УДК 621.391.1

И.Д. ГОРБЕНКО, д-р техн. наук, А.А. ЗАМУЛА, д-р техн. наук, А.Е. СЕМЕНКО, В.Л. МОРОЗОВ

МЕТОД КОМПЛЕКСНОГО УЛУЧШЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ОРТОГОНАЛЬНЫХ АНСАМБЛЕЙ НА ОСНОВЕ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ СИГНАЛОВ РАЗЛИЧНЫХ КЛАССОВ

Введение

Настоящую статью можно рассматривать как введение в теорию синтеза ортогональных дискретных сигналов по авто- и взаимнокорреляционным функциям, а также ансамблевым и структурным свойствам. Поскольку кодовое разделение основано на различии сигналов, то построение многопользовательских телекоммуникационных систем и показатели эффективности указанных систем определяются выбором сигналов и их свойствами. Обычно число абонентов в современных телекоммуникационных системах достаточно велико, поэтому выбор сигналов для систем сводится к определению систем сигналов с заданными свойствами. Развитие многопользовательских систем и, в частности, систем с кодовым разделением абонентов (CDMA) и привело к исследованиям в области теории систем сигналов.

В теории связи наиболее распространенной моделью служит канал с аддитивным белым гауссовским шумом, в котором переходная вероятность P[y(t)/s(t)] (вероятность трансформации каналом заданного сигнала в то или иное выходное наблюдение y(t)) экспоненциально уменьшается с ростом квадрата Эвклидова расстояния между переданным сигналом и выходным наблюдением [1]:

$$P[y(t)\ s(t)] = k \exp(-1/N_0 d^2(s,y)), \tag{1}$$

где k – константа, не зависящая от y(t) и s(t); N_0 – спектральная плотность мощности одностороннего белого шума, а Эвклидово расстояние между y(t) и s(t) определяется как

$$d^2(s, y) = \sqrt{\int_0^T [y(t) - s(t)]^2 dt}. \tag{2}$$

Известно, что единственным путем достижения высокой достоверности передачи данных является увеличение расстояния между конкурирующими в системе сигналами до максимально возможного значения. В свою очередь, такое увеличение расстояния может быть достигнуто за счет увеличения энергии сигналов (или длины соответствующих векторов). Очевидно, что для максимизации расстояния между двумя векторами фиксированной длины следует выбирать их противоположными. Обеспечение вероятности ошибочного приема, аналогично случаю противоположных сигналов, достигается на основе ортогональной пары при двукратном увеличении энергии сигналов.

Множество ортогональных сигналов может быть построено, например, путем временного сдвига сигналов. Очевидно, что скалярное произведение любых двух не перекрывающихся во времени сигналов равно нулю. При использовании M сигналов, занимающих совместно весь временной интервал T_c, при длительности сигнала не более, чем $T= T_c/M$, и временном сдвиге между соседними сигналами, подобное кодирование образует семейство ортогональных сигналов. Другим способом обеспечения ортогональности служит кодирование путем частотного сдвига. На основе теоремы Парсеваля скалярное произведение сигналов x(t), y(t) и их спектров $\tilde{x}(t), \tilde{y}(t)$ совпадает [1]:

$$(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y(z)\,dt =$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{x}(f)\tilde{y}(f)\,df = (\tilde{x}, \tilde{y}), \quad (3)$$

что позволяет перевести метод временного сдвига в частотную область. При полном перекрытии сигналов во времени каждый из них занимает полосу не менее чем W = 1/Tc. Тогда максимальное число ортогональных сигналов, образованных сдвигом спектра, будет $M = W_c / W = W_c T_c = n_s$. При данном способе кодирования сигнал использует весь временной ресурс Tc и только М-ю часть общего частотного ресурса Wc.

Рассмотренные методы построения ортогональных сигналов представляются предпочтительными с точки зрения аппаратурной реализации. Однако при увеличении числа сигналов М кодирование с помощью временного сдвига требует значительного пик-фактора, а
кодирование с помощью частотного сдвига предполагает оптимальную обработку с применением значительного количества частотных фильтров.

