

О ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ КОРРЕЛЯЦИИ ПОЛЯ, РАСSEЯННОГО ШЕРОХОВАТОЙ ПЛОЩАДКОЙ С ВЫСОКИМИ НЕРОВНОСТЯМИ

Г. А. Алексеев

Исследование свойств полей, рассеянных пологими крупными неровностями, в настоящее время наиболее полно в приближении Кирхгофа проведено для модели, описанной в [1] (площадка в зоне Фраунгофера). Изучению свойств полей при более общих предположениях относительно формы падающей волны посвящено небольшое количество работ [2,3]. В предлагаемой статье рассматривается пространственно-временная корреляционная функция поля точечного источника, рассеянного шероховатой площадкой с высокими неровностями при произвольном соотношении между длиной площадки и размерами зоны Френеля. Вычисляется энергетический спектр рассеянного поля, принимаемого движущимся наблюдателем.

Для простоты рассматривается акустический случай. Рассеивающей поверхностью является полоса (рис. 1), ширина которой в направлении оси x равна $2L_x$. Шероховатость площадки предполагается одномерной, отклонения точек поверхности ζ от среднего положения — малыми ($k\zeta^2 R_{\min}^{-1} \ll 1$). Рассматривая рассеянное поле U_1 в точке приема P_1 как сумму вкладов светящихся точек [4], можно получить в приближении Кирхгофа

$$U_1 = \frac{ik}{4\pi} e^{-i\omega_0 t} \int \frac{V\alpha^2}{R_1 R_2 z_2} e^{ik(R_1 + R_2 + \alpha_2 \zeta)} dx dy. \quad (1)$$

Здесь интегрирование проводится по освещенной части поверхности, $\vec{\alpha} = \text{grad}(R_1 + R_2)$, V — коэффициент отражения, $k = \frac{\omega_0}{c}$, значения всех величин берутся на средней поверхности $z = 0$. Будем исследовать корреляционные свойства флуктуационной компоненты рассеянного поля с помощью функции

$$G = \frac{1}{2} \text{Re} (\langle U_1 \bar{U}_2 \rangle - \langle U_1 \rangle \langle \bar{U}_2 \rangle), \quad (2)$$

где усреднение $\langle \rangle$ проводится по совокупности реализаций $\zeta(x)$, черточка обозначает комплексно-сопряженную величину, поле U_2 определено в точке P_2 в момент времени $t + \tau$. Точки приема P_1, P_2 лежат в плоскости hoz (рис. 1). Подставляя U_1, U_2 в (2) и интегрируя по y , получим

$$G = \frac{k}{32\pi} \text{Re} \left\{ e^{i\omega_0 \tau} \int \int A A' M_{12} e^{ik(R_1 + R_2 - R_1' - R_2')} dx dx', \quad (3)$$

$$\text{где } A = \frac{V\alpha^2}{R_1 R_2 z_2} \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} (R_1 + R_2) \right]_{y=0}^{-1/2},$$

$$M_{12}(x - x') = \langle e^{ik(\zeta(x_2 - \tau) - \zeta(x_1))} \rangle - \langle e^{ik\zeta(x)} \rangle \langle e^{ik\zeta(x')} \rangle. \quad (4)$$

В (3), (4) величины без штрихов зависят от x и от координат точки P_1 ; величины со штрихами — от x' и от координат P_2 , причем в (3) R_1 и R_2 — расстояния до точек поверхности, лежащих на оси x . Интеграл типа (3) был достаточно подробно исследован в [5], причем в [2], [5] показано, что при рассеянии на бесконечной поверхности радиусы пространственной корреляции определяются интервалом убывания l функции $M_{12}(\xi)$, где $\xi = x - x'$. Производя соответствующие разложения и ограничиваясь случаем $kl^2 R_{\min}^{-1} \ll 1$, получим

$$G = \frac{k}{32\pi} A^{*2} \operatorname{Re} \{ \exp [ik(c\tau - \alpha_X \Delta X - \alpha_Z \Delta Z)] \times \\ \times \int dx \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \exp [-2ik(x - x^*) (\beta_{xx} \xi + \beta_{xX} \Delta X + \beta_{xZ} \Delta Z)] M_{12}^* \}, \quad (5)$$

