К ВОПРОСУ ОБ ОПТИМАЛЬНОМ ОБНАРУЖЕНИИ ФЛЮКТУИРУЮЩИХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ МЕШАЮЩИХ ОТРАЖЕНИЙ ПРИ РАЗНЕСЕННОМ ПРИЕМЕ

В. М. Проценко

В работе [1] решена задача об оптимальном обнаружении полезного сигнала на фоне тепловых шумов и мешающих отражений со случайными амплитудами, распределенными по закону Релея, и случайными начальными фазами с равновероятным распределением. При этом предполагалось, что обнаружение осуществляется путем анализа составляющих поля как функций времени t и координаты x точек раскрыва апертуры.

Для непрерывной апертуры получено выражение, определяющее вид оптимальной обработки

$$Z = \left| \iint \dot{U}(t, x)\, \dot{R}(t, x)\, dt\, dx \right|, \tag{1}$$

где $\dot{U}(t, x)$ — комплексная амплитуда принятого сигнала,

$\dot{R}(t, x)$ — комплексная амплитуда опорного сигнала, удовлетворяющая интегральному уравнению

$$\dot{R}(t, x) + \iint \varphi(s, y, t, x)\, \dot{R}(s, y)\, ds\, dy = \dot{U}_{\text{c}}(t, x) \tag{2}$$

$\dot{U}_{\text{c}}(t, x)$ — комплексная амплитуда полезного сигнала

$$\varphi(s, y, t, x) = \frac{2}{N_0 \Lambda_0} \sum_{j=1}^{m} \dot{U}_j(t, x)\, \dot{U}_j^*(s, y), \tag{3}$$

m — число мешающих отражателей.

Приведенные соотношения могут быть использованы при решении задачи оптимального обнаружения для апертуры с разрывами. Рассмотрим случай, когда мешающие отражатели равномерно распределены по угловым координатам. Примем, что полезный и мешающие сигналы узкополосные и отличаются угловыми координатами α. При этом выражения для комплексных амплитуд полезного $\dot{U}_{\text{c}}(t, x)$ и мешающих $\dot{U}_j(t, x)$ сигналов запишутся в следующем виде:

$$\dot{U}_{\text{c}}(t, x) = \dot{A}_0(t)\, e^{-j\frac{2\pi}{\Lambda_0} x \cos \alpha_0}, \tag{4}$$

$$\dot{U}_j(t, x) = \dot{A}_0(t) \sqrt{\frac{b}{4\pi} \sin \theta_j \Delta\theta_j \Delta\varphi_j}, \tag{5}$$

$$b = \frac{[\dot{A}_{nj}(t)]^2}{[\dot{A}_0(t)]^2} \frac{2\pi}{\Delta\Omega_j}, \tag{6}$$

где $\dot{A}_{nj}(t)$ — комплексная амплитуда j мешающего сигнала в точке $x = 0$,
$\dot{A}_0(t)$ — комплексная амплитуда полезного сигнала в точке $x = 0$,
$\Delta\Omega_j$ — телесный угол отражающего элемента с номером j,
θ_j — полярное расстояние и φ_j — долгота j-го отражателя в сферической системе координат,
α_j — угол, удовлетворяющий уравнению

$$\cos\alpha_j = \sin\theta_j \cos\varphi_j. \tag{7}$$

Подставив (5) в (3) и перейдя от суммы к интегралу, после интегрирования по θ и φ, получим

$$\varphi(s, y, t, x) = \frac{2b}{N_0\lambda_0}\dot{A}_0^*(s)\,A_0(t)\,\frac{\sin\frac{2\pi}{\lambda_0}(x-y)}{\frac{2\pi}{\lambda_0}(x-y)}. \tag{8}$$

После подстановки (4) и (8) в (2) решение уравнения (2) будем искать в виде $\dot{R}(t, x) = \dot{A}_0(t)\,\dot{r}(x)$, где $\dot{r}(x)$ удовлетворяет интегральному уравнению

$$\dot{r}(x) + \frac{2\varepsilon}{\lambda_0}\int_{y_1}^{y_2}\frac{\sin\frac{2\pi}{\lambda_0}(x-y)}{\frac{2\pi}{\lambda_0}(x-y)}\,\dot{r}(y)\,dy = e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_0}x\cos\alpha_0}. \tag{9}$$

Значение ε равно

$$\varepsilon = \frac{b}{N_0}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\dot{A}_0(s)\right|^2 ds.$$