При таких условиях метод построения ортогональных сигналов путем совместного использования всеми сигналами общего частотно-временного ресурса без распределения последнего может оказаться предпочтительным. При данном методе все сигналы, относящиеся к данному ресурсу, полностью перекрываются как во временной, так и в частотной области. Полоса, занимаемая каждым сигналов, может быть оценена как W = 1/τ (τ – длительность элементарного импульса последовательности N некоторого сигнала М). Длительность сигнала составляет величину T = Mτ. При этом $WT = M = W_c T_c$. Ортогональность сигналов для данного метода достигается не путем деления временного интервала или полосы, а за счет выбора закона модуляции сигнала. Ортогональное кодирование с распределением спектра позволяет реализовать ряд ценных для практики телекоммуникационных систем свойств:

- достижение высокой помехоустойчивости по отношению к узкополосной помехе без увеличения энергии сигнала и пиковой мощности;
- возможность повышения защищенности системы от заградительной помехи (спектр помехи покрывает спектр сигнала) в условиях ограничений как на пиковую мощность полезного сигнала, так и на мощностный ресурс постановщика помех на основе использования сигналов с большим значением частотно-временного произведения полосы частот сигнала F на его длительность T;
- возможность системы предотвращать обнаружение своего сигнала потенциальным перехватчиком на основе использования сигналов с распределенным спектром, обладающих максимально возможным значением выигрыша от обработки FT;
- возможность применения сигналов с практически нераскрываемой структурой и многое другое.

Указанное объясняет значительное распространение ортогонализации данного типа в современных телекоммуникационных системах (cdmaOne, UMTS, cdma 2000).

Теоретические основы построения ансамблей ортогональных дискретных сигналов

В работе [2] рассматриваются корреляционные свойства ортогональных систем сигналов для длительностей $L=2^r$, r=l,2,3... Ниже оцениваются возможности синтеза больших ансамблей ортогональных систем сигналов с числом элементов L≡ -1 (mod 4), анализируются достижимые значения по корреляционным, ансамблевым и структурным свойствам, приводятся основы теории алгоритмического рекуррентного синтеза ортогональных дискретных сигналов.

Пусть $\{W\}_{opm}$ – ортогональная система дискретных сигналов. Обозначим j-й словарь ортогональных дискретных сигналов (ОДС) как $\{W^j\}_{\text{орт}}$, j=1, M, где M – число различных словарей. Тогда i и v $(i$, v=1, L) ОДС W^j словаря являются ортогональными, если выполняется условие

$$\sum_{k=1}^{L}\{W_i^j\}_k\{W_v^j\}_k = \begin{cases} -1 \text{ при } i \neq v; \\ L \text{ при } i = v \end{cases}. \qquad (3)$$

Ортогональные дискретные сигналы аналитически могут быть заданы различными способами [1, 3]. Наиболее удобной, по нашему мнению, является форма представления ОДС с использованием функций Адамара, под которыми понимают последовательности из L прямоугольных импульсов с амплитудой, равной единице, и полярностью, определяемой элементами строк матриц Адамара порядка m, т. е.

$$A_m = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{22} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mm} \end{vmatrix}. \qquad (4)$$

В качестве кодовых последовательностей можно брать строки или столбцы матрицы Адамара.

Приведенные ниже утверждения дают условия существования ОДС для различных значений длительности L[2].

Утверждение 1. Пусть $\{W^j_m\}$ есть матрица Адамара, причем $m>3$, тогда она существует (матрица Адамара порядка m), если $m = L = 0 (\mathrm{mod}\ 4)$.

Утверждение 2. Существуют матрицы Адамара первого и второго порядка:

$$\{W_1^j\} = |1|,\ \{W_2^j\} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}.$$

Утверждение 3. Если $M=2^t$, то существует матрица Адамара порядка 2^r.

Утверждение 4. Если существуют матрицы Адамара $\{W_{m1}\}$ и соответственно $\{W_{m2}\}$ m_1 и m_2 порядков, то существует матрица Адамара $m=m_1m_2$ полученная из матрицы $\{W_{m1}\}$ подстановкой $\{W_{m2}\}$ вместо (+1) и $\{-W_{m2}\}$ вместо (-1)

Утверждение 5. Для любого простого числа $p\equiv3$ (mod 4) существует матрица Адамара порядка $m=p+1$.

Утверждение 6. Если $m=2^k(P+1)$, где k – целое, а P – простое число, то существует матрица Адамара порядка $2^k(P+1)$.

Утверждение 7. Если $m=2^kP(P+1)$, где $P\equiv3(\mathrm{mod}4)$ – простое число, то существует матрица Адамара порядка $2^kp(p+1)$.

