

# ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ СВЯЗАННЫХ ВОЛНОВОДОВ

*В. К. Пироженко*

Харьков

Анализу распространения электромагнитной энергии в связанных направляющих системах уделяется много внимания, что вызвано широким использованием их в технике и электронике СВЧ. При расчете характеристик подобных структур удобно использовать метод связанных волн, поскольку он позволяет по известным параметрам исходных систем определить свойства всей совокупности связанных линий. В методе связанных волн большую роль играют энергетические соотношения, позволяющие установить зависимости между коэффициентами связи и получить ряд других важных результатов [1, 2]. Но некоторые выводы, справедливые при анализе одномерных линий [1, 2], оказываются неприемлемыми в случае связанных волноводных систем [3, 4]. Однако общие энергетические соотношения для случая связанных объемных систем в литературе описаны не были.

В данной работе из общих энергетических соображений получены соотношения между коэффициентами связи в связанных волноводных структурах в общем виде. Энергетические соотношения проверены на примере конкретной системы.

В случае двух связанных одномерных линий передачи волновые уравнения имеют следующий вид [1, 2]:

$$\begin{aligned}\frac{dF_1}{dz} &= k_{11}F_1 + k_{12}F_2; \\ \frac{dF_2}{dz} &= k_{22}F_2 + k_{21}F_1;\end{aligned}\tag{1}$$

где  $F_{1,2}$  — амплитуда волн в первой или второй из связанных линий соответственно;

$k_{11}$  и  $k_{22}$  — постоянные распространения в первой или второй линиях;

$k_{12}$  и  $k_{21}$  — коэффициенты связи.

В работе [1] доказано, что коэффициенты  $k_{12}$  и  $k_{21}$  связаны следующим соотношением:

$$k_{12} = \pm k_{21}, \quad (2)$$

причем знак плюс соответствует пассивной связи, а знак минус — активной связи волн. В отсутствие потерь в линиях коэффициенты связи являются чисто мнимыми величинами [2].

Равенство (2) следует из закона сохранения энергии, который для системы двух связанных линий без потерь имеет вид

$$P_1 + P_2 = \text{const}, \quad (3)$$

где  $P_{1,2}$  — потоки мощности в первой и второй линиях.

Однако для объемных электродинамических систем равенство (2) не всегда соблюдается. Об этом факте упоминается в [3], а в работе [4] для частного случая связи двух неодинаковых прямоугольных волноводов несоблюдение равенства (2) доказано строго.

Нарушение условия (2) для объемных систем не означает несоблюдения закона сохранения энергии (3), который, естественно, остается справедливым и для СВЧ связанных линий, но в случае объемных систем, по-видимому, должно выполняться более общее условие, нежели (2).

Для вывода этого условия рассмотрим волновые уравнения в двух связанных волноводах [5]

$$\begin{aligned} \Delta F_1 + (k^2 + k_{11}^2) F_1 - k_{12}^2 F_2 &= 0; \\ \Delta F_2 + (k^2 + k_{22}^2) F_2 - k_{21}^2 F_1 &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $F_{1,2}$  — любая составляющая электромагнитного поля в первой или второй линиях соответственно;  $k$  — волновое число;  $k_{11}$  и  $k_{22}$  характеризуют изменение постоянных распространения исходных линий под действием связи;  $k_{12}$  и  $k_{21}$  — коэффициенты связи.

Решения уравнений (4) имеют следующий вид [5]:

$$\begin{aligned} F_1 &= A(\xi, \eta) e^{-\gamma_{1,2} z} - r_1 B(\xi, \eta) e^{-\gamma_{1,2} z}; \\ F_2 &= r_2 K(\xi, \eta) e^{-\gamma_{1,2} z} + B(\xi, \eta) e^{-\gamma_{1,2} z}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \gamma_{1,2} &= \left[ \frac{\beta_1^2 + \beta_2^2}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\beta_1^2 - \beta_2^2)^2 + 4k_{12}^2 k_{21}^2} \right]^{1/2}; \\ \beta_{1,2}^2 &= k^2 + k_{11,12}^2 - \alpha_{1,2}^2; \\ r_{1,2} &= 2k_{12,21} [\beta_2^2 - \beta_1^2 + \sqrt{(\beta_1^2 - \beta_2^2)^2 + 4k_{12}^2 k_{21}^2}]^{-1}; \end{aligned} \quad (6)$$

$\alpha_{1,2}$  — поперечные собственные числа исходных линий;  $A(\xi, \eta)$  и  $B(\xi, \eta)$  — амплитудные коэффициенты, являющиеся функциями поперечных координат  $\xi$  и  $\eta$ . Вид этих функций определяется граничными условиями [5].

Коэффициенты  $A(\xi, \eta)$  и  $B(\xi, \eta)$  всегда могут быть нормированы таким образом, чтобы выполнялось равенство [6]

$$P_{1,2} = \int_{S_{1,2}} F_{1,2} F_{1,2}^* ds, \quad (7)$$

где  $P_{1,2}$  — СВЧ мощности переносимые в первой и второй линиях;

$S_{1,2}$  — сечения первого и второго волноводов соответственно.

