

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА, АНТЕННЫ И УСТРОЙСТВА МИКРОВОЛНОВОЙ ТЕХНИКИ

УДК 537.874.6

М. Е. КАЛИБЕРДА, С. А. ПОГАРСКИЙ, д-р физ.-мат. наук, А. В. ПОЗНЯКОВ

АНАЛИЗ ДЕФЕКТОВ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ РЕШЕТКИ В ВИДЕ ОТСУТСТВИЯ ОДИНОЧНОЙ ЛЕНТЫ

Введение

Периодические решетки имеют большое количество приложений в технике СВЧ и оптике [1 – 5]. Отдельно необходимо указать на ситуацию, когда в периодической структуре отсутствует один из элементов. Такая ситуация может оказаться достаточно распространенной при массовом производстве вследствие брака производства или при длительной эксплуатации. В этой ситуации необходимо понимание того, насколько сильно свойства такой структуры будут отличаться от идеальной, а также, допустимо ли использование этой «неидеальной» структуры без существенной потери свойств объекта в целом. Возможной областью использования решения задачи дифракции на периодических структурах с отсутствующими элементами является область неразрушающего контроля параметров вещества.

В работах [3, 5 – 7] различные ленточные решетки исследуются с использованием метода моментов в спектральной области. Спектральная функция представляется в виде функций Бесселя с соответствующим весом и неизвестными коэффициентами. В работах [8, 9] рассмотрены бесконечные и конечные периодические решетки. Решение получено методом задачи Римана – Гильберта.

В [10, 11] рассмотрены бесконечные и конечные ленточные решетки. Сингулярные интегральные уравнения относительно плотности тока на лентах после регуляризации сведены к уравнениям Фредгольма второго рода. В [12, 13] предлагается качественно иной подход, не связанный с регуляризацией уравнений и не зависящий от выбора базисных функций, как в методе моментов. Задача сводится к сингулярным или гиперсингулярным интегральным уравнениям. При дискретизации в качестве узлов интерполяции и точек коллокации выбираются нули полиномов Чебышева.

В данной работе при решении задачи используется подход, представленный в работе [14], основанный на методе сингулярных интегральных уравнений с последующим их численным решением методом дискретных особенностей [12, 13].

Цель работы – исследование рассеянного поля в ближней и дальней зоне бесконечной периодической решеткой в отсутствие одной ленты.

Постановка задачи

Рассмотрим бесконечную периодическую решетку, расположенную в плоскости $z = 0$, с отсутствующей одной лентой с номером “0”. Ширина каждой ленты равна $2d$, период решетки равен l . Отсутствующая лента с номером 0 располагается так, что ее центр совпадает с осью Ox . Геометрия структуры представлена на рис.1.

Предполагаем, что на решетку падает плоская H - поляризованная электромагнитная волна из области $z > 0$ под углом φ_0 к оси Oy

$$H_x^i(y, z) = \exp(ik(\zeta_0 y - \gamma_0 z)),$$

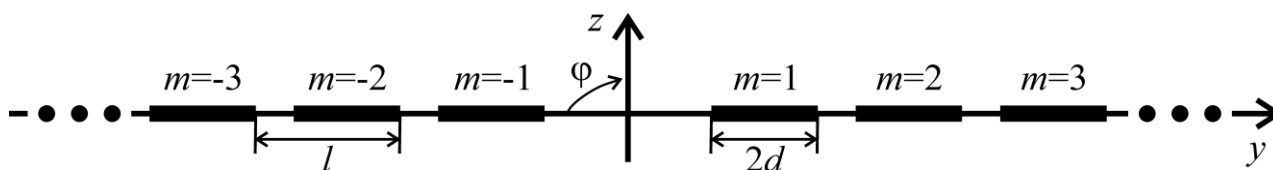


Рис. 1

где $\zeta_n = 2\pi n / (kl) + \sin \alpha$, $\gamma_n = \sqrt{1 - \zeta_n^2}$, $\operatorname{Re} \gamma_n \geq 0$, $\operatorname{Im} \gamma_n \geq 0$, $\alpha = \pi / 2 - \varphi_0$, $k = 2\pi / \lambda$ – волновое число.