Утверждение 8. Если $m=2^k(p^n+1)$, где P – нечетное число простое, то существует матрица Адамара $2^k(P^n+1)$.

Утверждение 9. Если $m=m^*(m^*—1)$, где $m^*=2^r(P_1+1)\times(P_2+1)\dots(P_i+1)$, причем $P_i+1 \equiv 0(\mathrm{mod}4)$, то существует матрица Адамара порядка $m^*(m^*—1)$.

Утверждение 10. Если существует матрица Адамара порядка m_1 и $m_2\geq2$, то существует матрица Адамара порядка $m=m_1m_2P(P+1)$, где P – простое нечетное число.

Утверждение 11. Если существуют матрицы Адамара порядка m_1 и m_2, а $P_2=p_1+4$, причем P_1 и P_2 простые, то существует матрица порядка $m_1m_2P(P_2-1)$.

Утверждение 12. Если $P_2=P_1+2$, P_1 и P_2 – простые, то существует матрица Адамара порядка $(P_1+1)^2= (P_2-1)^2$.

Утверждение 13 [3]. Если $m=13k$, причем $k=4t$, t= 1,2,..., то существует матрица Адамара порядка m.

Утверждение 14. Если $m=2^r$, то существует матрица Адамара, строками которой являются автоморфизмы линейной рекуррентной последовательности максимального периода (ЛРПМ), в качестве 2^r элемента которых используется символ 1 (-1).

Утверждение 15 [3]. Если M<200, то существует метод Уильямса, с использованием которого могут быть построены матрицы Адамара порядка 92, 116, 184.

Анализ приведенных утверждений позволяет сделать следующие выводы:

- для абсолютного большинства значений $L \equiv 0 (\mathrm{mod}\ 4)$ существуют матрицы Адамара;
- алгоритмы построения матриц Адамара для различных значений L в ряде случаев имеют существенные отличия;
- если необходимо строить матрицы Адамара для широкого спектра длительностей L, то предпочтительно устройства их формирования реализовать программными средствами.

Примеры матриц Адамара порядка N (4, 8, 64) приведены в табл. 1.

Типичным для телекоммуникационных систем является подход, заключающийся в использовании множества сигналов, обладающего, по меньшей мере, одним из следующих свойств [4]:

– каждый из сигналов данного множества легко отличим от своей сдвинутой по времени копии;

– каждый из сигналов данного множества легко отличим от любого другого (в том числе сдвинутого во времени) сигнала этого множества.

Первое свойство важно для радиолокационных систем, систем синхронизации, а также для широкополосных систем связи, второе – для многопользовательских систем с кодовым разделением абонентов.

Минимизация уровня боковых лепестков автокорреляционной функции имеет наивысший приоритет при конструировании сигнала для таких приложений систем как измерение времени запаздывания, временное разрешение, синхронизация работы станций и др. Равенство нулю всех боковых лепестков для апериодических амплитудно-фазоманипулированных сигналов невозможно [1]. При синтезе сигналов используют минимаксный критерий, который требует достижения минимально возможной величины максимального бокового лепестка АКФ апериодического кода. Формальная запись данного критерия имеет вид [1]:

$$R_{a,max} = \max R_a (m) = \min. \tag{5}$$

В соответствии с критерием (5) предпочтительными являются последовательности с наименьшим значением бокового лепестка.

В ряде приложений имеют место взаимные временные задержки между сигналами пользователей, делая процедуру синхронизации сигнатур на входе приемника проблематичной. Примером такой ситуации может служить система мобильной сотовой связи (канал «вверх»), в которой вследствие движения потребителей внутри соты, происходит изменение расстояния между ними и базовой станцией, а значит, и времени поступления пользовательских сигналов на приемник базовой станции. При наличии взаимных задержек сигналов, последние не могут оставаться ортогональными. Следствием этого является возникновение межпользовательского мешающего воздействия (помехи множественного доступа), что, в свою очередь, приведет к ненулевому отклику приемника, настроенного на k -го пользователя, от сигналов других абонентов. Помехоустойчивость обработки (различения) данных будет определяться энергетическим отношением сигнал-помеха на выходе приемника и числом пользователей.

