
ПРЕДЕЛЬНАЯ ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ УГЛОВ И УГЛОВЫХ СКОРОСТЕЙ СИСТЕМАМИ С ЛИНЕЙНЫМИ АНТЕННАМИ

A. И. Погорелов

Задачи обнаружения сигналов и измерения их параметров основаны на наблюдении электромагнитных волн, излучаемых или отражаемых некоторыми объектами. Качество решения определяется наличием как внешних помех, поступающих на вход антенной системы вместе с сигналом, так и внутренних шумов аппаратуры.

Определение оптимальной системы, обеспечивающей максимальное извлечение информации из принимаемого сигнала, должно учитывать не временные сигналы и помехи на входе приемного устройства (напряжения и токи), а пространственно-временные сигналы и помехи (поля) на входе антенной системы. Оптимизации следует подвергать всю систему обработки, включая антенну, а не только приемное устройство.

Определение потенциальной точности измерения параметров

Будем считать заданным раскрыв антенной системы $[-L \div +L]$ и интервал наблюдения $[0 \div T]$ сигнала

$$s(t) = \operatorname{Re} \dot{S}(t) e^{j(\omega t + \varphi)}, \quad (1)$$

где ω — несущая частота, φ — начальная фаза, $\dot{S}(t) = S(t) \exp[j2\pi\theta(t)]$ комплексная огибающая, которая определяет, форму сигнала или характер модуляции. Угловое перемещение цели представим в виде

$$\psi(t) = \psi + \dot{\psi}t + \frac{1}{2}\ddot{\psi}t^2 + \dots, \quad (2)$$

где $\psi(t) = \sin \theta(t)$; $\theta(t)$ — угол места цели.

С достаточной для практических приложений точностью влиянием $\dot{\psi}, \ddot{\psi}, \dots$ на медленно меняющуюся амплитуду $S(t)$ и фазу $2\pi\theta(t)$ и влиянием $\ddot{\psi}, \dot{\psi}, \dots$ в показателе экспоненты можно пренебречь. Тогда напряженность поля сигнала на апертуре будет

$$s(t; x; \psi; \dot{\psi}) = S\left(t - \frac{x}{c}\psi\right) \exp\left[j\omega\left(t - \frac{x}{c}\psi - \frac{x}{c}\dot{\psi}t\right) + j\varphi\right]. \quad (3)$$

Расстояние до цели $R(t)$ считаем известным. Отсутствуют также другие случайные параметры сигнала, роль которых достаточно освещена в литературе [1, 4].

Прием сигнала происходит на фоне тепловых пространственных помех $n(t; x)$. В соответствии с имеющимися реальными условиями приема, шумовой фон полагаем некоррелированным [2].

$$\overline{n(t_1 x_1) n(t_2 x_2)} = \frac{1}{2} N_0 \lambda \delta(t_1 - t_2) \delta(x_1 - x_2), \quad (4)$$

где N_0 — спектральная плотность мощности помех,
 λ — длина волны сигнала, а черта сверху означает статистическое усреднение.

Для сформированных условий задачи функционал правдоподобия находится в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Lambda(\psi; \dot{\psi}) = k \exp \left\{ -\frac{2}{N_0 \lambda} \int_{-L}^L \int_0^T s^2(t; x; \psi; \dot{\psi}) dt dx + \right. \\ \left. + \frac{4}{N_0 \lambda} \int_{-L}^L \int_0^T y(t; x) s(t; x; \psi; \dot{\psi}) dt dx \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$y(t; x) = s(t; x; \psi_0; \dot{\psi}_0) + n(t; x), \quad (6)$$

а $\psi_0, \dot{\psi}_0$ — истинные значения параметров сигнала.

Разложим показатель экспоненциальной функции в ряд Тейлора относительно точки $\psi_0, \dot{\psi}_0$.

Для больших отношений сигнал-помеха выражение для произвольного элемента матрицы, обратной корреляционной матрице ошибок измерения параметров сигнала, будет

$$\begin{aligned} A_{ii} = \frac{2}{N_0 \lambda} \operatorname{Re} \int_{-L}^L \int_0^T \frac{\partial}{\partial \psi_i} s(t; x; \vec{\nu}) \frac{\partial}{\partial \psi_i} s(t; x; \vec{\nu}) dt dx. \\ \vec{\nu} = (\psi; \dot{\psi}). \end{aligned} \quad (7)$$

Вынесем операцию дифференцирования за знак интеграла. Тогда

$$\begin{aligned} A_{11} = A_{\psi\psi} = \frac{2}{N_0 \lambda} \frac{\partial}{\partial \psi_1 \partial \psi_2} \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-L}^L \int_0^T S\left(t - \frac{x}{c} \psi_1\right) S\left(t - \frac{x}{c} \psi_2\right) \exp\left\{-j\omega \frac{x}{c} (\psi_1 - \right. \\ \left. - \psi_2)\right\} dt dx; \end{aligned} \quad (8)$$