Математическая модель

Рассеянное поле решеткой представим в виде суперпозиции поля токов на всех лентах бесконечной периодической решетки, за исключением одной ленты с номером “0”, и поля коррекции

$$H_x^r(y, z) = H_x^{r,\infty,0}(y, z) + H_x^{r,c}(y, z),$$

где

$$H_x^{r,\infty,0}(y, z) = \frac{i}{4} \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{\infty} \int_{-d}^d \mu_m^\infty(y'+lm) \frac{\partial}{\partial z'} H_0^{(1)}\left(k\sqrt{(y-y'-lm)^2 + (z-z')^2}\right) dy', \quad z'=0,$$

$$H_x^{r,c}(y, z) = \operatorname{sgn}(z) \int_{-\infty}^{\infty} c(\xi) \exp(ik(\xi y + \gamma(\xi) |z|)) d\xi,$$

$J_m^\infty(y'+lm)$ – с точностью до константы плотность тока на лентах бесконечной периодической решетки, текущего по ленте с номером m , $H_0^{(1)}(x)$ – функция Ханкеля первого рода, $y_m = y - ml$, $m = \pm 1, \pm 2, \dots$ – локальная координата, связанная с центром m -й ленты.

Спектральная функция поля коррекции может быть найдена из парных интегральных уравнений

$$\int_{-\infty}^{\infty} c(\xi) \exp(ik\xi y) d\xi = 0, \quad y \notin L,$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} c(\xi) \gamma(\xi) \exp(ik\xi y) d\xi = \frac{i}{k} \left(\frac{\partial}{\partial z} H_x^i(y, 0) + \frac{\partial}{\partial z} H_x^{r,\infty,0}(y, 0) \right) = g(y), \quad y \in L,$$

которые могут быть сведены к сингулярному интегральному уравнению с дополнительными условиями относительно производной плотности коррекции тока

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi} PV \int_L \frac{F(\xi)}{\xi - y} d\xi + \frac{1}{\pi} \int_L K(y, \xi) F(\xi) d\xi &= ik g(y), \\ \frac{1}{\pi} \int_{-d+lm}^{d+lm} F(\xi) d\xi &= 0, \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned}$$

Здесь $L = \bigcup_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{\infty} (-d + lm; d + lm)$ – множество всех лент. Ядро уравнения имеет вид

$$K(y, \xi) = k \int_0^{\infty} \frac{\sin(k\zeta(y - \xi))}{\zeta} (\zeta + i\gamma(\zeta)) d\zeta.$$

Спектральная функция связана с решением сингулярного интегрального уравнения соотношением

$$c(\xi) = \frac{1}{2\pi i \xi} \int_L F(y) (\exp(iky\xi) - 1) dy.$$

Правая часть уравнения, функция $g(y)$, зависит от поля бесконечной периодической решетки. Для ее определения представим рассеянное поле бесконечной периодической решетки в виде ряда Фурье

$$H_x^{r,\infty}(y, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp(ik(\zeta_n y + \gamma_n z)), \quad z > 0,$$

$$H_x^{t,\infty}(y,z) = H_x^i(y,z) - \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp(ik(\zeta_n y - \gamma_n z)), \quad z < 0.$$

Тогда

$$g(y) = \frac{1}{2} \int_{-d}^d \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp(ik\zeta_n y') \frac{H_1^{(1)}(k|y-y'|)}{|y-y'|} dy'.$$

Численные результаты

Предположим, что плоская волна падает нормально на решетку ($\varphi_0 = 90^\circ$). На рис.1 – 3 представлено распределение отраженного поля в области над решеткой при различных значениях волнового числа и расстояний до решетки. Ширина лент равна ширине щелей в периодической части структуры, $l/d = 4$. На рис. 1, а, рис. 2, а и рис. 3, а расстояние до решетки $z/l = 2$, что соответствует ближней зоне. На рис. 1, б, рис. 2, б и рис. 3, б – $z/l = 10$. В этом случае для вычислений использовалось асимптотическое представление типичного дифракционного интеграла. С увеличением z расстояния до решетки, вклад отсутствующей ленты в рассеянное поле уменьшается как $1/\sqrt{kz}$.