Проведем анализ корреляционных и спектральных свойств ортогональных дискретных сигналов (ОДС). В [2] показано, что сигналы обладают минимальными значениями максимальных боковых выбросов функций авто- и взаимной корреляции в том случае, если число блоков μ подряд расположенных одинаковых символов последовательности удовлетворяет условию $\mu \approx \frac{L+1}{2}$.

Известно [2], что указанным требованиям не удовлетворяет ни одна из систем ОДС, алгоритм построения которых задаются утверждениями 1 – 15. Так, например, для систем Уолша характерно изменение числа блоков в строках (сигналах) от 1 до L. Поэтому система Уолша должна обладать плохими корреляционными свойствами, так как у большинства последовательностей число блоков далеко от оптимального. Это подтверждается тем, что большинство автокорреляционных функций (АКФ) и взаимнокорреляционных функций (ВКФ) последовательностей Уолша имеют большие боковые пики. Структура матрицы Адамара порядка P+1 и матриц, сформированных на их основе, является циклической [3]. Поэтому, как показано в [2], периодическая ФАК (ПФАК) ОДС, сформированных по алгоритмам заданными утверждениями 3, 4, имеют большой уровень боковых лепестков функции корреляции. Вследствие указанного для целого ряда приложений телекоммуникационных систем применение ОДС становится проблематичным.

Таблица 1

N = 4	1111 1010 1100 1001
N = 8	11111111 10101010 11001100 10011001 11110000 10100101 11000011 10010110
N = 64	1111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111 1010101010101010101010101010101010101010101010101010101010101010 1100110011001100110011001100110011001100110011001100110011001100 1001100110011001100110011001100110011001100110011001100110011001 1111000011110000111100001111000011110000111100001111000011110000 1010010110100101101001011010010110100101101001011010010110100101 1100001111000011110000111100001111000011110000111100001111000011 1001011010010110100101101001011010010110100101101001011010010110 1111111100000000111111110000000011111111000000001111111100000000 1010101001010101101010100101010110101010010101011010101001010101 1100110000110011110011000011001111001100001100111100110000110011 1001100101100110100110010110011010011001011001101001100101100110 1111000000001111111100000000111111110000000011111111000000001111 1010010101011010101001010101101010100101010110101010010101011010 1100001100111100110000110011110011000011001111001100001100111100 1001011001101001100101100110100110010110011010011001011001101001 1111111111111111000000000000000011111111111111110000000000000000 1010101010101010010101010101010110101010101010100101010101010101 1100110011001100001100110011001111001100110011000011001100110011 1001100110011001011001100110011010011001100110010110011001100110 1111000011110000000011110000111111110000111100000000111100001111 1010010110100101010110100101101010100101101001010101101001011010 1100001111000011001111000011110011000011110000110011110000111100 1001011010010110011010010110100110010110100101100110100101101001 1111111100000000000000001111111111111111000000000000000011111111 1010101001010101010101011010101010101010010101010101010110101010 1100110000110011001100111100110011001100001100110011001111001100 1001100101100110011001101001100110011001011001100110011010011001 1111000000001111000011111111000011110000000011110000111111110000 1010010101011010010110101010010110100101010110100101101010100101 1100001100111100001111001100001111000011001111000011110011000011 1001011001101001011010011001011010010110011010010110100110010110 1111111111111111111111111111111100000000000000000000000000000000

	1010101010101010101010101010101010010101010101010101010101010101
	1100110011001100110011001100110000110011001100110011001100110011
	1001100110011001100110011001100101100110011001100110011001100110
	1111000011110000111100001111000000001111000011110000111100001111
	1010010110100101101001011010010101011010010110100101101001011010
	1100001111000011110000111100001100111100001111000011110000111100
	1001011001101001011010011001011001101001100101101001011001101001

Исследуем ансамблевые характеристики ОДС системы Адамара. С этой целью определим число различных матриц Адамара, которые можно построить для всех L≡ 0(mod 4).

Согласно утверждениям 3 и 14, матрицы Адамара порядка 2^r могут быть построены либо с использованием изоморфизмов ЛРПМ, либо с использованием матрицы второго порядка:

$$\{W_2\} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}, \text{при этом}$$

$$\{W_3\} = \begin{vmatrix} W_2 & W_2 \\ W_2 & -W_2 \end{vmatrix}, \dots, \{W_m\} = \begin{vmatrix} W_{m-1} & W_{m-1} \\ W_{m-1} & -W_{m-1} \end{vmatrix}. \qquad (6)$$

Матрица вида (6) с точностью до перестановки строк может быть сформирована единственным образом. Число неинверсивных изоморфизмов M_m' ЛРПМ определяется функцией Эйлера

$$M_m' = \frac{\varphi(2^m-1)}{2m}. \qquad (7)$$

Однако матрица *m* порядка может быть построена с использованием изоморфизмов ЛРПМ с числом элементов 2^{m-1}-1 (утверждение 14) и матрицы вида (6).

