуд R_{mn_y} основан на расчете коэффициентов A_m при помощи численного анализа Фурье относительно второй вариации поля (индекса n).

Для фиксированной оси $y = \frac{b}{k}$ имеем

$$A_m(y) = \sum_n R_{mn_y} \cos \left(\frac{n\pi}{b} y \right),$$

$$A_m(y) = \frac{2}{p} \sum_{i=1}^{p-1} R_y \left(\frac{ia}{p}, y \right) \sin \frac{im\pi}{p},$$

т. е.

$$R_{mn_y} = \frac{2}{k} \sum_{j=1}^{k-1} A_m \left(\frac{jb}{k} \right) \cos \frac{in\pi}{k}.$$

Тогда

$$R_{mn_y} = \frac{2}{k} \sum_{j=1}^{k-1} \left[\frac{2}{p} \sum_{i=1}^{p-1} R_y \left(\frac{ia}{p}, \frac{jb}{k} \right) \sin \frac{im\pi}{p} \right] \cos \frac{jn\pi}{k}.$$

Аналогично

$$I_{mn_y} = \frac{2}{k} \sum_{j=1}^{k-1} \left[\frac{2}{p} \sum_{i=1}^{p-1} I_y \left(\frac{ia}{p}, \frac{jb}{k} \right) \sin \frac{im\pi}{p} \right] \cos \frac{jn\pi}{k}.$$

Конечные результаты указывают на значительное облегчение обработки экспериментальных данных при определении максимальных амплитуд типов колебаний с математической точки зрения и во времени. Измеряя $|E_x|$, $|E_y|$ и ψ можно вполне однозначно рассчитать максимальную амплитуду, а следовательно, и мощность типа волны. При этом достаточно выполнить измерения в одном сечении волновода.

Расчет максимальных амплитуд при перемещении датчика вдоль диагонали поперечного сечения волновода

В предыдущем разделе рассмотрены особенности определения максимальных амплитуд основного и высших типов колебаний при исследовании структуры поля вдоль осей поперечного сечения волноводного тракта. Показано, что измерение амплитуд и фаз СВЧ поля в нескольких сечениях можно заменить аналогичными измерениями вдоль параллельных осей в одном поперечном сечении волновода, при этом упрощается математический аппарат обработки экспериментальных данных.

Вторая часть работы посвящена определению максимальных амплитуд типов волн при дискретном перемещении датчика СВЧ поля вдоль диагонали поперечного сечения линии передачи.

Система координат изображена на рис., позиция б. По-прежнему предполагаем, что датчик реагирует на обе поперечные составляющие поля

$$E_x \sim \cos \left(\frac{m\pi}{a} x \right) \sin \left(\frac{n\pi}{b} y \right),$$

$$E_y \sim \sin \left(\frac{m\pi}{a} x \right) \cos \left(\frac{n\pi}{b} y \right)$$

(выходной сигнал пропорционален сумме компонент E_x и E_y).

Целесообразно поперечные компоненты многоволнового поля выразить через полярные координаты r , θ :

$$E_x(r) = \sum_m \sum_a E_{mn_x} \cos \left(\frac{m\pi}{l} r \right) \sin \left(\frac{n\pi}{l} r \right);$$

$$E_y(r) = \sum_m \sum_n E_{mn_y} \sin\left(\frac{m\pi}{l} r\right) \cos\left(\frac{n\pi}{l} r\right),$$

где угол θ и диагональ l строго определены размером волновода:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{b}{a};$$

$$l = \frac{a}{\cos \theta} = \frac{b}{\sin \theta};$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Действительную часть комплексного поля, измеренного в точке r , представим в виде

$$\begin{aligned} R(r) &= \sum_{m,n} \left(R_{mn_x}^H \cos \frac{m\pi}{l} r \sin \frac{n\pi}{l} r + R_{mn_y}^H \sin \frac{m\pi}{l} r \cos \frac{n\pi}{l} r \right) + \\ &+ \left(R_{mn_x}^E \cos \frac{m\pi}{l} r \sin \frac{n\pi}{l} r + R_{mn_y}^E \sin \frac{m\pi}{l} r \cos \frac{n\pi}{l} r \right) = \\ &= \sum_{m,n} A_{mn_y}^H R_{mn_y}^H + A_{mn_y}^E R_{mn_y}^E. \end{aligned}$$

Здесь

$R_{mn_x}^{H,E}$ — действительная часть максимальной амплитуды соответствующей компоненты H - или E -волны;

$$A_{mn_y}^H(r) = \sin \frac{m\pi}{l} r \cos \frac{n\pi}{l} r - q \cos \frac{m\pi}{l} r \sin \frac{n\pi}{l} r;$$

$$A_{mn_y}^E(r) = \sin \frac{m\pi}{l} r \cos \frac{n\pi}{l} r + \frac{1}{q} \cos \frac{m\pi}{l} r \sin \frac{n\pi}{l} r;$$

$$q = \frac{na}{mb}.$$

Аналогичное выражение получаем для мнимых частей:

$$I(r) = \sum_{m,n} A_{mn_y}^H I_{mn_y}^H + A_{mn_y}^E I_{mn_y}^E.$$

Тогда

$$\begin{aligned} |E(r)|^2 &= R(r)^2 + I(r)^2 = \\ &= \sum_{m,n} A_{mn_y}^{H^2}(r) |E_{mn_y}^H|^2 + A_{mn_y}^{E^2}(r) |E_{mn_y}^E|^2 + 2 \sum_{i,j} A_i(r) A_j(r) Z_{ij}, \end{aligned}$$

где $i = 1, 2, 3 \dots (N-1)$;

$j = 2, 3 \dots N$;

N — число типов волн, распространяющихся по волноводу;

$$Z_{ij} = R_i R_j + I_i I_j.$$

В левой части уравнения стоит измеренная величина амплитуды суммарного многоволнового поля, правая часть содержит $k = N + \frac{N(N-1)}{2}$ неизвестных, подлежащих определению: N мак-

симальных амплитуд типов волн и $\frac{N(N-1)}{2}$ вспомогательных параметров Z_{ij} . Амплитуды волн, в которых отсутствует компонента E_y , выражаются через E_x . В этом случае

$$A_{0n_x}^H = A_{0n_x}^E = \sin \frac{n\pi}{l} r.$$

Для вычисления максимальных амплитуд, а следовательно, и мощности типов колебаний, необходимо выполнить измерения в $k+1$ точках вдоль диагонали поперечного сечения волновода, что приводит к громоздкой системе уравнений, решение которой требует расчета ЭВМ. Однако при решении системы получим непосредственно амплитуды типов волн, причем с разделением вырожденных колебаний. При этом отсутствует необходимость измерения фазы многоволнового поля, а измерения $|E(r)|$ достаточно выполнить в одном сечении волновода, т. е. значительно уменьшается время получения экспериментальных данных и облегчается процесс измерения.

Вопрос о выборе датчика СВЧ поля и экспериментальной проверке предложенных методов расчета максимальных амплитуд типов волн является самостоятельной работой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Price V. G. Measurement of Harmonic Power Generated by Microwave Transmitters. IRE Trans., MTT-7, January, 1959.
2. M. P. Forrer, K. Tomiyasu. Determination of Higher Order Propagating Modes in Waveguide Systems J. appl. Phys., v. 29, № 7, July, 1958.