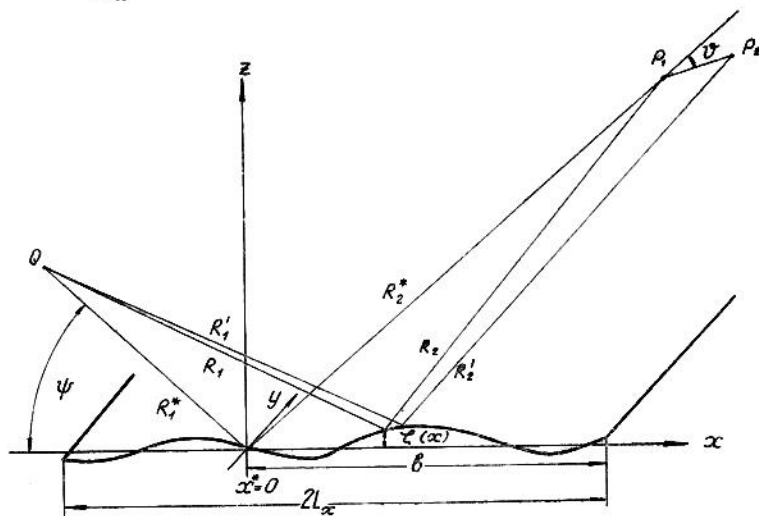


Рис. 1.

где $\alpha_X = \frac{\partial}{\partial(\Delta X)} (R_1' + R_2') |_{x=x^*} = \cos \psi$; $\alpha_Z = \sin \psi$;

$$\beta_{xx} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (R_1' + R_2') |_{x=x^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1'} + \frac{1}{R_2'} \right) \sin^2 \psi;$$

$$\beta_{xX} = \frac{1}{2R_2'} \sin^2 \psi; \quad \beta_{xZ} = -\frac{1}{2R_2'} \sin \psi \cos \psi;$$

ΔX , ΔZ — линейные смещения приемника P_2 по отношению к P_1 , ψ — угол зеркального отражения, звездочка обозначает, что величины берутся в точке $x = x^*$, которая является точкой зеркального отражения для приемника P_1 . Разложение по x в (5) проводилось вблизи этой точки в существенной для отражения области, размеры которой определяются условием $|x_{\text{сущ}} - x^*| \sim (k\beta_{xx}l)^{-1}$.

Отметим, что (5) неприменимо при разnose точек P_1 , P_2 вдоль направления зеркального отражения, так как в этом случае в (5) $\beta_{xX} \cdot \Delta X + \beta_{xZ} \Delta Z = 0$ и необходимо учитывать следующие члены разложения по ΔX , ΔZ . Если ϑ — угол отклонения точки P_2 от направления зеркального отражения (см. рис. 1), то условие, накладываемое в (5) на этот угол, имеет вид $\vartheta \gg (kl)^{-1}$. При вычислении M_{12} будем считать закон распределения $\zeta(x)$

нормальным (σ^2 — среднеквадратичная высота неровностей), а коэффициент корреляции $\sigma^{-2} \langle \zeta(x) \zeta(x') \rangle$ аппроксимировать функцией $\exp[-\xi^2 \Lambda^{-2}]$ (Λ — радиус корреляции неровностей). Легко показать, что при этом для случая высоких неровностей ($k\sigma \sin \psi \gg 1$)

$$M_{12} = \exp(-4k^2 \sigma^2 \sin^2 \psi \xi^2 \Lambda^{-2}) \quad (6)$$

и, следовательно, $l = \Lambda (2k\sigma \sin \psi)^{-1}$. Подставляя (6) в (5) и интегрируя по x в конечных пределах, получим

$$G = \frac{1}{64\beta_{xx}} A^{*2} \exp(-x^2) \operatorname{Re} \exp[ik(c\tau - \alpha_X \Delta X - \alpha_Z \Delta Z)] \quad (7)$$

