

## О ВЛИЯНИИ СИЛ РАСТАЛКИВАНИЯ НА НЕЛИНЕЙНЫЕ СВОЙСТВА ЛБВ

*С. Р. Кельнер, Т. Р. Шаворыкина, В. Г. Шульга*

Донецк

При анализе нелинейного взаимодействия электронов с полем бегущей электромагнитной волны наибольшую трудность представляет учет влияния сил пространственного заряда на основные характеристики в ЛБВ. Различные теории, описывающие нелинейные процессы в ЛБВ, отличаются между собою в основном способом расчета действующих на электроны сил.

В данной работе метод вычислений несколько отличается от других методов, изложенных в работах [1, 2, 3, 4]. Поле кулоновских сил определяется с лагориформической точностью, что является достаточно хорошим приближением.

Рассмотрим взаимодействие электронов с полем бегущей электромагнитной волны с учетом сил расталкивания. Определим ток электронов в точке  $z$  в момент времени  $t$

$$t = \int_0^z \frac{dz'}{v(z', \tau)} + \tau,$$

$$I(z, t) = I_0 \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \delta\left(t - \int_0^z \frac{dz'}{v(z', \tau)} - \tau\right). \quad (1)$$

Линейная плотность заряда

$$q(z, t) = I_0 \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \frac{1}{v(z, \tau)} \delta\left(t - \int_0^z \frac{dz'}{v(z', \tau)} - \tau\right). \quad (2)$$

Все обозначения и вывод этих формул приведены в работе [5]. Силу, действующую на электрон, определим следующим образом:

$$F(z, \tau) = \int_0^{\infty} dz' \frac{eq(z', t)}{|z - z'|^3} (z - z'). \quad (3)$$

Интеграл сильно расходится при  $z = z'$ , но эту расходимость можно устранить, если заметить, что  $q$  — плотность заряда, создаваемая всеми электронами, в том числе и тем, силу действия на который мы ищем. Поэтому следует исключить силу действия электрона самого на себя. Для этого достаточно помнить интеграл в смысле главного значения. Разобьем интеграл (3) на два:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} dz' \frac{q(z')}{|z - z'|^3} (z - z') &= \int_{-\infty}^z dz' \frac{q(z')}{|z - z'|^3} (z - z') + \\ &+ \int_z^{\infty} dz' \frac{q(z')}{|z - z'|^3} (z - z'). \end{aligned} \quad (4)$$

Сделаем замену переменных. В первом интеграле  $x = z - z'$ , во втором  $-x = z' - z$ . Тогда

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} dx q(z - x) \frac{x}{|x|^3} - \int_0^{\infty} dx q(z + x) \frac{x}{|x|^3} &= \\ = \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2} [q(z - x) - q(z + x)]. \end{aligned} \quad (5)$$

Этот интеграл можно вычислить с логарифмической точностью. Разложим  $q(z - x)$  и  $q(z + x)$  в ряд по  $x$ , оставив два члена разложения:

$$\begin{aligned} q(z - x) &= q(z) + x \frac{\partial q}{\partial z}; \\ q(z + x) &= q(z) - x \frac{\partial q}{\partial z}. \end{aligned} \quad (6)$$

Таким образом, интеграл (3)

$$\int_0^{\infty} dz' \frac{q(z', t)}{|z - z'|^3} (z - z') \approx -2 \frac{\partial q}{\partial z} \int_0^{\infty} \frac{dz'}{z'}. \quad (7)$$

Этот интеграл расходится (логарифмически) и на нижнем, и на верхнем пределах. Чтобы избавиться от расходимости на верхнем пределе, необходимо ограничиться той областью, где функция существенно меняется. Существенно изменяться эта функция будет тогда, когда разница между расстояниями, пройденными волной и пучком электронов, будет равна длине волны в системе:

$$l = \frac{\lambda v_0}{v_{\text{сп}} - v_0},$$

где  $\lambda$  — длина волны в системе.

Расходимость на нижнем пределе можно устранить, если интегрирование начинать с того расстояния, на котором функция  $q(z, t)$  не меняется. В качестве такого расстояния можно взять радиус пучка электронов  $a$ . Тогда выражение (7) примет вид

$$F_{\text{п.з}}(z, \tau) = 2l \frac{\partial q}{\partial z} \ln \frac{l}{a}. \quad (8)$$

Подставляя в (8) линейную плотность заряда  $q(z, t)$  из (2) и произведя необходимые вычисления, получим

$$F(z, \tau) = -2I_0 l x \left( \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{v(z, \tau)} - \frac{2x}{v(z, \tau)} \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{1}{v(z, \tau)} + \right. \\ \left. + \frac{x^2}{v^2(z, \tau)} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \int_0^z \frac{dz'}{v(z', \tau)} \right) \ln \frac{l}{a}, \quad (9)$$

где

$$x = \frac{1}{1 + \frac{\partial}{\partial \tau} \int_0^z \frac{dz'}{v(z', \tau)}}. \quad l = \frac{\lambda v_0}{|v_0 - v_{\text{сп}}|}. \quad (10)$$

Перейдя к безразмерным переменным, определенным в [5], получим:

$$F(\varphi, \xi) = -\sigma x \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{1}{v} - \frac{x}{\pi v} \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{1}{v} + \frac{x^2}{4\pi^2 v^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \int_0^\varphi \frac{d\varphi'}{v(\varphi', \xi)} \right), \quad (11)$$

где

$$\sigma = \frac{2I_0 l}{m v_0^3} \ln \frac{l}{a} \quad (12)$$

можно назвать параметром пространственного заряда. С учетом его изменится только уравнение движения электронов. Уравнение для баланса потока энергии останется прежним.

