

К ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ЛБВО В ДВУХЧАСТОТНОМ РЕЖИМЕ

А. Г. Шейн

Харьков

Одной из наиболее важных областей применения ЛБВ о-типа являются системы связи, когда одновременно много сигналов поступают на вход усилителя. При этом возникает необходимость в знании поведения каждого сигнала вдоль длины лампы, его искажений, перекрестной АМ и ФМ модуляции, появления гармонических составляющих сигнала на выходе прибора. В работах [1, 2, 3, 4] авторы, рассматривая нелинейную теорию ЛБВО при наличии многих сигналов на входе, особое внимание уделяли выяснению именно этих факторов, не вдаваясь в подробности процесса усиления каждого сигнала в отдельности. Кроме того, утвердившаяся в литературе практика фиксации величины пространственного заряда QC и параметра усиления Пирса S на различных частотах также не позволяет правильно оценить диапазон рабочих частот и величину параметра нарастания сигнала при выбранном электрическом режиме ЛБВ.

Поэтому в данной работе сделана попытка на основе линейной теории решить задачу о процессах взаимодействия двух сигналов с близкими частотами. В случае большого разноса частот, когда $f_1 \approx nf_2$, появляется необходимость в учете параметрических взаимодействий на частотах $mf_1 \pm pf_2$ [5, 6], чего

можно избежать при $\left|1 - \frac{f_1}{f_2}\right| \ll 1$.

Одночастотный режим работы ЛБВО

В хорошо известной линейной теории ЛБВО Дж. Пирса [7] показано, что существуют области параметров холодного рассинхронизма b для заданных величин параметра пространственного заряда QC при отсутствии потерь в замедляющей системе, в которых возможно распространение нарастающих волн. Однако, если учесть, что реальная замедляющая система обладает дисперсией, а сопротивление связи изменяется с частотой, решение дисперсионного уравнения (VII. 13) [7] определяет более широкую

область холодного рассинхронизма, в которой можно получить усиление сигнала. Для иллюстрации этого положения на рис. 1, б приведены кривые изменения вещественных и мнимых частей решений уравнения в трехволновом приближении (взаимодействие волн пространственного заряда с обратной волной в замедляющей системе отсутствует) с учетом дисперсионных свойств спиральной замедляющей системы. Данные расчета показывают, что параметр усиления C и параметр QC также изменяются по диапазону (рис. 1, а). Следовательно, данные Дж. Пирса можно использовать только для выбора рабочей точки на характеристике, т. е. отыскания электрического режима работы ЛБВ. Если же параметры пучка заданы (I_0 , V_0 и т. д.), для определения области работы прибора в каждом конкретном случае расчет необходимо производить отдельно.

При всех вычислениях предполагалось, что $|I_0| = 0,14$ а, отношение $a/d = 1,5$; аксиально-симметричный электронный поток радиуса d распространяется в спиральной замедляющей системе ($\text{ctg } \theta = 10$) радиуса a , коэффициент редукции рассчитывался по соотношениям работы [8].

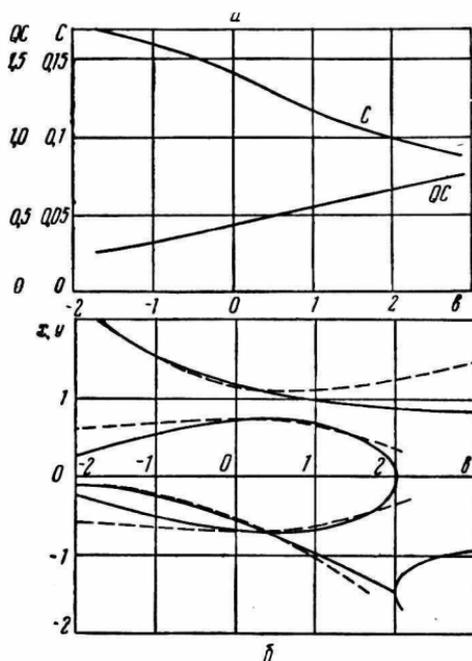


Рис. 1. Сравнение зависимостей для односигнальной ЛБВ с учетом и без учета дисперсии замедляющей системы: а — кривые изменения C и QC с учетом дисперсионных свойств спиральной замедляющей системы; б — сравнение решений уравнения (VII. 13) [7] при фиксированных величинах C и QC и при учете их изменения по диапазону.