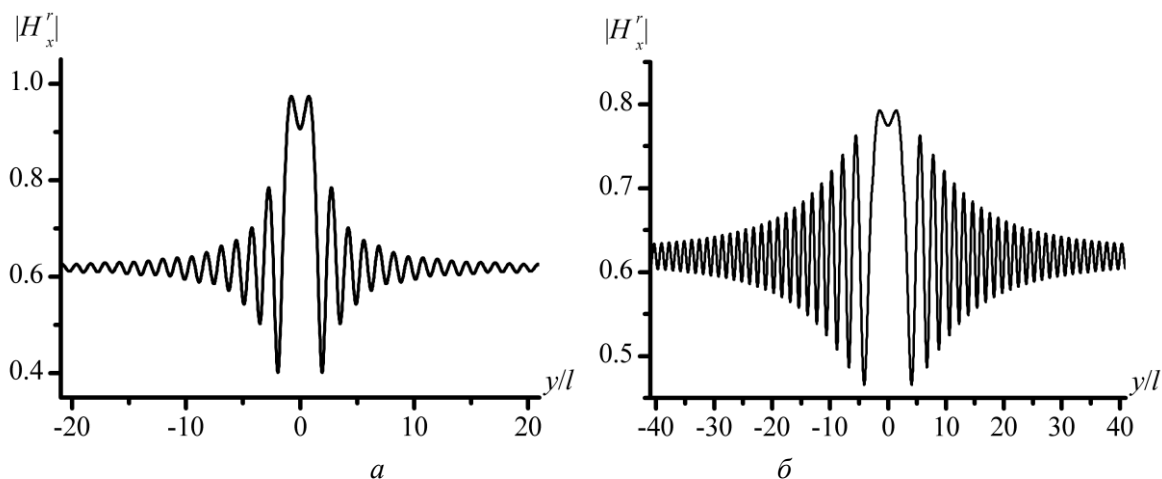


Рис. 2

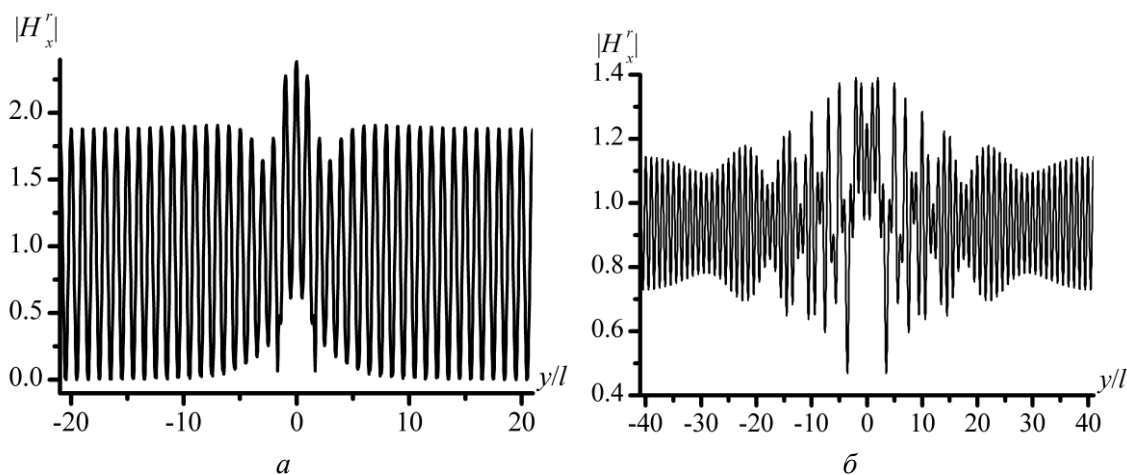


Рис. 3

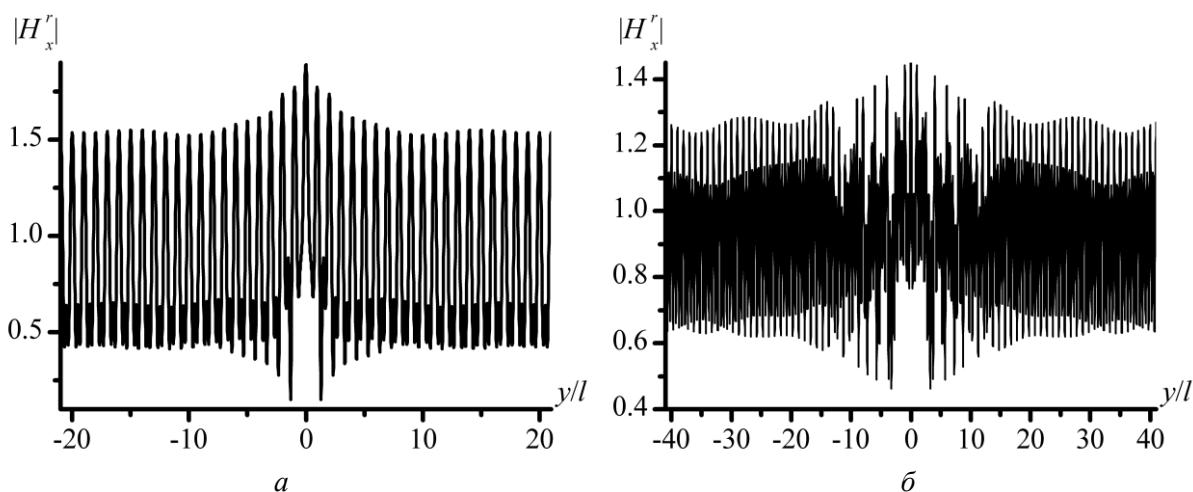


Рис. 4

В случае, представленном на рис. 1, значение волнового числа выбрано так, $kl = 5$, что только одна основная плоская волна распространяется. Наблюдается рост компоненты $|H_x^r(y, z)|$ вблизи отсутствующей ленты при $y = 0$. При увеличении y амплитуда поля стремится к амплитуде плоской волны, $|a_0| \approx 0.62$, причем зависимость $|H_x^r(y, z)|$ от y носит осциллирующий характер. Осцилляции возникают в результате суперпозиции в рассеянном поле плоской волны, соответствующей бесконечной части структуры и цилиндрических волн, возбужденных в результате отсутствия ленты. Случай, представленный на рис. 2, $kl = 2\pi$, соответствует критической частоте ± 1 -й гармонике Флоке. У ленточных решеток наблюдается наиболее сильное взаимодействие лент между собой вблизи данной частотной области. Амплитуда осцилляций поля вблизи отсутствующей ленты наиболее велика. В случае рис.3, $kl = 7$, так же, как и в предыдущих случаях, наблюдается максимум $|H_x^r(y, z)|$ вблизи отсутствующей ленты, однако он менее выражен. При увеличении y амплитуда $|H_x^r(y, z)|$ не стремится к некоторому конкретному значению, как в случае рис. 1, а носит осциллирующий характер с неубывающей амплитудой осцилляций. Это связано с тем, что в рассеянном поле наблюдается суперпозиция нескольких распространяющихся плоских волн.

Выводы

Исследовано отраженное поле H -поляризованной электромагнитной волны бесконечной периодической решеткой с отсутствующей одной лентой. Рассмотрены три случая соотношения волнового числа и периода решетки, когда только одна отраженная плоская волна распространяется, критический случай, при котором наблюдается возбуждение ± 1 -й гармоник Флоке и случай, при котором 0-я и ± 1 -я гармоника Флоке являются распространяющимися. Во всех трех случаях зависимость амплитуды отраженного поля от координаты y носит осциллирующий характер, а вблизи отсутствующей ленты наблюдается максимум поля. Однако во втором и третьем случаях амплитуда осцилляций не убывает. В первом же случае амплитуда отраженного поля стремится к амплитуде плоской волны. Таким образом, именно в первом случае наиболее четко видна аномалия рассеянного поля в области над отсутствующей лентой.