Итак, нелинейные уравнения ЛБВ с учетом сил расталкивания в безразмерных переменных имеют вид

$$v \frac{\partial v}{\partial \varphi} = f \sqrt{1 + 2\eta \int_0^1 (1 - v^2) d\xi} \cos \left( \beta \varphi - \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi'}{v(\varphi', \xi)} - 2\pi \xi \right) - \sigma x \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{1}{v} - \frac{x}{\pi v} \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{1}{v} + \frac{x^2}{4\pi^2 v^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi'}{v(\varphi', \xi)} \right); \quad (13)$$

$$\varepsilon^2(\varphi, \xi) = 1 + 2\eta \int_0^1 (1 - v^2) d\xi.$$

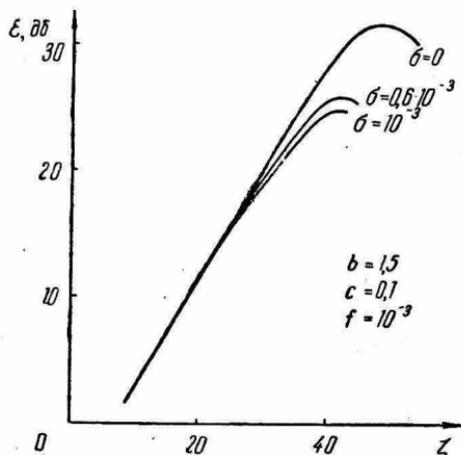


Рис. 1.

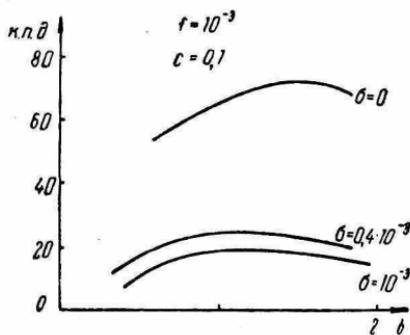


Рис. 2.

Таким образом, задача сводится к решению нелинейных уравнений (13). Эти уравнения решены численным методом на ЭВЦМ типа М-220. Результаты расчетов приводятся на рис. 1 и 2.

На рис. 1 показаны типичные зависимости нормализованного напряжения ВЧ поля  $\varepsilon(\varphi, \xi)$  от расстояния при конечном значении входного сигнала. Графики построены для трех значений параметра пространственного заряда  $\sigma$ . Из графиков видно, что чем больше  $\sigma$ , тем меньше уровень максимального усиления и тем меньше длина, необходимая для достижения максимальной мощности.

Результаты численных расчетов к. п. д. при насыщении представлены в виде зависимостей от параметра несинхронности  $b$  для различных значений параметра пространственного заряда  $\sigma$ . Такие графики приведены на рис. 2 для трех значений  $\sigma$ :  $\sigma = 0$ ,  $\sigma = 0,4 \cdot 10^{-3}$ ,  $\sigma = 10^{-3}$ .

Из рисунка ясно видно, что наибольший к. п. д. достигается при определенных значениях параметра  $b$ . С увеличением  $\sigma$  максимальное значение к. п. д. уменьшается и сдвигается в сторону

меньших  $b$ . Кулоновские силы препятствуют образованию сгустков. Поэтому рост  $\sigma$  вызывает увеличение геометрических размеров сгустков, уменьшение относительной плотности заряда в них, приводит к падению к. п. д. лампы.

Полученные уравнения позволяют значительно сократить время для расчетов на ЭЦВМ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дж. Е. Роу. Теория нелинейных явлений в приборах СВЧ. Изд-во «Советское радио», 1969.
  2. Г. Ф. Филимонов, Ю. Н. Бадлевский. Нелинейное взаимодействие электронных потоков и радиоволн в ЛБВ. Изд-во «Советское радио», 1971.
  3. М. Б. Цейтлин, А. М. Кац. Лампа с бегущей волной. Изд-во «Советское радио», 1964.
  4. Л. А. Вайнштейн. «Радиотехника и электроника», т. 2, № 7, 1957.
  5. С. Р. Кельнер, Т. Р. Шаворыкина. Нелинейные процессы в ЛБВ с энергетической точки зрения. «Радиотехника», 1972, № 22.
-