В этом случае общее число различных матриц Адамара будет определяться выражением

$$M_m = M_m' + M_{m-1}' + M_{m-2}' + \dots + M_2' + 1. \qquad (8)$$

Число изоморфных матриц Адамара, построенных в соответствии с утверждением 5, равно 1. Действительно, если P = 3(mod4), а m = P+1, то множество коэффициентов (k-e)/P – единственное.

Для случая, когда матрица Адамара строится на основе более чем двух матриц, размерность ансамбля изоморфных матриц определяется из соотношения

$$M = \prod_{i=1}^{k} M_{m1}. \qquad (9)$$

Изучение ансамблевых характеристик матриц Адамара ввиду специфики методов их построения требует трудноеализуемых вычислительных затрат. Как следует из [2, 3], матрицы Адамара рассматриваемых порядков могут быть построены одним или несколькими способами.

В табл. 2 приведены значения ансамблевых характеристик изоморфизмов, построенных с использованием матриц Адамара для некоторых значений L.

Таблица 2

L	24	40	64	100	256	512	1024	1032	1088	1500	2000	4000	9000
M	4	5	19	1	54	102	162	4	4	4	9	16	12

Анализ данных табл. 2 показывает, что ОДС обладают неудовлетворительными ансамблевыми характеристиками.

Проведем исследования структурных свойств ОДС систем Адамара. Под структурными свойствами будем понимать возможность восстановления законов их формирования по любому числу символов l < L, где l – число известных символов. Структурные свойства сигналов количественно будем оценивать коэффициентом $S=\frac{l}{L}$.

Утверждение 16. Для восстановления закона формирования ОДС, построенных по алгоритму утверждения 2.3, необходимо и достаточно знать безошибочно $K=\frac{L}{2}+1$ символов.

Утверждение 17. Для восстановления закона формирования ОДС, построенных по алгоритму утверждения 4, необходимо и достаточно знать безошибочно k символов:

$$k \geq \begin{cases} m_1\left(\frac{m_2}{2}+1\right), \text{если } m_2 > m_1 \\ m_2\left(\frac{m_1}{2}+1\right), \text{если } m_1 > m_2 \end{cases}.$$

Утверждение 18. Для восстановления формирования необходимо и достаточно знать безошибочно $k \geq 2n$ символов, где n – база регистра с линейными обратными связями.

Утверждение 19. Пусть ОДС строится по алгоритму утверждения 5, тогда для восстановления закона формирована обходимо и достаточно знать безошибочно $k \geq L/2$ символов.

Утверждение 20. Пусть W_{m1}, W_{m2}, … W_{mi} есть базовые матрицы, причем

$$m_1 \geq m_2 \geq m_3 \geq \ldots \geq m_i,$$

тогда для восстановления закона формирования ОДС, построенных по алгоритму утверждений 6 – 11, необходимо и достаточно знать безошибочно $k \geq (m_1 m_2 m_3 \ldots m_i)/2$ символов.

Отметим, что сформулированные утверждения не рассматривают вопроса оценки вычислительной сложности алгоритма.

В табл. 3 приведены количественные оценки структурных свойств ОДС системы Адамара в зависимости от алгоритма построения.

Таблица 3

L	2^r	$(2^r-1)+1$	p+1	$\prod_{i=1}^{l} m_i$	92	116	172
S	0,5	0,02	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25

Анализ данных табл. 3 показывает, что структурные свойства ОДС системы Адамара зависят от алгоритма их построения и не превышают величины 0,5.

Таким образом, ОДС системы Адамара обладают неудовлетворительными корреляционными, спектральными, ансамблевыми и структурными свойствами. Так, уровень боковых лепестков ПФАК и ПФВК ОДС, построенных на основе матриц Адамара достигает значения $\pm L$, что приводит к существенному уменьшению вероятности правильного обнаружения
сигналов циклового фазирования или слежения. Последнее приводит к снижению достоверности передачи информации. В связи с указанным использование ОДС ограничено. В то же время ОДС системы Адамара являются ортогональными, что позволяет различать их при
наличии цикловой синхронизации без взаимных помех. Кроме того, ОДС существуют для широкого спектра значений L.