Двухчастотный режим работы ЛБВО

Для теоретического анализа свойств ЛБВО при наличии двух входных гармонических сигналов используем метод связанных волн [8, 9], позволяющий достаточно наглядно представить и объяснить основные расчетные соотношения.

Предположим, что в замедляющей системе распространяются два гармонических сигнала с различными частотами ω_1 и ω_2 . При наличии электронного потока каждый из этих сигналов возбуждает волны пространственного заряда, которые, в свою очередь, влияют на волны в замедляющей системе. Учитывая,

что общее поле пространственного заряда представляется теперь в виде суперпозиции двух полей, модифицированные уравнения система—пучок должны включать оба тока:

$$\frac{dU_{sn}}{dz} = -j\omega_n L_n I_{sn};$$

$$\frac{dI_{sn}}{dz} = -j\omega_n C_n U_{sn} + \frac{\partial}{\partial z} \sum_{m=1}^2 (-J_{1m}) e^{j(\omega_m - \omega_n)t}, \quad (1)$$

где I_{1m} — переменная составляющая конвекционного тока m -го сигнала;

U_{sn}, I_{sn} — напряжение и ток в замедляющей системе;

L_n, C_n — распределенные индуктивность и емкость эквивалентной линии соответственно.

Для того, чтобы уравнения (1) были справедливы, необходимо, чтобы величины переменных составляющих конвекционных токов обоих сигналов были сравнимы по величине, т. е. приводимая здесь теория справедлива только при сравнимых по величине амплитудах входных сигналов.

В свою очередь электронный поток движется в поле двух сигналов, в связи с чем уравнения для пучка принимают вид

$$\left(\frac{d}{dz} + j\beta_{en}\right) U_{1n} = -j\beta_q Z_{en} J_{1n} + \frac{\partial}{\partial z} \sum_{m=1}^2 U_{sn} e^{j(\omega_m - \omega_n)t};$$

$$\left(\frac{d}{dz} + j\beta_{en}\right) J_{1n} = -j \frac{\beta_q}{Z_{en}} U_{1n}. \quad (2)$$

Здесь U_{1n} — кинетический потенциал потока [8].

Преобразуя (1) и (2) к форме нормальных волн, получаем восемь уравнений относительно амплитуд быстрой (a_{1n}^+), медленной (a_{1n}^-)-волн пространственного заряда, прямой и обратной (a_{0n}^\pm)-волн в замедляющей системе

$$\left(\frac{d}{dz} \pm j\beta_{0n}\right) a_{0n}^\pm = -c_{nn} \sum_{m=1}^2 \left(\frac{\omega_m}{\omega_n}\right)^{1/2} (a_{1m}^+ - a_{1m}^-) e^{j(\omega_m - \omega_n)t};$$

$$\left[\frac{d}{dz} + j(\beta_{en} \mp \beta_q)\right] a_{1n}^\pm = - \sum_{m=1}^2 C_{mm} \left(\frac{\omega_n}{\omega_m}\right)^{1/2} (a_{0m}^+ + a_{0m}^-) e^{j(\omega_m - \omega_n)t}. \quad (3)$$

Амплитуды нормальных волн вводятся с помощью соотношений

$$a_{1n}^\pm = \frac{1}{2\sqrt{Z_{en}}} [U_{1n} \pm Z_{en} (-J_{1n})], \quad (4)$$

$$a_{0n}^\pm = \frac{1}{2\sqrt{Z_{0n}}} (U_{sn} \pm Z_{0n} I_{sn}), \quad (5)$$

а коэффициент связи c_{nn} [8] равен $j \frac{\beta_{en} C_n}{\sqrt{2} (4Q_n C_n)^{1/2}}$.

