НЕЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВУЛУЧЕВОЙ ЛБВ В СЛУЧАЕ УСИЛЕНИЯ СЛОЖНЫХ СИГНАЛОВ

В. Г. Шульга, М. Ф. Степко, Б. Н. Бондаренко

Донецк

В данной работе получены нелинейные уравнения двулучевой ЛБВ в случае, если на вход ее подаются одновременно несколько сигналов, отличающихся по мощности. Подобные условия работы возникают в усилителях, где ЛБВ должны работать при одновременном совмещении условий максимального к. п. д. и минимально допустимых нелинейных эффектов. Присутствие посторонних сигналов ухудшает параметры ЛБВ усилителей, при этом возникает эффект подавления сильными сигналами слабых, а также эффект перекрестной модуляции.

Наличие двух разноскоростных электронных потоков открывает хорошие перспективы использования таких систем для подчеркивания или, наоборот, для подавления определенных частотных составляющих сложных сигналов. Перспективно использование двулучевой ЛБВ в качестве эффективного электронного преобразователя частоты. При таком использовании двулучевой ЛБВ определяющим фактором в выборе разности скоростей электронных потоков являются уже оптимальные условия синхронизма пучков с фазовыми скоростями соответствующих частотных составляющих сигнала, а не условия максимального электронноволнового взаимодействия.

Рассматриваемая система состоит из замедляющей системы (в данном случае спираль радиуса a), которую пронизывают два разноскоростных электронных потока. Радиусы потоков одинаковы $b_1 = b_2 = b$. Обозначим плотности токов пучков j_1 и j_2, а суммарный ток $j_\Sigma = j_1 + j_2$. Считаем, что функции распределения токов по поперечному сечению ψ_1 и ψ_2 не зависят от азимутальной координаты, а токи связаны соотношением

$$i_{1,2} = \int\limits_{S_{1,2}} j_{1,2}\, dS,$$

где S_1, S_2 — площади поперечных сечений пучков. Из условий нормировки следует, что $i_\Sigma = i_1 + i_2$.

На вход такой системы подается m гармонических сигналов с частотами $\omega_1 \omega_2, \ldots, \omega_m$.

Как известно [1], комбинационный спектр нескольких гармонических сигналов

$$y = y_0 + \mathrm{Re} \sum_{k_1 k_2 \ldots k_m} y_{k_1 k_2 \ldots k_m} e^{it(k_1\omega_1 + k_2\omega_2 + \ldots + k_m\omega_m)}, \tag{1}$$

где y — мгновенное значение сложного сигнала; $y_{k_1 k_2 \ldots k_m}$ — комплексная амплитуда комбинационной составляющей сигнала; $k_1 k_2 \ldots k_m$ — целые числа, изменяющиеся в пределах от $-\infty$ до $+\infty$.

Сумма берется таким образом, чтобы $\sum_{p=1}^{m} k_p\omega_p > 0$. Комбинационные составляющие, для которых $\sum_{p=1}^{m} k_p\omega_p = 0$, включены в y_0. Основные характеристики пучков (погонная плотность заряда τ, плотность тока j, скорость электронов v) также могут быть записаны в виде ряда (1) с заменой y на τ, j, v соответственно. Выражения для токов первого и второго пучков запишутся в виде

$$i_{1,2}(z, t) = I_{1,20} + \mathrm{Re}\sum_B i_{1,2B} e^{it\sum_p k_p\omega_p}, \qquad (2)$$

где последовательность индексов $k_1k_2\ldots k_m$, определяющих комбинационную частоту, заменена на B. Вводя обозначения и решая уравнения Максвелла, получим следующее выражение для продольной составляющей электрического поля E_{zB} на B-ой комбинационной частоте:

$$E_{zB} = \sum_n \frac{R^0_{nB}\Gamma_{nB}}{\Gamma^2_{nB} - \Gamma^{(B)^2}_1} \varphi_{nB} i_{1B}\psi_{1nB} + \sum_n \frac{R^0_{nB}\Gamma_{nB}}{\Gamma^2_{nB} - \Gamma^{(B)^2}_2} \varphi_{nB} i_{2B}\varphi_{2nB} + + \frac{i i_{1B}\psi_{1nB}}{\varepsilon_0\omega_B S_1} + \frac{i i_{2B}\psi_{2nB}}{\varepsilon_0\omega_B S_2}, \qquad (3)$$

где ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума;