Сохранение изложенных преимуществ с одновременным улучшением корреляционных, спектральных, ансамблевых и структурных свойств может быть достигнуто на основе использования производных систем сигналов.

Построение производных ОДС базируется на основе испытания свойств инвариантности строк и столбцов матрицы Адамара относительно операций их инвертирования и взаимной перестановки [5].

Пусть $\{G^j\}$ есть ортогональный дискретный словарь систем Адамара, а вектор H –

дискретный сигнал с заданной ПФАК, тогда под производным ортогональным словарем Адамара будем понимать совокупность строк матрицы

$$G_n^j = \begin{vmatrix} g_{11}h_{11} & g_{12}h_{12} & \dots & g_{1L}h_{1L} \\ g_{21}h_{11} & g_{22}h_{12} & \dots & g_{2L}h_{1L} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{L1}h_{11} & g_{L2}h_{12} & \dots & g_{LL}h_{1L} \end{vmatrix}. \qquad (10)$$

где g_{iv} – i_v – элемент матрицы $\{G^j\}$; h_{iv} – v – элемент матрицы H.

Анализ (10) показывает, что для построения производного ОДС необходимо найти множество векторов H, применение которых в (10) позволит улучшить корреляционные, спектральные, ансамблевые и структурные свойства ОДС. При этом в дальнейшем вектор H будем называть производящим, а матрицу задающей [2].

Выбор производящих систем сигналов

В настоящем параграфе определяются требования к корреляционным, структурным и ансамблевым свойствам производящих дискретных сигналов, излагаются алгоритмы их построения. Вначале, полагая, что производный сигнал $G_{пр}(i)$ образован по алгоритму (10), причем

$$G_{np}(i) = H(i)W(i), \qquad (11)$$

выясним, какими корреляционными свойствами должен обладать сигнал $H(i)$. Для этого вычислим значение ПФАК $G_{пр}(i)$. В результате получим

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{L-1}[R_{\text{пр}}(k)]^2 = \sum_{k=0}^{L-1}[\sum_{i=-1}^{L-1} H(i)W(i+k)]^2 = \\ = \sum_{k=0}^{L-1}[\sum_{i=-1}^{L-1} H(i)W(i+k) \times H(i)W(i+k)]^2 = \\ = \sum_{k=0}^{L-1}\sum_{i=0}^{L-1}\sum_{j=0}^{L-1} H(i)W(i+k)H(j)W(j+k) = \\ = \sum_{i=0}^{L-1}\sum_{j=0}^{L-1} H(i)H(j)\sum_{k=0}^{L-1} W(i+k)W(j+k) = \\ = \sum_{i=0}^{L-1}\sum_{j=0}^{L-1} H(i)H(j)R_w(i-j), \end{aligned}$$

После замены переменных i=k+j получим

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{L-1}\sum_{j=0}^{L-1} H(i)H(j)R_w(i-j) = \\ = \sum_{j+k=0}^{L-1}\sum_{j=0}^{L-1} H(j++k)H(j)R_w(k) = \\ = \sum_{k=0}^{L-1}\sum_{j=-1}^{L-1} H(j+k)H(j)R_w(k) = \sum_{j+k=0}^{L-1}\sum_{j=0}^{L-1} R_{\text{и}}(k)R_w(k). \end{aligned} \qquad (12)$$

Анализ (12) показывает, что для уменьшения боковых лепестков ПФАК производных сигналов необходимо в качестве производящих выбирать сигналы, обладающие минимальными значениями $R_H(k)$.

Определим требования к корреляционным свойствам производящих сигналов с точки зрения минимизации $R_{пр}$ ПФВК.