Список литературы: 1. Baldwin, G. L., Heins, A. E. On the diffraction of a plane wave by an infinite plane grating // Math Scand. – 1954. – Vol. 2. – P. 103-118. 2. Silberstein, E., Lalanne, P., Hugonin, J-P., Cao, Q. Use of grating theories in integrated optics // J Opt Soc Am A. – 2001. – Vol. 18. – No.11 P.2865-2875. 3. Литвиненко, Л. Н., Просвирнин, С.Л. Спектральные операторы рассеяния в задачах

дифракции волн на плоских экранах. – Киев : Наук. думка, 1984. – 240 с. 4. *Kaliberda, M.E., Lytvynenko, L.N., Pogarsky, S.A.* Diffraction of H-polarized electromagnetic waves by a multi-element planar semi-infinite grating // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2015. – Vol. 74. – no. 9. – P. 753-767. 5. *Lytvynenko, L.M., Kaliberda, M.E., Pogarsky, S.A.* Wave diffraction by semi-infinite venetian blind type grating // *IEEE Trans. Antennas Propag.* – 2013. – Vol. 61. – No. 12. – P. 6120-6127. 6. *Воробьев, С.Н., Литвиненко, Л.Н., Просвирнин, С.Л.* Дифракция электромагнитных волн на структуре из конечного числа неэквидистантно расположенных лент различной ширины. Сравнение спектрального и операторного методов // *Радиофизика и радиоастрономия*. – 1996. – Т. 1. № 1. – С. 110-118. 7. *Vorob'ev, S. N, Litvinenko, L. N, Prosvirnin, S. L.* Wave diffraction by a periodic structure consisting of inclined metal tapes // *USSR Computational Math and Math Phys*. – 1986. – Vol. 26. – P.159-166. 8. *Шестопалов, В. П., Литвиненко, Л. Н., Масалов, С. А., Сологуб, В. Г.* Дифракция волн на решетках. – Харьков : Изд-во ХГУ, 1973. – 287 с. 9. *Сологуб, В. Г.* Об одном методе исследования задачи дифракции на конечном числе лент, расположенных в одной плоскости // *Докл. АН УССР. Сер. А*. – 1975. – № 6. – С. 549-552. 10. *Matsushima, A., Itakura, T.* Singular integral equation approach to plane wave diffraction by an infinite strip grating at oblique incidence // *J. Electromagn. Waves. Applic.* – 1990. – Vol. 4. No. 6. – P.505-519. 11. *Matsushima, A., Nakamura, Y., Tomino, S.* Application of integral equation method to metal-plate lens structures // *Prog. Electromagn. Res.* – 2005. – Vol. 54. – P. 245-262. 12. *Гандель, Ю. В.* Парные и гиперсингулярные интегральные уравнения задач дифракции электромагнитных волн на плоских решетках и экранах // *Тр. XI междунар. симпозиума “Методы дискретных особенностей в задачах математической физики” (МДОЗМФ-2003)*. – 2003. – С. 53-58. 13. *Гандель, Ю. В.* Метод дискретных особенностей в задачах электродинамики // *Вопросы кибернетики*. – 1986. – Вып. 124. – С. 166-183. 14. *Kaliberda, M. E., Lytvynenko, L. M., Pogarsky, S. A.* Singular Integral Equations in Diffraction Problem by an Infinite Periodic Strip Grating with One Strip Removed // *J. Electromagn. Waves Appl.* 2016 (online). DOI: 10.1080/09205071.2016.1254071.

*Харьковский национальный
университет имени В.Н. Каразина*

Поступила в редколлегию 09.11.2016