

К ВОПРОСУ О РАСЧЕТЕ АМПЛИТУДНОГО СПЕКТРА ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ГАРМОНИК ПЛОСКИХ ГРЕБЕНЧАТЫХ СИСТЕМ

А. В. Сова, В. В. Старостенко, А. Г. Шеин

Харьков

Гребенчатые замедляющие системы находят широкое применение в приборах СВЧ и достаточно полно освещены в литературе [1—4]. Авторы в основном анализируют наиболее длинноволновые полосы пропускания с целью выяснения закономерностей влияния различных факторов на дисперсию и сопротивление связи. Появившиеся в литературе сведения о возможности использования высших полос пропускания в приборах [1, 5] и необходимость анализа их характеристик при наличии интерферирующих видов колебаний приводят к необходимости не только качественного описания дисперсии, но и к определению величины амплитуд пространственных гармоник в основной и высших полосах пропускания.

В связи с этим в данной работе приводятся результаты, определяющие некоторые особенности расчета характеристик плоских гребенчатых замедляющих систем.

Рассмотрим одноступенчатую гребенку, являющуюся предельным случаем разнорезонаторной системы. Используя электродинамический метод сшивания полей на границах простых областей, получаем следующее дисперсионное уравнение в предположении распространения только LE -волн (достаточно большая глубина резонаторных областей по отношению к периоду):

$$i\delta_p b_p \frac{\operatorname{ctg} \alpha_p h}{\alpha_p} = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} b_n \frac{\operatorname{cth} \gamma_s g}{\gamma_s} I^{sn} (I^{sp})^* \quad (1)$$

где

$$I^{sq} = 2l \frac{\beta_s l}{\beta_s^2 l^2 - \pi^2 q^2} \sin \frac{\beta_s l + \pi q}{2} e^{-i \frac{\pi q}{2}};$$

$$\delta_p = \begin{cases} 1 & \text{при } p = 0 \\ 0,5 & \text{при } p \geq 1 \end{cases}; \quad p, q = 0, 1, 2, \dots$$

Для решения уравнения (1) необходимо, чтобы

$$\det \{\mu_{pm}^s\} = 0, \quad (2)$$

(μ_{pn}^s — коэффициенты при неизвестных величинах амплитуд собственных типов волн в резонаторных областях).

Единственность решения краевой задачи (в случае удовлетворения всем граничным условиям) определяется единственностью решения бесконечной системы уравнений (1), которая имеет

естественное ограниченное решение, и, кроме того, для решения которой можно использовать метод редукции, если она принадлежит к классу вполне регулярных систем [6]. Анализ показывает, что (1) принадлежит к классу вполне регулярных систем не только при $l = L$ [9], но и при любых других величинах размера щели l , в частности, и при $l \rightarrow 0$.

Для доказательства этого положения воспользуемся следующей теоремой [6]:

Теорема. Если имеется последовательность бесконечных систем

$$x_p = \sum_{n=1}^{\infty} c_{pn} x_n + d_p^i,$$

свободные члены которых ограничены в совокупности

$$|d_p^i| \leq M, \quad i, p = 1, 2, 3, \dots$$

и при $i \rightarrow \infty$ стремится хотя и неравномерно к нулю, т. е.

$$\lim_{i \rightarrow \infty} d_p^i = 0,$$

то и ограниченное решение этих систем x_p при $i \rightarrow \infty$ стремится к нулю.

Уравнение (1) можно переписать в виде

$$x_p = \frac{\alpha_p}{iL b_p \operatorname{ctg} \alpha_p h} \left\{ \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{cth} \gamma_s g}{\gamma_s} I_{s0} (I_{sp})^* + \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} x_p \frac{\operatorname{cth} \gamma_s g}{\gamma_s} I_{sn} (I_{sp})^* \right\}, \quad (3)$$

где $x_p = b_p/b_0$. Образовав бесконечную последовательность отрезков $l = L/i$ ($i = 1, 2, \dots$) так, что при $i \rightarrow \infty$ $l \rightarrow 0$, находим предел свободных членов уравнения (3):

$$\lim_{\substack{i \rightarrow \infty \\ (l \rightarrow 0)}} \left\{ \frac{\alpha_p}{iL \operatorname{ctg} \alpha_p h} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{cth} \gamma_s g}{\gamma_s} I_{s0} (I_{sp})^* - \delta_p' \right\} = 0, \quad (4)$$

$$\delta_p' = \begin{cases} 1 & \text{при } p = 0; \\ 0 & \text{при } p \neq 0. \end{cases}$$

Уравнение (1) записано относительно амплитуд полей в резонаторных областях. Это вызвано тем, что амплитуды собственных типов волн в них быстро уменьшаются с ростом номера p , и при этом порядок определителя (2) может быть небольшим при получении достаточно точного решения. Для иллюстрации этого в таблицах 1—3 приводятся результаты расчета корней k уравнения (2) в первых двух полосах пропускания гребенчатой замедляющей системы при различных s и n .