Если

$$G_{npm\mu}(i) = H_m(i)W_\mu(i);$$
$$G_{npn\nu}(i) = H_n(i)W_\nu(i),$$

то, как показано в [2], в качестве оценки выбросов ПФВК может быть использовано соотношение

$$Q_{mn}^{\mu\nu}(\tau) = \\ = \frac{E_H E_W}{\pi E_s}\int_{-\infty}^{\infty} R_{mn}(\tau_1 - x)R_{\mu\nu}(\tau_1, x)dx. \qquad (13)$$

Воспользовавшись известным неравенством Буняковского- Шварца из (13), получим

$$Q^{\mu v}_{mn}(\tau) \leq \frac{E_H E_w}{\pi E_s} \times$$

$$\times \sqrt{\int_{\emptyset} |R_{mn}(\tau_1 - x)|^2 dx \int_{\emptyset} |R_{\mu v}(\tau_1, x)|^2 dx} \tag{14}$$

а для ПФАК

$$Q^{\mu v}_{mn}(\tau) = \frac{E_H E_w}{\pi E_s} \times$$

$$\times \sqrt{\int_{\emptyset} |R_{mn}(\tau_1 - x)|^2 dx \int_{\emptyset} |R_{\mu v}(\tau_1, x)|^2 dx} \tag{15}$$

где $\emptyset$ задает полосу (интервал) интегрирования.

Таблица 4

№ п/п	Класс сигнала	L	R_{max}	M	S	Способ формирования
1	М-последовательность	$(2^m-1)+1$, m=2, 3, 4 …	0,3L (L=64)÷ 0,05L (L=4096)	$\varphi(2^m-1)/2m$	$\frac{2m}{2^m-1} = 0{,}02$ (L=1024)	Регистр с ЛОС
2	Нелинейная М-последовательность	2^m m=1, 2,…	0,6L(L=8) ÷0,03L (L=4096)	$\varphi(2^m-1)/2m$	$\frac{2m}{2^m - 1} = 0{,}02$ (L=1024)	Регистр с НОС
3	Квадратичный вычет	(4x+3)+1, (4x+1)-1, x=1,2,…	$\left\lvert\frac{4\alpha}{L}\right\rvert, \alpha > 2$	2	0,5	Аппаратный, программный
4	Дополнительные последовательности	$2^k N, N=2^j$, j, k=1,2,…	0	1(2)	0,5	Программный
5	Последовательности с трехуровневой ПФАК	32,64,128, 512, 1024,2048	$\left\lvert\frac{4}{L}\right\rvert$	>2	1	Программный
7	Последовательности Зингера	$\frac{p^n-1}{p-1}$, p – простое n = 2,3,4…	$\left\lvert\frac{4}{L}\right\rvert$	$\frac{\varphi\left(\frac{p^n-1}{p-1}\right)}{2n}$	1	Программный
8	Характеристические последовательности	p^n-1 = 0(mod 4), n=1,2,… p – простое	$\left\lvert\frac{4}{L}\right\rvert$	$\varphi(L)/2$	1	Аппаратный, программный

Анализ (13) – (15) в соответствии с оценкой [2],

$$Q^{\mu v}_{mn}(\tau) \leq \frac{1}{2}\sqrt{\frac{F_W}{F_H}}, \tag{16}$$

где F_W и F_H – ширина полос исходного и производящего сигналов соответственно, показывает, что для уменьшения максимальных выбросов ПФВК необходимо использовать производящие сигналы Н с минимальными выбросами ПФАК и, если возможно, расширять спектр занимаемой порождающим сигналом полосы частот.

Выясним предел плотной упаковки, т. е. какие минимальные выбросы ПФАК H достижимы, если $L \equiv 0 \pmod 4$. В [5] показано, что минимально достижимыми значениями ПФАК для произвольных значений L являются следующие значения:

$$R_{Hmax}(l) = \begin{cases} 0, \text{если } L = 0 \ (mod\ 4); \\ 1, \text{если } L = 1 \ (mod\ 4); \\ 2, \text{если } L = 2 \ (mod\ 4); \\ 3, \text{если } L = 3 \ (mod\ 4). \end{cases} \quad (17)$$

Из (17) следует, для $L \equiv 0 \pmod 4$ могут быть, в принципе, построены производящие сигналы с нулевыми значениями ПФАК.

В табл. 4 приведены свойства существующих сигналов [2, 5, 6], которые могут использоваться в качестве производящих. Анализ табл. 4 показывает, что большинство сигналов обладает «неудобной» длиной. Кратность четырем может быть получена только за счет дополнения или усечения сигнала, что, естественно, изменит его корреляционные свойства и приведет к увеличению уровня боковых лепестков ПФАК производных сигналов. В этом случае следует ожидать, что в соответствии с (12) и (15) лучшими корреляционными свойствами будут обладать производные системы сигналов, построенные с использованием характеристических сигналов.