Γ_{nB} — постоянная распространения «холодной» волны на B-й комбинационной частоте;

φ_{nB} — безразмерная функция распределения поля «холодной» волны по поперечному сечению;

$$\psi_{1nB} = \frac{1}{S_1}\int_{S_1} \varphi_{nB}\psi_1 dS; \qquad \psi_{2nB} = \frac{1}{S_2}\int_{S_2} \varphi_{nB}\psi_2 dS;$$

$$i = \sqrt{-1}. \qquad (4)$$

Выделяя резонансную часть и усредняя поле (3) по сечениям каждого из пучков, получим

$$E_{lB} = E_{0B}\frac{\psi_{l0B}}{\psi_0} + p^2_{l1B}\frac{i i_{1B}}{\varepsilon_0\omega_B S_{l1}} + p_{l2B}\frac{i i_{2B}}{\varepsilon_0\omega_B S_{l2}}. \qquad (5)$$

Здесь $p_{l,1,2B}$ — коэффициент депрессии на B-й комбинационной составляющей сложного сигнала;

l — принимает значения 1 или 2.

Уравнение возбуждения для B-й комбинационной составляющей электрического поля имеет вид

$$\frac{d^2E_{0B}}{dz^2} - \Gamma^2_{0B}E_{0B} = K_{0B}\Gamma_{0B}\beta^2_{0B}(i_{1B} + i_{2B}). \qquad (6)$$

Введем следующие обозначения:

$$I_{1B}=\frac{i_{1B}}{I_{10}};\ I_{2B}=\frac{i_{2B}}{I_{20}};\ v_{10}=v_0(1+\mathrm{ch});\ v_{20}=v_0(1-\mathrm{ch});$$

$$\frac{v_0^2}{2\eta}=U_0;\ \eta=\frac{e}{m};\ f_B=\frac{\eta F_{0B}}{\omega v_0};\ I_0=\frac{I_{10}+I_{20}}{2};$$

$$C_B^3=\frac{I_0K_{0B}}{4U_0};\quad C^3=\frac{I_0K}{4U_0};$$

$$\omega_B=\omega\sum_p k_p\alpha_p;\quad \alpha_p=\frac{\omega_p}{\omega};\quad \xi=\frac{\omega z}{v_0};\quad \varphi=\omega t;$$

K_{0B} — сопротивление связи на B-й комбинационной частоте; ω — некоторая опорная частота (обозначим ее ω_1); $K\equiv\equiv K_{1\underbrace{00\ldots0}_{m-1}}$.

Полагая, что постоянные составляющие плотностей пространственного заряда для первого и второго электронных потоков равны, перепишем уравнение (6) в виде

$$\frac{d^2f_B}{d\xi^2}+\left(\sum_p k_p\alpha_p\right)^2(1+C_Bb_B)^2f_B=$$

$$=2iC_B^3(1+C_Bb_B)^3\left(\sum_p k_p\alpha_p\right)^3[I_{1B}(1+\mathrm{ch})+I_{2B}(1-\mathrm{ch})],\qquad(7)$$

где

$$b_B=\frac{v_0-v_{\text{ф}B}}{C_Bv_{\text{ф}B}};\quad \beta_{lB}=\frac{\omega_1\sum\limits_p k_p\alpha_p}{v_0};$$

$$\beta_{0B}=\frac{\omega_B}{v_{\text{ф}B}};\quad (1+C_Bb_B)=\frac{\beta_{0B}}{\beta_{lB}}.$$

К медленно меняющимся амплитудам переходим по следующим формулам:

$$F_B=\frac{f_B}{C_B^2}e^{i\xi\sum\limits_p k_p\alpha_p};\quad I_{1B}=I_{1B}e^{i\xi\sum\limits_p k_p\alpha_p};\quad I_{2B}=I_{2B}e^{i\xi\sum\limits_p k_p\alpha_p}$$

После замены ξ на $\frac{\theta}{C}$ уравнение (7) принимает вид

$$C_B\frac{d^2F_B}{d\theta^2}-2i\frac{C_B}{C}\sum_p k_p\alpha_p\frac{dF_B}{d\theta}+\left(\frac{C_B}{C}\right)^2\times$$

$$\times\left(\sum_p k_p\alpha_p\right)^2[2b_B+C_Bb_B^2]F_B=2i\left(\frac{C_B}{C}\right)^2\times$$

$$\times(1+C_Bb_B)^3\left(\sum_p k_p\alpha_p\right)^3[(1+\mathrm{ch})I_{1B}+(1-\mathrm{ch})I_{2B}].\qquad(8)$$