Приближенное решение интегрального уравнения (9) будет найдено для случая, когда симметричное ядро $K(x, y) = \dfrac{\sin\frac{2\pi}{\lambda_0}(x-y)}{\frac{2\pi}{\lambda_0}(x-y)}$ аппоксимировано симметричным ядром

$$K_1(x, y) = \begin{cases} 1 \text{ при } x - \frac{\lambda_0}{2} \leqslant y \leqslant x + \frac{\lambda_0}{2} \\ 0 \text{ при } x + \frac{\lambda_0}{2} < y < x - \frac{\lambda_0}{2}. \end{cases} \tag{10}$$

Решением уравнения (9) будет

$$\dot{r}(x) = Be^{-j\frac{2\pi}{\lambda_0}x\cos\alpha_0}, \tag{11}$$

где

$$B = \frac{\pi\cos\alpha_0}{\pi\cos\alpha_0 + 2\varepsilon\sin(\pi\cos\alpha_0)}. \tag{12}$$

Таким образом, функция $\dot{R}(t, x)$ имеет вид

$$\dot{R}(t, x) = B\cdot\dot{A}_0(t)\,e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_0}x\cos\alpha_0}. \tag{13}$$

Подставив значение комплексной амплитуды принятого сигнала $\dot{U}(t, x) = \dot{U}(t)\,e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_0}x\cos\alpha}$, а также значение $\dot{R}(t, x)$, определяемое соотношением

(13) в (1) и учитывая, что пределы интегрирования по x будут от $-l_2$ до $-l_1$ и от l_1 до l_2, получим

$$Z = \left| \frac{1}{\lambda_0} \left\{ \int\limits_{-\infty}^{\infty} \dot{U}(t)\, \dot{A}(t)\, B\,(dt) \int\limits_{-l_2}^{-l_1} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_0} x\cos\alpha}\, e^{j\frac{2\pi}{\lambda_0} x\cos\alpha_0} dx + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \int\limits_{0}^{\infty} \dot{U}(t)\, \dot{A}_0^*(t)\, B\, dt \int\limits_{l_1}^{l_2} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_0} x\cos\alpha_0}\, e^{j\frac{2\pi}{\lambda_0} x\cos\alpha_0} dx \right\} \right|. \qquad (14)$$

После интегрирования и необходимых преобразований найдем

$$Z = \left| \frac{2B\,(l_2 - l_1)}{\lambda_0} \cos\left[\frac{\pi}{\lambda_0}(l_2 + l_1)(\cos\alpha - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \cos\alpha_0)\right] \frac{\sin\left[\frac{\pi}{\lambda_0}(l_2 - l_1)(\cos\alpha - \cos\alpha_0)\right]}{\frac{\pi}{\lambda_0}(l_2 - l_1)(\cos\alpha - \cos\alpha_0)} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \dot{U}(t)\, \dot{A}^*(t)\, dt \right|. \qquad (15)$$

Таким образом, оптимальная обработка при разнесенном приеме сводится к оптимальной временной обработке, не отличающейся от обработки при одноканальном приеме, и к оптимальной пространственной обработке, приводящей к образованию оптимальной характеристики направленности системы разнесенного приема

$$\gamma(\alpha) = \cos\left[\frac{\pi}{\lambda_0}(l_2 + l_1)(\cos\alpha - \cos\alpha_0)\right] \frac{\sin\left[\frac{\pi}{\lambda_0}(l_2 - l_1)(\cos\alpha - \cos\alpha_0)\right]}{\frac{\pi}{\lambda_0}(l_2 - l_1)(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}. \qquad (16)$$

Оптимальная характеристика направленности может быть получена путем применения двух многоэлементных антенн или же двух антенн с диаграммами направленности

$$\psi(\alpha) = \frac{\sin\left[\frac{\pi}{\lambda_0}(l_2 - l_1)(\cos\alpha - \cos\alpha_0)\right]}{(l_2 - l_1)\left[\frac{\pi}{\lambda_0}(\cos\alpha - \cos\alpha_0)\right]}$$

и последующим суммированием огибающих, полученных в каждом канале приема.

В заключение выражаю благодарность Я. Д. Ширману за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Д. Ширман. Статистический анализ оптимального разрешения. «Радиотехника и радиоэлектроника», 1961, № 8.
2. С. Г. Михлин. Интегральные уравнения ОГИЗ. Гостехиздат, 1947.