Анализируя коэффициенты преобразования F [9], характеризующие степень связи различных волн, можно прийти к заключению, что связь между обратными волнами в замедляющей системе и волнами пространственного заряда при $C \ll 1$ и $QC > C^2$ пренебрежимо мала. Поэтому, опуская в (3) все амплитуды a_{0n} приходим к системе шести уравнений. Это означает, что в ЛВВО при наличии двух сигналов распространяется шесть «горячих» волн, определяемых взаимодействием нормальных волн пучка и замедляющей системы. Приводя систему шести дифференциальных уравнений к алгебраическому уравнению посредством следующих подстановок:

$$\frac{d}{dz} = -j\Gamma, \quad \Gamma = \beta_e (1 - C_1 \delta),$$

C_1 — параметр усиления Пирса для первого сигнала;

$$\beta_{01} = \beta_{e1} (1 + C_1 b_{01}); \quad \frac{\beta_q}{\beta_{e1}} = C_1 \sqrt{4QC};$$

$$\beta_{02} = \beta_{e1} (1 + C_1 b_{02}); \quad b_{02} = \frac{\alpha n_2 - n_e}{n_e C_1};$$

$$d = \frac{\omega_2}{\omega_1}; \quad Q = \frac{Z_{02}}{Z_{01}}; \quad \frac{C_2}{C_1} = Q^{1/2};$$

b_{02} — параметр «холодного» рассинхронизма второго сигнала;

n_2 — коэффициент замедления на частоте ω_2 ;

n_e — коэффициент замедления электронного потока, получаем уравнение шестого порядка относительно δ :

$$\sum_{n=0}^6 a_n \delta^n = 0. \quad (6)$$

Здесь

$$a_6 = 1;$$

$$a_5 = b_{01} + d_1;$$

$$a_4 = b_{02} d_1 - 4QC + d_2;$$

$$a_3 = d_4 - d_3 + b_{01} d_2 - d_1 (4QC) - \alpha^2 - Q\alpha;$$

$$a_2 = b_{01} d_4 - d_2 (4QC) - d_1 d_3 - b_{02} \alpha^2 - Q\alpha (b_{01} + 2p);$$

$$a_1 = (\alpha^2 - d_4) (4QC) - d_2 d_3 - \alpha Q (d_5 + 2pb_{01});$$

$$a_0 = -d_3 d_4 - b_{01} Q\alpha d_5 + \alpha^2 [b_{02} (4QC) - Q\alpha];$$

$$p = \frac{\alpha - 1}{C_1};$$

$$d_1 = p + b_{02};$$

$$d_2 = d_5 + 2b_{02} p;$$

$$d_3 = 1 + b_{02} (4QC);$$

$$d_4 = b_{02} d_5 - \alpha^3 Q;$$

$$d_5 = p^2 - 4QC.$$

В результате решения уравнения (6) можно найти параметры «горячего» рассинхронизма y_m , характеризующие изменение фазовой скорости горячей волны относительно скорости электронного потока, и параметры нарастания сигнала x_m .

Для определения закона нарастания амплитуды волн первого и второго сигналов в замедляющей системе вдоль длины лампы необходимо определить амплитуды парциальных волн, которые могут быть найдены из соотношений

$$a_{01}^{\pm} = \sum_{i=1}^6 A_i e^{j(\omega_1 t - \Gamma_i z)}; \quad (7)$$

$$a_{02}^{\pm} = \sum_{i=1}^6 \alpha^{1/2} Q^{1/2} \left(\frac{b_i + b_{01}}{b_i + b_{02}} \right) A_i e^{j(\omega_2 t - \Gamma_i z)}, \quad (8)$$

где A_i — неизвестные коэффициенты. Для их вычисления воспользуемся начальными условиями на входе лампы. Предположим, что при $z = 0$ (плоскость начала отсчета, совпадающая с началом замедляющей системы)

$$a_{01}^+(0) = a_{01}; \quad a_{11}^{\pm}(0) = 0;$$

$$a_{02}^+(0) = a_{02}; \quad a_{12}^{\pm}(0) = 0.$$

Подставляя эти условия в выражения для амплитуд соответствующих нормальных волн, получаем систему шести уравнений с шестью неизвестными коэффициентами A_i :

$$\begin{aligned} a_{01} &= \sum_{i=1}^6 A_i; \\ a_{02} &= \sum_{i=1}^6 \alpha^{1/2} Q^{1/2} (r_i + js_i) A_i; \\ 0 &= \sum_{i=1}^6 \frac{u_i + j\omega_i}{[(y_i \mp \sqrt{4QC}) + jx_i]} A_i; \\ 0 &= \sum_{i=1}^6 \frac{u_i + j\omega_i}{[(p + y_i \mp \sqrt{4QC}) + jx_i]} A_i. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь

