СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ ПРЯМОУГОЛЬНОГО РЕЗОНАТОРА С ЛЕНТОЧНОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ

Л. И. Белоусова, Л. П. Сальникова

Харьков

Значительное внимание в технике сверхвысоких частот уделяется разработке способов уменьшения собственных частот резонаторов и увеличения их широкополосности. Одним из таких способов является внесение в резонатор неоднородностей. В связи с этим интерес представляет изучение влияния неоднородности на спектр собственных колебаний резонатора.

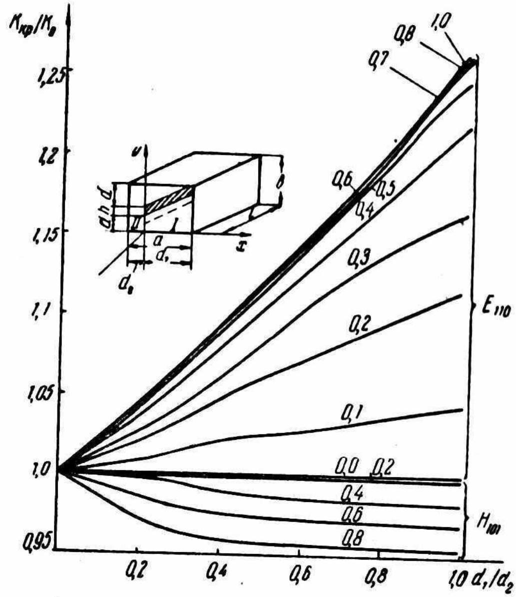

Рис. 1.

В настоящей работе рассмотрены собственные колебания прямоугольного резонатора, внутри которого параллельно какой либо паре стенок расположена бесконечно тонкая металлическая полоска. Никакие ограничения на геометрические парамегры структуры, а также на положение полоски, не налагаются. Стенки резонатора и лента обладают идеальной проводимостью, внутренняя среда имеет $\varepsilon = \mu = 1$. Достоинством рассматриваемой неоднородности является то, что она представляет собой чисто реактивную нагрузку, индуктивную для E-колебаний и емкостную для H-колебаний.

Введем прямоугольную систему координат так, как показано на рис. 1, и рассмотрим колебания E и H типов, поляризованные относительно оси z. Разобьем рассматриваемую структуру на две области ($x > 0$ и $x \leqslant 0$) и запишем поля в каждой из них, удовлетворяющие волновому уравнению, уравнениям Максвелла и граничным условиям на стенках резонатора:

$$\left.\begin{matrix} E_z \\ H_z \end{matrix}\right\} = \begin{matrix} \sin hz \\ \cos hz \end{matrix} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \left(e^{i\gamma_n^m x} \mp e^{i\gamma_n^m (2d_1 - x)}\right) e^{i\beta_n y}; \qquad (1)$$

где $h = p\pi/l$; $\beta_n = n\pi/b$; $b_n = \mp b_{-n}$, для E-колебаний $b_0 = 0$;

$$\gamma_n^m = \sqrt{(\gamma_0^m)^2 - n^2};\quad \gamma_0^m = \sqrt{k^2 - h^2},$$

причем считаем, что $\operatorname{Re}\gamma_n^m > 0$; если $\operatorname{Re}\gamma_n^m = 0$, то $\operatorname{Im}\gamma_n^m > 0$. Здесь и далее верхний знак относится к E-колебаниям, нижний — к H-колебаниям.

Удовлетворяя точным граничным условиям в плоскости раздела областей, получаем однородную систему функциональных уравнений относительно амплитуд пространственных гармоник собственных колебаний резонатора. Путем определенных преобразований решение системы сводится к решению неоднородной задачи сопряжения аналитических функций, в результате чего получается бесконечная система однородных алгебраических уравнений:

$$\sum_{n \neq 0} x_n \left\{\varepsilon_n \left[W_m^n \mp W_m^{-n}\right] - \delta_m^n\right\} = 0; \tag{2}$$

$$\delta_{m \neq n}^{n \neq 0} = 0;\quad \delta_{m \neq 0}^m = 1;\quad \delta_0^0 = 1 + \frac{R_{[\sigma]}^{-1}}{\widetilde{R}_{[\sigma]}^{-1}};\quad \delta_{m \neq 0}^0 = \frac{R_{m-1}}{\widetilde{R}_{[\sigma]}^{-1}};$$