Переходим к записи уравнений движения. Учитывая, что на электроны каждого из пучков действует сила со стороны всех комбинационных составляющих продольного электрического поля, уравнения движения электронов-дисков первого и второго пучков в безразмерных величинах записываются следующим образом:

$$\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial\theta^2} = -\left(\frac{1}{1-\mathrm{ch}} + C\frac{\partial\Phi_1}{\partial\theta}\right)^3 \mathrm{Re}\sum_B\left[\frac{C_B^2}{C^2}F_B + iq(1+\mathrm{ch})\frac{p_{1B}^2 I_{1B}}{\sum\limits_p k_p\alpha_p} + iq(1-\mathrm{ch})\frac{p_{2B}^2 I_{2B}}{\sum\limits_p k_p\alpha_p}\right]e^{i\left(\Phi_1 - \frac{\theta h}{1-\mathrm{ch}}\right)\sum\limits_p k_p\alpha_p}; \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2\Phi_2}{\partial\theta^2} = -\left(\frac{1}{1-\mathrm{ch}} + C\frac{\partial\Phi_2}{\partial\theta}\right)^3 \mathrm{Re}\sum_B\left[\frac{C_B^2}{C^2}F_B + iq(1+\mathrm{ch})\frac{P_{1B}^2 I_{1B}}{\sum\limits_p k_p\alpha_p} + iq(1-\mathrm{ch})\frac{p_{2B}^2 I_{2B}}{\sum\limits_p k_p\alpha_p}\right]e^{i\left(\Phi_2 + \frac{\theta h}{1-\mathrm{ch}}\right)\sum\limits_p k_p\alpha_p}, \quad (10)$$

где

$$\Phi_1 = \varphi_1 - \xi + \frac{\theta h}{1+\mathrm{ch}};\quad \Phi_2 = \varphi_2 - \xi - \frac{\theta h}{1-\mathrm{ch}};$$

$$q = \frac{\omega_\beta^2}{C^2\omega_1^2};\quad \omega_\beta^2 = \frac{\eta\varphi_0}{\varepsilon_0}.$$

Для полноты системы уравнений (8), (9), (10) ее необходимо дополнить выражением, связывающим B-ю комбинационную составляющую тока пучка с полным током. Так как ряд [1] представляет, в общем случае, квазипериодическую функцию, то для $I_{1,2B}$ имеем [2]

$$I_{1B} = \lim_{\lambda\to\infty}\frac{1}{\pi\lambda}\int\limits_0^{2\pi\lambda} e^{-i\sum\limits_p k_p\alpha_p\left(\Phi_1 - \frac{\theta h}{1-\mathrm{ch}}\right)}d\varphi_{01}; \quad (11)$$

$$I_{2B} = \lim_{\lambda\to\infty}\frac{1}{\pi\lambda}\int\limits_0^{2\pi\lambda} e^{-i\sum\limits_p k_p\alpha_p\left(\Phi_2 + \frac{\theta h}{1-\mathrm{ch}}\right)}d\varphi_{02}. \quad (12)$$

Здесь $\lambda = \frac{T}{2\pi}$; T — период суммарного биения;

φ_{01} и φ_{02} — фазы влета электронов-дисков в сечение $z = 0$.

Уравнения (8), (9), (10), (11), (12) представляют систему нелинейных уравнений двулучевой ЛБВ, учитывающих сложную структуру входного сигнала. Основное отличие между соответствующими уравнениями для одного гармонического сигнала и многих сигналов заключается в том, что полученные уравнения учитывают не только гармонические, но и все комбинационные частоты сигнала. Данная система может быть решена известными численными методами при следующих начальных условиях:

$$\theta = 0; \quad \Phi_{1,2} = \varphi_{1,20}; \quad \frac{\partial \Phi_{1,2}}{\partial \theta} = 0; \quad F_B = A_B.$$

Полученные выше обобщенные нелинейные уравнения двулучевой ЛБВ пригодны для анализа усиления сложных сигналов. На основании решений данной системы могут быть изучены нелинейные характеристики двулучевой ЛБВ, взаимное влияние усиливаемых сигналов и рассчитаны ее выходные спектры.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Щербаков. «Вопросы радиоэлектроники», сер. 1, «Элекроника», вып. 2, 1965.
2. З. Г. Бор. Почти-периодические функции. Гостехиздат, 1934.