$$u_i = 1 + \alpha^2 Q^{1/2} r_i;$$

$$\omega_i = \alpha^2 Q^{1/2} \cdot s_i;$$

$$r_i = [(y_i + b_{01})(y_i + b_{02}) + x_i^2] [(y_i + b_{02})^2 + x_i^2]^{-1};$$

$$s_i = x_i (b_{02} - b_{01}) [(y_i + b_{02})^2 + x_i^2]^{-1}.$$

После определения всех A_i находим закон нарастания мощности вдоль лампы для каждого из сигналов в виде

$$P_1 = 2 |a_{01}^+(z)|^2; \quad (10)$$

$$P_2 = 2 |a_{02}^+(z)|^2. \quad (11)$$

В конечном виде целесообразно перейти от мощности к коэффициенту усиления

$$G_m = 10 \lg \frac{P_m}{2 |a_{0m}^+(0)|^2} = 10 \lg |a_{0m}^+|^2. \quad (12)$$

Расчет постоянных распространения и коэффициента усиления целесообразно производить для модели, аналогичной односигнальному случаю. В связи с этим для численного анализа была выбрана спиральная замедляющая система, дисперсия, сопротивление связи которой и коэффициент редукции плазменной частоты рассчитывались по известным соотношениям [8], [9].

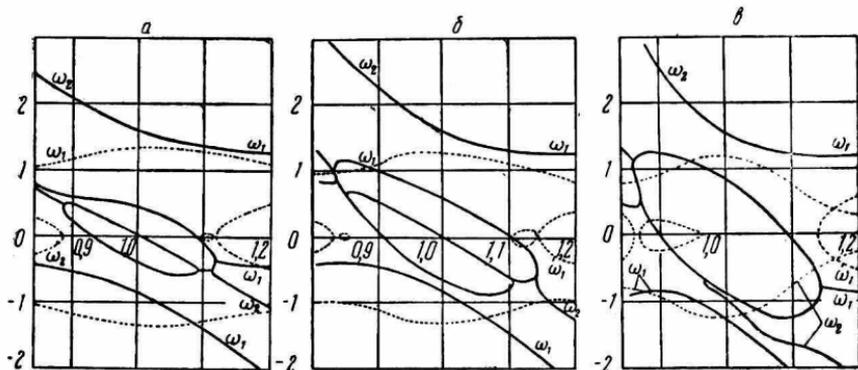


Рис. 2. Решение дисперсионного уравнения (6) для ЛБВО при наличии двух сигналов:

$$a - n_e = 8,0; b_{01} = 0,0; \quad б - n_e = 8,5; b_{01} = 0,0; \quad в - n_e = 8,5; b_{01} = +1,0.$$

В соответствии с программой расчета интервал изменения α составлял $0,8 \leq \alpha \leq 1,2$. При этом выбирались дискретные значения рабочих режимов ЛБВ для первого сигнала, принятого за основной: скорость электронного потока соответствовала коэффициенту замедления $n_e = \frac{c}{v_0} = 7,0; 7,5; 8,0; 8,5; 9,0$, а параметр холодного рассинхронизма b_{01} был равен $-1,0; 0,0; +1,0$ для каждого случая. В результате решения определялись коэффициенты замедления при изменении частоты второго сигнала; по этим данным методом Ньютона решалось уравнение шестого порядка, затем определялись комплексные коэффициенты A_i и производился расчет нарастания мощности вдоль системы.

На рис. 2, а, б, в приведены некоторые наиболее интересные результаты решения уравнения (6). Как видно из графиков, при достаточно большом удалении сигналов друг от друга по частоте можно выделить области, где формально существуют независимые решения для обоих сигналов. Поскольку графики построены в виде зависимостей изменения корней уравнения от отношения частот сигналов (предполагается изменение только

частоты ω_2 при фиксированной ω_1), для первого сигнала, при $\alpha \geq 1,0$ величины реальной и мнимой частей стремятся к пределу, характерному для одночастотного случая, в то время как решения, характеризующие второй сигнал, изменяются. При $\alpha > 1,28$ исчезают мнимые корни, соответствующие ω_2 , и остаются лишь реальные решения, определяемые значениями $4QC$ и b_{02} .