$$\{\Phi(\gamma_1 + ix) + \Phi(\gamma_2 - ix)\},$$

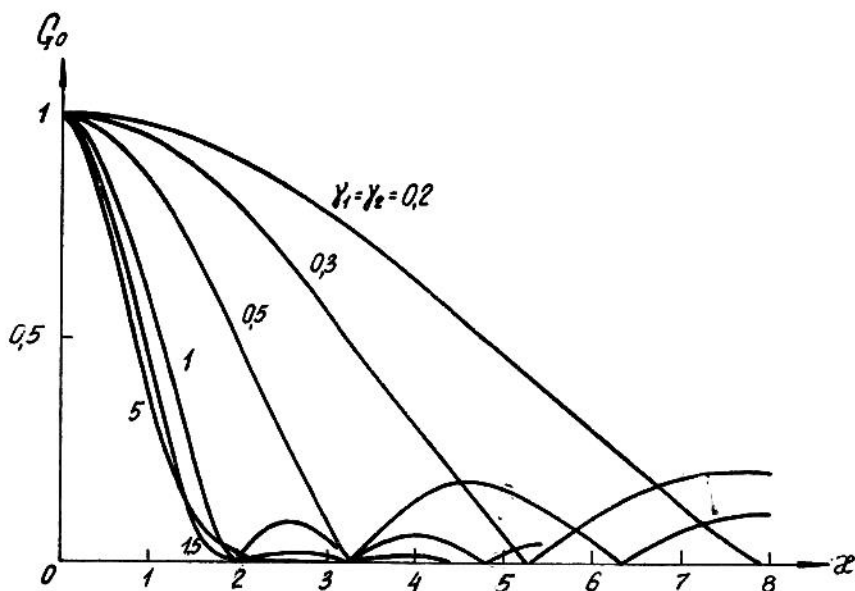


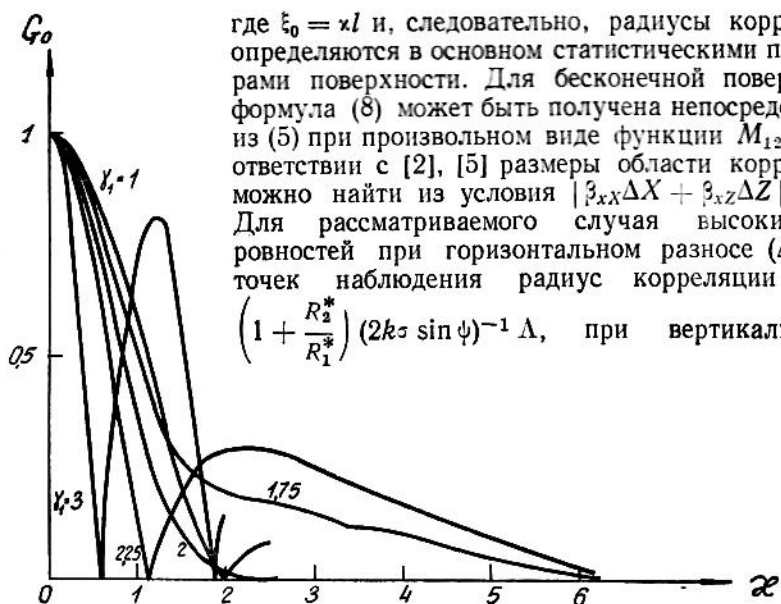
Рис. 2.

где $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x t^{-t^2} dt$ — интеграл вероятности, x , γ_1 , γ_2 — безразмерные

параметры: $x = (\beta_{xX} \Delta X + \beta_{xZ} \Delta Z) \times (\beta_{xx} l)^{-1}$; $\gamma_1 = k\beta_{xx} l b$; $\gamma_2 = k\beta_{xx} l (2L_x - b)$, b — координата одного из концов площадки (см. рис. 1). Параметры γ_1 , γ_2 , таким образом, определяются отношением размеров b , $2L_x - b$ площадки к радиусу области, существенной для отражения или для рассматриваемого случая высоких неровностей — отношением соответствующих угловых размеров площадки к наклону неровностей. Формула (7) показывает, что функция корреляции зависит от статистических параметров поверхности, от длины площадки и от расположения на последней точки зеркального отражения x^* . На рис. 2 представлены графики огибающей коэффициента корреляции $G_0 = \frac{G(x)}{G(0)}$, построенные по (7) для случая, когда точка x^* находится в центре площадки ($b = L_x$, $\gamma_1 = \gamma_2$). Из рис. 2 видно, что уменьшение параметра $k\beta_{xx} l L_x$ в общем случае приводит к увеличению