Подставляя в закон сохранения энергии (3) выражения (7) с учетом (5), находим

$$\begin{aligned} & \int_{S_1} \{AA^* + r_1^2 BB^* - r_1 \operatorname{Re} [AB^* e^{-j(\gamma_1 - \gamma_2)z}]\} ds \pm \\ & \pm \int_{S_2} \{r_2^2 AA^* + BB^* + r_2 \operatorname{Re} [AB^* e^{-j(\gamma_1 - \gamma_2)z}]\} ds = \text{const.} \end{aligned} \quad (8)$$

Знак плюс соответствует одинаковому направлению групповых скоростей (пассивная связь), минус — встречному направлению групповых скоростей (активная связь) в связанных волноводах.

Дифференцируя соотношения (8) по  $z$ , получаем

$$-r_1 \operatorname{Re} \int_{S_1} AB^* ds = \pm r_2 \operatorname{Re} \int_{S_2} AB^* ds. \quad (9)$$

Или, учитывая (6),

$$\frac{k_{12}^2}{k_{21}^2} = \pm \frac{\operatorname{Re} \int_{S_2} AB^* ds}{\operatorname{Re} \int_{S_1} AB^* ds}. \quad (10)$$

Выражение (10) вытекает из закона сохранения энергии и является более общим условием, чем (2). В случае одномерных линий площади  $S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow 0$  и соотношение (10) переходит в (2), т. е. условие (2) является частным случаем (10).

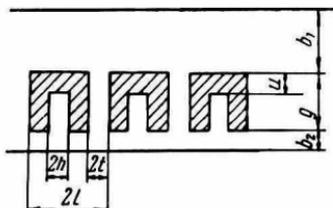
Заметим, что в случае связи симметричных систем ( $S_1 = S_2$ ) соотношения (10) выполняются точно и переходят в условие (2). Однако в более общем случае при связи неодинаковых волноводов необходимо учитывать условия (10).

Для проверки соотношения (10) была выбрана хорошо известная структура [7], изображенная на рисунке, которая представляет собой линейный вариант замедляющей системы коаксиального магнетрона. Данную систему можно условно разделить на две линии, одна из которых — прямоугольный волновод, другая — гребенчатая замедляющая система. Иными словами, рассматриваемая структура представляет собой две несимметричные связан-

ные линии, и на ней удобно произвести проверку условий (10), которые для данной системы принимают вид

$$\frac{b_1}{b_2} = \left\{ \frac{\operatorname{tg} \left[ \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} b_1 \right] \operatorname{tg} \left[ \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} b_2 \right]}{\operatorname{tg} \left[ \sqrt{x_2^2 - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2} b_1 \right] \operatorname{tg} \left[ \sqrt{x_1^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} b_2 \right]} \right\}^{\frac{1}{4}}, \quad (11)$$

где величины  $b_{1,2}$  представляют собой геометрические размеры системы и ясны из рисунка;  $a$  — ширина системы;  $x_{1,2}$  — поперечные собственные числа обоих основных типов волн структуры и могут быть определены из ее дисперсионных характеристик [7]. Расчет производился для системы со следующими размерами:  $a = 25$  см;  $b_1 = 28,6$  см,  $b_2 = 2$  см;  $g = 18,4$  см;  $2h = 1$  см;  $2l = 4$  см;  $2t = 1$  см;  $u = 6$  см. Коэффициенты связи рассчитывались по формулам работы [8].



Как показали численные расчеты, соотношение (11) выполняется достаточно строго во всей полосе пропускания системы (отношение правой и левой частей выражения (11) лежит в пределах от 0,9 до 1,1). Нестрогое соблюдение условия (11) объясняется пренебрежением при расчетах высшими пространственными гармониками, а также усредненным характером коэффициентов связи.

Таким образом, в объемных связанных направляющих несимметричных системах применение условия (2) приводит к ошибочным результатам. В этом случае необходимо использовать более общее условие (10), являющееся следствием закона сохранения энергии.

## ЛИТЕРАТУРА

1. У. Люнселл. Связанные и параметрические колебания в электронике. Изд-во «Иностранная литература», 1963.
2. S. E. Miller. V. S. T. J., 33, 661, 1954
3. G. S. Chen, A. Ishimaru. Proc. 9EEE, 54, 8, 1071, 1966.
4. Е. Н. Корр. 9EEE Trans, MTT-16, № 1, p. 6, 1968.
5. В. К. Пироженко. Анализ волновых уравнений для двух связанных электродинамических линий передач. Сб. «Радиотехника», вып. 17. Изд-во ХГУ, Харьков, 1971.
6. S. A. Schelkunoff. V. S. T. J., 31, 784, 1959.
7. Р. А. Силин, В. П. Сазонов. Замедляющие системы. Изд-во «Советское радио», 1967.
8. В. К. Пироженко. К теории несимметричных связанных электродинамических линий передач. Сб. «Радиотехника», вып. 21. Изд-во ХГУ, Харьков, 1972.