Из рисунков видно, что наибольшее взаимодействие между сигналами наблюдается при значениях α , близких к единице. При этом увеличивается величина параметра нарастания (мнимые корни уравнения (6)), что объясняется сложением мощностей отдельных сигналов. В точке $\alpha = 1,0$ на всех графиках можно четко выделить шесть корней, физическая природа которых определяется сформулированной задачей. Три реальные решения y_1 , y_2 , y_3 описывают следующее: y_1 — постоянную распространения волны в замедляющей системе (эта величина всегда равна $-b_{01}$), $y_{2,3} = \pm \sqrt{4QC}$. Остальные три решения аналогичны корням обычной ЛБВ в трехволновом приближении с учетом удвоенной величины конвекционного тока за счет сложения мощностей сигналов.

Когда постоянная распространения быстрой волны пространственного заряда второго сигнала становится близкой к β_{01} ($\alpha > 1$), наблюдается взаимная связь волн (при этом параметр преобразования $F_{01+, 12+} \approx 1$) и появляются небольшие области, в которых существуют комплексные решения. Именно эти случаи и проиллюстрированы на рис. 2, а, б. В том случае, когда $\alpha < 1$, существуют области взаимодействия быстрой волны пространственного заряда первого сигнала с волной в замедляющей системе, обусловленной наличием второго сигнала, что также приводит к появлению комплексных решений уравнения (6) (рис. 2, б, в).

Приведенные рисунки, описывающие поведение комплексных постоянных распространения волн в связанных системах, позволяют определить области взаимного влияния различных волн, но не дают ответа на вопрос о характере нарастания амплитуды сигнала вдоль длины лампы. Для этого необходимо решить систему уравнений (9) и, после определения комплексных коэффициентов A_i при выбранных начальных условиях, найти по уравнению (12) зависимость $G_n = f(X)$, где $X = N \frac{z}{L}$ — нормированная длина лампы. Изменение X при этом можно трактовать либо как изменение z/L ($N = \text{const}$; получаем закон нарастания мощности вдоль длины лампы), либо как изменение электрической длины лампы N ($z/L = 1$; в этом случае G_n определяет коэффициент усиления всего прибора).

На рис. 3 приведены зависимости $G_n(X)$ для одного из частных случаев $n_c = 8,0$ и $b_{01} = 0$ при равных амплитудах входного сигнала. Как видно из графика, при больших величинах X происходит почти экспоненциальное нарастание амплитуды вход-

ного сигнала. Однако при $X < 6,0G_n$ имеет колебательный характер, причем амплитуда колебаний спадает с ростом X . В ряде случаев $G_n(X) < 0$, что свидетельствует о подавлении одного из сигналов в замедляющей системе.

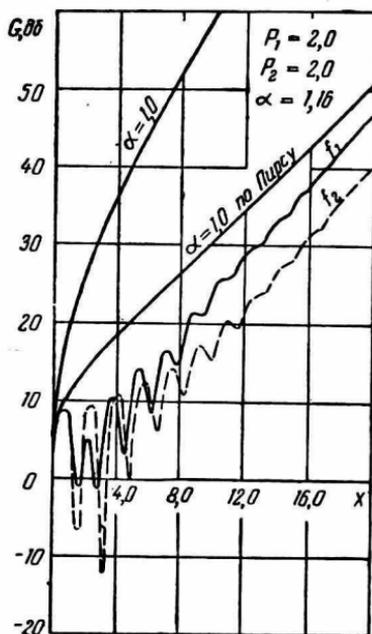


Рис. 3. Зависимость изменения коэффициента усиления обоих сигналов вдоль длины лампы (кривая 1 соответствует первому сигналу, 2—второму при $n_e = 8,0$; $b_{01} = 0,0$; $\alpha = 1,093$; кривая 3—при $\alpha = 0,0$).