Таблица 1

 $h = 5; l = 0,5; g = 1; \beta = \pi$ 1-я полоса пропускания

$s \backslash n$	0	1	2	4	6
0	0,3061919	0,3073906			
0 ± 10	0,297906	0,297906	0,298259	0,298312	
0 ± 20	0,2978995	0,2978995	0,298249	0,298328	0,298675

Таблица 2

 $h = 5; l = 0,5; g = 1; \beta = \pi$ 2-я полоса

$s \backslash n$	0	1	2	4
0	0,917725	0,921505		
0 ± 10	0,89286	0,892864	0,893929	0,894175
0 ± 20	0,892846	0,892846	0,8938995	0,894135

Таблица 3

 $h = 5; l = 0,5; g = 1; \beta = \pi$ 1-я полоса

$s \backslash n$	0	1	2	4
0	0,294372	0,296204		
0 ± 10	0,289884	0,290261	0,290572	0,304720
0 ± 20	0,289878	0,290254	0,290562	0,304750

Как следует из полученных результатов, изменение количества учитываемых пространственных гармоник от одной до сорока приводит к уменьшению волновых чисел на 2,8% (при $n = 0$), в то время как различие в k при учете только стационарного поля в резонаторе ($n = 0$) и 41-й пространственной гармоники ($s = 0, \pm 1, \dots \pm 20$), а также учете шести собственных типов волн в резонаторных областях ($n = 0, 1, \dots 6$) при том же количестве s составляет менее 0,3%, а со значением корня k при $n = 0, s = 0$ — 2,7%.

При доказательстве единственности решения системы (1) мы пользовались неизвестными $x_n = b_n/b_0$. Аналогично можно доказать, что существует единственное и ограниченное решение, за исключением окрестностей отдельных точек ($\beta_0 \approx k$) и относительно неизвестных a_s/a_0 . Нормировкой к гармонике, у которой $\beta_s \neq k$, можно добиться того, что бесконечная система уравнений (2) будет принадлежать к классу вполне регулярных во всех точках дисперсионной характеристики.

Для сравнения свойств замедляющих систем с различными параметрами необходимо знать абсолютные величины амплитуд пространственных гармоник, которые определяются по заданной величине потока энергии. Полагая $P = 1$ (P — поток энергии

через поперечное сечение замедляющей системы), получаем следующее выражение для амплитуды основной ($s = 0$) гармоники

$$a_0 = \left\{ k^3 g \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left(\frac{a_s}{a_0} \right) \left(\frac{a_m}{a_0} \right)^* \beta_s \times \right. \\ \left. \left[\frac{\sin(\gamma_s - \gamma_m^*) g}{(\gamma_s - \gamma_m^*) g} \leftrightarrow \frac{\sin(\gamma_s + \gamma_m^*) g}{(\gamma_s + \gamma_m^*) g} \right]^{-\frac{1}{2}} \right. \\ \left. \times \frac{1}{\gamma_s \gamma_m^* \sin \gamma_s g \cdot \sin \gamma_m^* g} \right\}$$

При исследовании влияния параметров замедляющей системы на абсолютные величины пространственных гармоник при $\varphi = \pi$ a_0 целесообразно находить из выражения для энергии, запасаемой в ячейке системы:

$$a_0 = k^{-2} \left\{ \frac{g}{L} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \left| \frac{a_s}{a_0} \right|^2 \frac{\sin 2\gamma_s g}{2\gamma_s g} + \right. \\ \left. + \frac{h}{l} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left(\frac{a_s}{a_0} \right) \left(\frac{a_m}{a_0} \right)^* R \right\}^{-\frac{1}{2}}; \\ R = \left| \frac{\alpha_n}{\text{ctg } \alpha_n h} \right|^2 \frac{\text{ctg } \gamma_s g \text{ ctg } \gamma_m^* g}{\gamma_s \gamma_m^*} J_{sn} (J_{mn})^*.$$

В этом случае нормировка амплитуд гармоник плоских замедляющих систем совпадает с нормировкой, применяемой для вычисления абсолютных величин кольцевых систем [7].

На рис. 1, а представлена зависимость изменения абсолютной амплитуды нулевой пространственной гармоники в зависимости от сдвига фазы поля на период системы в различных полосах пропускания. Как и следовало ожидать, в режиме «скольжения» ($n = c/v_{\phi} = 1$) $a_0 = 0$, а функция a_s/a_0 имеет разрыв в данной точке (рис. 1, б). Это означает, что амплитуды пространственных гармоник имеют конечные величины.