$$W_m^n = V_m^n - \frac{R_m}{R_0} V_0^n - \frac{R_{m-1}}{\widetilde{R}_{[\sigma]}^{-1}} \left[W_{[\sigma]}^n - \frac{\widetilde{R}_{[\sigma]}^0}{\widetilde{R}_{[\sigma]}^{-1}} V_0^n\right];$$

$$W_0^n = V_{[\sigma]}^n - \frac{R_{[\sigma]}^0}{R_0} V_0^n - \frac{R_{[\sigma]}^{-1}}{\widetilde{R}_{[\sigma]}^{-1}} \left[W_{[\sigma]}^n - \frac{\widetilde{R}_{[\sigma]}^0}{R_0} V_0^n\right];$$

$$\varepsilon_n = 1 + \frac{i\gamma_n^m b}{n\pi} \left[\frac{1 - e^{2i\gamma_n^m a}}{\left(1 - e^{2i\gamma_n^m d_1}\right)\left(1 - e^{2i\gamma_n^m d_2}\right)}\right]^{\mp 1};$$

$$\varepsilon_0 = -\lim_{n \to 0} n\varepsilon_n;\quad u = \cos\theta,\quad v = \cos\theta_1;\quad \xi = d'/d;$$

$$\theta_1 = \pi\,\frac{1 - h/b}{1 + \xi};\quad \theta = \pi\,\frac{1 + \xi h/b}{1 + \xi};$$

$V_m^n(u, v)$; $V_{[\sigma]}^n(u, v)$; $W_{[\sigma]}^n(u, v)$; $R_m(u, v)$; $R_{[\sigma]}^k(u, v)$; $\widetilde{R}_{[\sigma]}^k(u, v)$ — интегралы задачи сопряжения*.

ε_n — функция параметра $\frac{d_1}{d_2}$, зависящая от местоположения ленты в плоскости $y = \mathrm{const}$; W_m^n — функция ширины полоски и ее положения в плоскости $x = \mathrm{const}$.

---

* Л. Н. Литвиненко, В. П. Шестопалов. Дифракция электромагнитных волн на плоских металлических двухэлементных решетках. Сб. «Численные методы решения задач математической физики», Изд-во «Наука», 1966.

Условие существования нетривиального решения системы (2) дает точное характеристическое уравнение, выражающее зависимость частот исследуемых колебаний от геометрических параметров структуры. Амплитудные характеристики собственных колебаний определяются из решения системы (2) для найденных собственных чисел:

$$k = \sqrt{(\gamma_n^m)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2}. \tag{3}$$

Определитель системы (2) является нормальным, что позволяет при численных расчетах применить метод редукции. Количество учитываемых уравнений зависит от параметра b/a и определяется для каждого собственного колебания числом гармоник, незатухающих в направлении x.

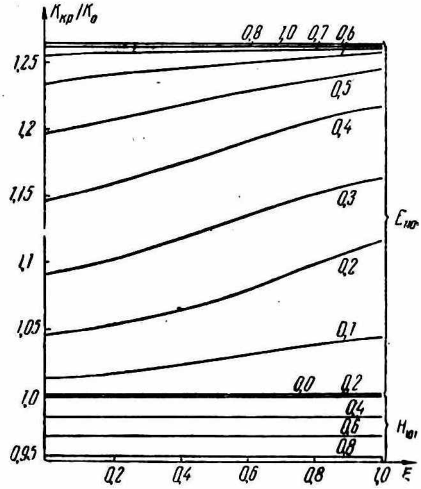

Рис. 2.

Анализ проведен для колебаний E_{110} и H_{101}. Заметим, что колебание E_{110} в рассматриваемой структуре соответствует колебанию H_{101} в резонаторе с металлической лентой, расположенной параллельно оси oy в плоскости $x = 0$.

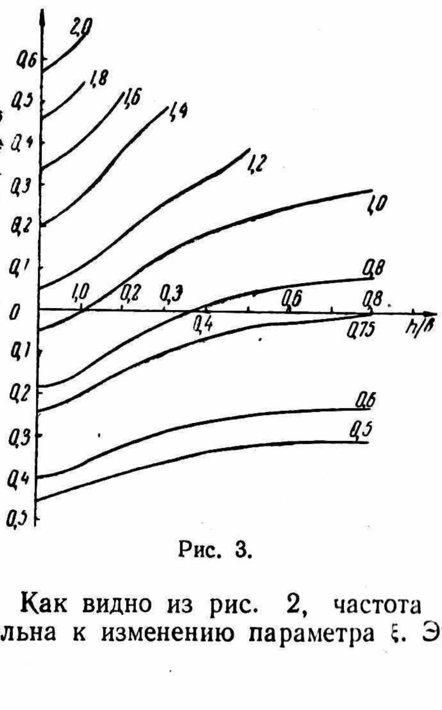

Рис. 3.