В табл. 5 представлены алгоритмы, построения некоторых классов сигналов [2,5-9], которые могут быть использованы в качестве производящих сигналов

Таблица 5

№ п/п	Класс сигнала	Правило построения
1	М-последовательность	$_{+1}=h_1 W_{i+1}+ h_2 W_{i+2}+\ldots+ h_n W_{i+n}$ где $h_1 – h_n$ – образующий полином, $W_{i+1} – W_{i+n}$ – состояние регистра с линейными обратными связями на n+i+1-м такте
2	Нелинейная М-последовательность	$_{1} = \begin{cases} 0, \text{если } W_{i+1} = W_{i+2} = \cdots = W_{i+n-1} = 0 \\ h_1 W_{i+1} + h_2 W_{i+2} + \cdots + h_n W_{i+n} \text{ в других случаях} \end{cases}$ где $h_1 – h_n$ – образующий полином, $W_{i++1} – W_{i+n}$ – состояние регистра с линейными обратными связями на такте
3	Квадратичный вычет	Wi=ψ(θi), i≠ 0(mod p) W -1=-1, где p – простое число; θ – первообразный элемент поля GF(p); характер i-го элемента поля GF(p)
4	Дополнительные последовательности	Случайные последовательности
5	Последовательности с трехуровневой ПФАК	Случайные последовательности
6	Квазиортогональные случайные последовательности	Случайные последовательности
7	Последовательности Зингера	Wl=hlW
8	Характеристические последовательности	Wl=ψ(θi+1), если θi+1≠ 0(mod p); Wl=1, если θi+1= 0(mod p)
9	Криптографические последовательности	На основе использования случайного (псевдослучайного) процесса

Выводы

Основными направлениями дальнейших исследований в области синтеза производных систем сигналов, на наш взгяд, являются: выбор произвдящих классов сигналов, обладающих требуемыми ансамблевыми, структурными, корреляционными свойствами; исследования свойств синтезированных производных систем сигналов; синтез аппаратных, аппаратно-программных, программных устройств формирования и обработки производных систем сигналов.

Список литературы: 1. *Ipatov, Valery P.* Spread Spectrum and CDMA.Principles and Applications / Valery P. Ipatov. University of Turku, Finland and St. Petersburg Electrotechnical University ‘LETI’, Russia. – John Wiley & Sons Ltd, The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8SQ, England. – 2005. – 385 p. 2. *Варакин Л. Е.* Системы связи с шумападобными сигналами / Варакин Л. Е.-1985.-384 с. 3. *Baumert L., Marsall Hall.* A new construction for HADAMARD Matrices. Comunicated by J.D. Swift, August, 24, 1964. 4. *D.V. Sarvate, M.V. Pursley* Crosleration Properties of Pseudorandom and Related Sequences / D.V. Sarvate, M.V. Pursley // IEEE Trans. Commun. Vol. Com 68-5, 1980. 5. *Свердлик М. Б.* Оптимальные дискретные сигналы. / Свердлик М. Б. – М. : Радио и связь, 1975. – 200 с. 6. *Горбенко И.Д.* Синтез систем сложных сигналов с заданными свойствами корреляционных функций для приложений многопользовательских систем с кодовым разделением абонентов / Замула А.А., Е.А. Семенко // Системи обробки інформації. – Х. : ХУПС, 2014р. – Вип. 9 (125).– С. 25 – 30. 7. *Gorbenko I.D., Zamula A.A., Semenko Ye.A.* Ensemble and correlation properties of cryptographic signals for telecommunication system and network applications // Telecommunications and Radio Engineering. – Volume 75, 2016 Issue 2. pages 169-178. 8. *Замула А.А.* Перспективы применения нелинейных дискретних сигналов в современных телекоммуникационных системах и сетях / Замула А.А., Семенко Е.А // Системи обробки інформації. – Х. : ХУПС, 2015. – Вип. 5 (130).– С. 129 – 134. 9. *Замула, А.А.* Ансамбли дискретных сигналов с минимальными значениями боковых лепестков функций корреляции / Замула А.А. // Системи обробки інформації. – Х. : ХУПС, 2015. – Вип. 10 (135). – С. 35-39.

Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина

Поступила в редколлегию 10.11.2016