радиусов пространственной корреляции и возрастанию уровня боковых лепестков. Рис. 3—5 отражают зависимость коэффициента корреляции от положения точки x^* для площадок различной длины ($\gamma_1 + \gamma_2 = 2k\beta_{xx}lL_x = 2$ для рис. 3, $\gamma_1 + \gamma_2 = 1$ для рис. 4, $\gamma_1 + \gamma_2 = 0,4$ для рис. 5). Сравнение кривых показывает, что для площадок, размеры которых сравнимы с размерами существенной для отражения области, смещение точки x^* из центра площадки приводит к уменьшению радиусов корреляции рассеянного поля. Для достаточно протяженных площадок, при выполнении условий $\gamma_1 \gg 1$, $\gamma_2 \gg 1$, можно воспользоваться асимптотикой функции $\Phi(x)$. Тогда

$$G = \frac{1}{32\beta_{xx}} A^{*2} M_{12}(\xi_0) \cos [k(c\tau - \alpha_1 \Delta X - \alpha_2 \Delta Z)], \quad (8)$$



где $\xi_0 = xl$ и, следовательно, радиусы корреляции определяются в основном статистическими параметрами поверхности. Для бесконечной поверхности формула (8) может быть получена непосредственно из (5) при произвольном виде функции M_{12} . В соответствии с [2], [5] размеры области корреляции можно найти из условия $|\beta_{xx}\Delta X + \beta_{xz}\Delta Z| \sim l\beta_{xx}$. Для рассматриваемого случая высоких неровностей при горизонтальном разномсе ($\Delta Z = 0$) точек наблюдения радиус корреляции равен $(1 + \frac{R_2^*}{R_1^*}) (2k\tau \sin \psi)^{-1} \Lambda$, при вертикальном —

Рис. 3.

$(1 + \frac{R_2^*}{R_1^*}) (2k\tau)^{-1} \Lambda \cos \psi$. Из рис. 2 видно, что асимптотической формулой (8) можно с большой степенью точности пользоваться уже при $\gamma_1, \gamma_2 \sim 2$.

В заключение исследуем энергетический спектр рассеянного поля при движении приемника P_1 . Пусть, например, v_x и v_z — составляющие вектора скорости приемника. Тогда, учитывая однородность и стационарность процесса $U_1 - \langle U_1 \rangle$, временную автокорреляционную функцию $G(\tau)$ легко получить из (7), (8) подстановкой $\Delta X = v_x \tau$; $\Delta Z = v_z \tau$. Ограничиваясь случаем протяженной площадки, найдем спектр поля

$$S = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G l^{-i\omega\tau} d\tau = \frac{A^{*2}}{32\sqrt{\pi}} l (\beta_{xx}v_x + \beta_{xz}v_z)^{-1} \times \\ \times \exp \left[-\frac{1}{4} \beta_{xx}^2 l^2 (\beta_{xx}v_x + \beta_{xz}v_z)^{-2} (\omega - \omega_0 - k\alpha_x v_x - k\alpha_z v_z)^2 \right], \quad (9)$$