Как следует из анализа полученных результатов, связь между сигналами в некотором роде является параметрической, т. е. происходит «накачка» мощности одного из них. Так, из рис. 4, где приведены зависимости изменения коэффициента

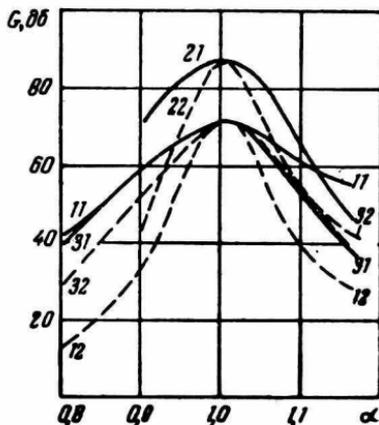


Рис. 4. Зависимости изменения коэффициента усиления при изменении частоты второго сигнала (кривые 11 и 12 соответствуют G_1 и G_2 соответственно при $a_{01}^+ = 0,1$ и $a_{02}^+ = 1,0$; 21 и 22 — при $a_{01}^+ = 1,0$ и $a_{02}^+ = 1,0$; 31 и 32 — $a_{01}^+ = 1,0$; $a_{02}^+ = 0,1$)

усиления обоих сигналов от α , видно, что усиление малого сигнала превосходит G_n «большого», причем для различных отношений частот эта разница изменяется. Достигая максимальной величины около $\alpha = 1$, G_n уменьшается при изменении α и при различных $a_{0n}^+(0)$ достигает значений 20—30 дБ, что ниже, чем при усилении только одного из сигналов. Следует отметить, что линейная теория Пирса для центральных ($b = 0$) значений C и $4QC$ дает величину коэффициента усиления $G_1 = 51,18$ дБ.

Данная теория не охватывает таких важных вопросов, как параметрическое взаимодействие сигналов и не позволяет отме-

тить все тонкости процесса, однако она дает возможность сделать ряд существенных выводов.

1. При наличии двух гармонических сигналов, близких по частоте друг другу и сравнимых по амплитуде, в одной замедляющей системе происходит их взаимодействие, определяемое наличием пассивной связи быстрой волны пространственного заряда второго сигнала с волной в замедляющей системе первого сигнала.

2. Изменяются постоянные распространения обеих волн, причем могут появляться области существования медленно нарастающих решений при значениях α , близких к единице. При α , значительно отличающемся от 1, существуют области, характеризующие независимые нарастающие волны. При равенстве амплитуд сигналов коэффициент усиления каждого из них стремится к значениям, определяемым линейной односигнальной теорией.

3. При существенном различии в значениях входных мощностей существует «накачка» меньшего сигнала. При $\alpha < 1$ это первый сигнал, что объясняется большим параметром нарастания волны, при $\alpha > 1$ — второй сигнал.

Очевидно, что данная теория может быть развита и для случая многих гармонических сигналов, сравнимых по амплитуде, поступающих на вход усилителя, что позволит правильно оценить выходные характеристики прибора вблизи рабочей частоты. В случае, когда амплитуды входных сигналов значительно отличаются по величине, целесообразно использовать в линейном приближении теорию параметрического взаимодействия сигналов, определяя наибольший из них по величине в качестве накачки [5, 6].

В заключение автор благодарит профессора Киотского университета А. Сасаки за полезные дискуссии и поддержку в выполнении работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. E. El—Shadwily, I. E. Rowe. *Iht. Journal Electronics*, 1967, 22, 5, 461—476.
2. A. I. Giarolla. *IEEE Trans. on Electron Devices*, ED — 15, 11, Nov. 1968.
3. S. Wallander. *Nonlinear Travelling Wave Tube Analysis with Two Signal Frequencies*, Res. Report No 59, Gothenburg, Sweden, 1966.
4. Н. Г. Арделян, А. М. Кац. Расчет составляющих выходного сигнала ЛБВ при многосигнальном усилении. *Электронная техника. Сб. «Электроника СВЧ»*, вып. 3. Изд-во ЦНИИ «Электроника», 1971.
5. В. М. Лопухин, А. С. Рошаль. *Электроннолучевые параметрические усилители*. Изд-во «Советское радио», 1968.
6. Б. Е. Железовский. *Электронно-лучевые параметрические СВЧ усилители*. Изд-во «Наука», 1971.
7. Дж. Пирс. *Лампа бегущей волны*. Изд-во «Советское радио», 1952.
8. R. Hutter. *Electromagnetic Wave and Electron Beam Interaction*. Mc. Grow Hill, N 4., 1964.
9. У. Льюиселл. *Связанные параметрические колебания в электронике*. Изд-во иностр. лит-ры, 1963.