На рис. 2 приведены зависимости a_0 при изменении геометрических размеров системы. В частности, из рис. 2 следует, что при $l \rightarrow 0$ амплитуда a_0 стремится к нулю. Это означает, что, несмотря на возрастание относительных величин пространственных гармоник $|a_s/a_0|$ ($\lim_{l \rightarrow \infty} |a_s/a_0| \rightarrow 1$) [4], их абсолютные величины

стремятся к нулю ввиду уменьшения количества энергии, запасаемой в резонаторных областях. В то же время $\lim_{h \rightarrow 0} a_0 = 0$,

т. е. волна в периодической системе трансформируется в ТЕМ-волну между двумя плоскостями, при этом $\lim_{h \rightarrow 0} |a_s/a_0| \rightarrow 0$ для всех s . Последнее условие, кстати, не соблюдается в работе [4] в результате увеличения погрешности расчета при уменьшении

l и h . Для получения достоверных результатов необходимо, чтобы точность определения корня была на два порядка выше значений определителей Δ_n и Δ (где Δ — главный минор $\det(2)$, а Δ_n — определитель Δ , у которого n -й столбец заменен минус единицами). При $l < 0,1$ или $h < 0,5$ порядок Δ и Δ_n равен 10^{-8} .

Размер пространства взаимодействия на величину влияет незначительно.

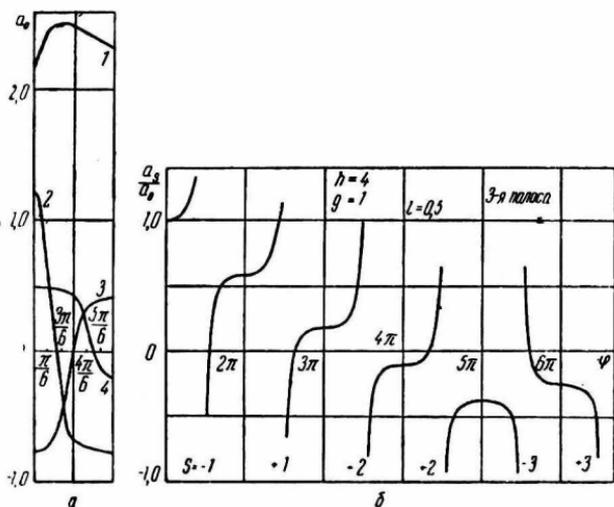


Рис. 1.

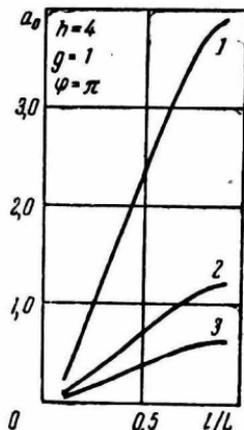


Рис. 2.

Надо отметить, что амплитудный спектр пространственных гармоник в высших полосах не подчиняется закону $\sin x/x$, как в основной полосе, и его нельзя так просто промоделировать с помощью известных функций. Вследствие этого для количественного анализа вклада пространственных гармоник в общее поле приходится решать строгую задачу. Отметим, что полученные результаты справедливы и для разнорезонаторных систем.

Итоги данной работы могут быть использованы при разработке и конструировании приборов СВЧ, а также для выяснения физических закономерностей их работы в высших полосах пропускания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Самохин, Р. А. Силин. Дисперсия и сопротивление связи замедляющих систем на высших типах волн. Сб. «Электронная техника», серия I, «Электроника СВЧ», вып. 7, 1968.
2. Р. А. Силин, В. П. Сазонов. Замедляющие системы. Изд-во «Советское радио», 1966.
3. Магнетроны сантиметрового диапазона, т. 1. Изд-во «Советское радио», 1951.

4. Л. М. Бузик, В. В. Гаплевский. Расчет амплитудного спектра пространственных гармоник плоской гребенчатой замедляющей системы. Сб. «Электронная техника», серия 1, «Электроника СВЧ», вып. 12, 1967
5. Strauss W., Kroll N., Proc. IEEE, 52, 8, 1964.
6. А. В. Канторович, В. И. Крылов. Приближенные методы анализа. Гостехиздат, 1949.
7. В. В. Минич, П. Н. Кошек. Оценка эффективности пространственных гармоник различных видов колебаний магнетрона. Сб. «Электронная техника», серия 1, «Электроника СВЧ», вып. 3, 1968.
8. Е. С. Коваленко. Об одном методе расчета периодически нагруженных волноводов. «Изв. вузов, Радиотехника», 1965, VIII, 4.