На рис. 1, 2 представлены зависимости относительного изменения критических частот колебаний E_{110} и H_{101} от положения полоски в плоскости x и y (т. е. от параметров d_1/d_2 (рис. 1) и ξ (рис. 2)). Под относительным изменением частоты понимается отношение собственной частоты колебания в рассматриваемой структуре к его частоте при отсутствии неоднородности. Расчеты проведены для случая $b = 0{,}5a$, $l = 0{,}625a$. На кривых указаны значения параметра h/b (относительно ширины ленты).

Как видно из рис. 2, частота колебаний H_{101} не чувствительна к изменению параметра ξ. Это объясняется инвариантностью поля колебания H_{101} в прямоугольном резонаторе относительно координаты y.

Из рис. 1, 2 следует, что введение ленточной неоднородности в резонаторе позволяет понизить собственную частоту колебания низшего типа и одновременно увеличить диапазон частот, свободный от колебаний других типов. Это возможно благодаря тому, что ленточная неоднородность является нагрузкой чисто индуктивной для E-колебаний и чисто емкостной для H-колебаний. Наибольший выигрыш в широкополосности достигается при центральном расположении ленты.

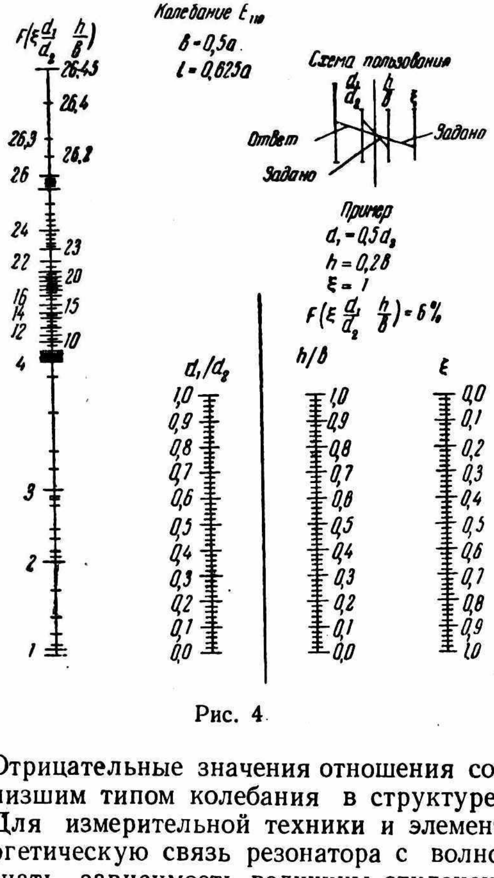

Рис. 4

Для этого случая на рис. 3 представлена зависимость отношения $\frac{\Delta k}{k_{\text{кр}\, H_{101}}}$, где Δk — разность между собственными частотами низших колебаний E_{110} и H_{101}, от ширины ленты при фиксированных значениях параметров l/b. Кривые обрываются при значениях h/b, начиная с которых частота колебания H_{101} становится меньше, чем частота колебания E_{110}. Отрицательные значения отношения соответствуют случаю, когда низшим типом колебания в структуре является колебание E_{110}. Для измерительной техники и элементов, осуществляющих энергетическую связь резонатора с волноведущей системой, важно знать зависимость величины отклонения собственной частоты от размера и места положения вводимой неоднородности.

На рис. 4 представлена номограмма отклонений (в %) собственной частоты E_{110} колебания прямоугольного резонатора ($b = 0{,}5a$, $b = 0{,}625l$) при введении в объем ленточной неоднородности. Схема пользования номограммой приведена на рисунке. Как видно из номограммы, шкала отклонений частоты неравномерна: она растянута на краях и сжата в центре. Следовательно существуют такие комбинации параметров вносимой неоднородности (d_1/d_2, ξ, h/b), при которых малое изменение одного из них приводит к существенному изменению частоты колебания E_{110}. Например, при $d_1 = d_2$, $\xi = 1{,}0$, $h = 0{,}1b$ отклонение частоты колебания составляет 4,4%; при увеличении ширины ленты на $0{,}02b$ отклонение частоты возрастает вдвое.

Авторы выражают благодарность проф. В. П. Шестопалову ва интерес, проявленный к работе, и помощь при ее выполнении.