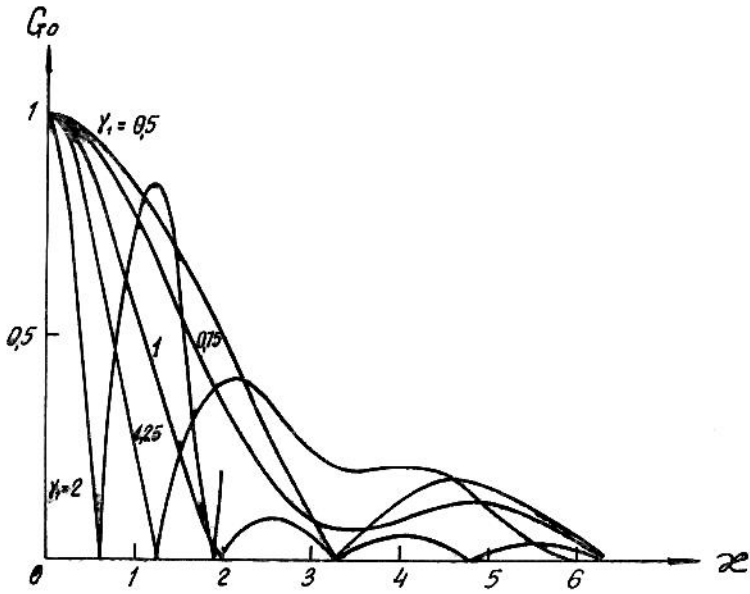


Рис. 4

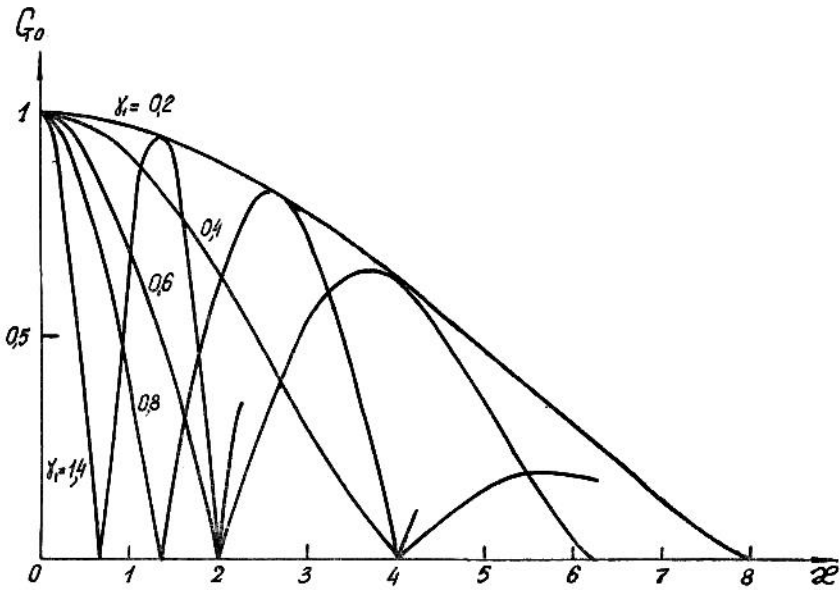


Рис. 5.

т. е. при движении приемника над шероховатой поверхностью происходит расширение спектра рассеянного поля. Ширина спектральной кривой равна $4T^{-1}$, где $T = \beta_{xx}l(\beta_{xx}v_x + \beta_{xz}v_z)^{-1}$ — время пролета области пространственной корреляции. Сдвиг центральной части спектра на величину $k(\alpha_x v_x + \alpha_z v_z)$ обусловлен доплер-эффектом при движении приемника относительно зеркального отображения источника. Так же, как и (5), формула (9) неприменима при движении приемника вдоль направления зеркального отражения. Не производя необходимых вычислений, этот случай можно исследовать, воспользовавшись результатами работы [5]. Если ρ_{\perp} — радиус корреляции поля при поперечном разnose точек наблюдения относительно направления зеркального отражения, то, как показано в [4], радиус корреляции при разnose точек вдоль направления зеркального отражения равен $k\rho_{\perp}^2$. Из (8) следует, что $\rho_{\perp} \sim (R_1^* + R_2^*)l \sin \psi / R_1^*$, и, следовательно, при движении приемника по нормали к направлению зеркального отражения ($v_x = v \sin \psi$, $v_z = v \cos \psi$) ширина спектральной кривой равна $4vR_1^*(R_1^* + R_2^*)^{-1}(l \cdot \sin \psi)^{-1}$. Соответственно, при движении приемника вдоль направления зеркального отражения ($v_x = v \cos \psi$, $v_z = v \sin \psi$) ширина спектральной кривой равна $4\frac{v}{R}R_1^{*2}(R_1^* + R_2^*)^{-2}(l \sin \psi)^{-2}$, т. е. в $(R_1^* + R_2^*)\frac{\Lambda}{2R_1^*}$ раз меньше.

Автор выражает признательность Е. В. Чаевскому за ряд полезных советов.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. А. Исакович. ЖЭТФ, 23, 304. (1952).
2. I. Feinstein. IRE Trans., AP-2, 23. (1954).
3. Е. В. Чаевский. «Проблемы дифракции и распространения волн», 5, 121. (1966).
4. Б. И. Семенов. «Радиотехника и электроника», 10, 1952 (1965).
5. И. М. Фукс. «Известия высш. учеб. зав. Радиофизика», 8, 104 (1965).