при $\psi_1 = \psi_2 = \psi$

$$\begin{aligned} A_{22} = A_{\dot{\psi}\dot{\psi}} = \frac{2}{N_0 \lambda} \frac{\partial}{\partial \dot{\psi}_1 \partial \dot{\psi}_2} \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-L}^L \int_0^T \left[S\left(t - \frac{x}{c} \psi\right) \right]^2 \exp\left\{-j\omega \frac{x}{c} (\dot{\psi}_1 - \right. \\ \left. - \dot{\psi}_2) t\right\} dt dx. \end{aligned} \quad (9)$$

при $\dot{\psi}_1 = \dot{\psi}_2 = \dot{\psi}$

$$A_{12} = A_{21} = A_{\psi\dot{\psi}} = \frac{2}{N_0 \lambda} \frac{\partial}{\partial \psi_1 \partial \dot{\psi}_2} \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-L}^L \int_0^T S\left(t - \frac{x}{c} \psi_1\right) S\left(t - \frac{x}{c} \psi_2\right) x \quad (10)$$

при $\dot{\psi}_1 = \dot{\psi}_2 = \dot{\psi}$
 $\ddot{\psi}_1 = \ddot{\psi}_2 = \ddot{\psi}$

$$x \exp \left\{ -j\omega \frac{x}{c} (\psi_1 - \psi_2) - j\omega \frac{x}{c} (\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_2) t \right\} dt dx.$$

Запишем (10) в следующем виде:

$$A_{12} = \frac{2}{N_0 \lambda} \frac{\partial}{\partial \dot{\psi}_1 \partial \dot{\psi}_2} \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-L}^L \exp \left\{ -j\omega \frac{x}{c} (\psi_1 - \psi_2) \right\} dx \int_0^T S \left(t - \frac{x}{c} \psi_1 \right) S \left(t - \frac{x}{c} \psi_2 \right) \exp \left\{ -j\omega \frac{x}{c} (\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_2) t \right\} dt. \quad (11)$$

По аналогии с теорией временных процессов, рассматривающей временную функцию неопределенности [4], введем обобщенную функцию неопределенности для сигнала, который является пространственно-временным процессом

$$\begin{aligned} \Phi(\psi_1; \dot{\psi}_1; \psi_2; \dot{\psi}_2) &= \int_{-L}^L \int_0^T s(t; x; \psi_1; \dot{\psi}_1) s^*(t; x; \psi_2; \dot{\psi}_2) dt dx \approx \\ &\approx \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-L}^L \exp \left\{ -j\omega \frac{x}{c} (\psi_1 - \psi_2) \right\} dx \int_0^T S \left(t - \frac{x}{c} \psi_1 \right) S \left(t - \frac{x}{c} \psi_2 \right) \times \\ &\quad \times \exp \left\{ -j\omega \frac{x}{c} (\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_2) t \right\} dt. \end{aligned} \quad (12)$$

Часть этой обобщенной функции неопределенности, представленная внутренним интегралом, совпадает с хорошо известной функцией неопределенности $\Psi(\tau; F)$ [3] по параметрам время, частота. В нашем случае $\tau = \frac{x}{c} (\psi_1 - \psi_2)$, $F = \omega \frac{x}{c} (\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_2)$. Чтобы получить обобщенную функцию неопределенности, необходимо функцию неопределенности $\Psi \left[\frac{x}{c} (\psi_1 - \psi_2); \omega \frac{x}{c} (\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_2) \right]$ проинтегрировать по раскрыту антенны с весом $\exp \left\{ -j\omega \frac{x}{c} (\psi_1 - \psi_2) \right\}$.

Как следует из (11) A_{12} пропорционально второй производной от обобщенной функции неопределенности сигнала по параметрам ψ и $\dot{\psi}$ в точке $(\psi_1 = \psi_2; \dot{\psi}_1 = \dot{\psi}_2)$. A_{11} и A_{22} соответственно пропорциональны вторым производным от сечений обобщенной функции в плоскости $\dot{\psi}_1 = \dot{\psi}_2$ и $\psi_1 = \psi_2$.

Таким образом, точность системы измерения ψ и $\dot{\psi}$ будет определяться при заданном отношении сигнал-помеха видом обобщенной пространственно-временной функции неопределенности сигнала по измеряемым параметрам.

Расчет корреляционной матрицы ошибок измерения параметров сводится к обращению матрицы

$$A = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{vmatrix}. \quad (13)$$

Элементы корреляционной матрицы определяются формулами

$$K_{11} = \frac{1}{\Delta} A_{22}, \quad K_{22} = \frac{1}{\Delta} A_{11}, \quad K_{12} = K_{21} = \frac{1}{\Delta} A_{12}, \quad (14)$$

где Δ — определитель матрицы

$$\Delta = A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}. \quad (15)$$

Представим каждое из выражений A_{ij} в следующем виде:

$$A_{11} = \frac{1}{N_0\lambda} \frac{\partial^2}{\partial \psi_1 \partial \psi_2} \operatorname{Re} [\Phi(\psi_1; \psi_2; \dot{\psi})]_{\psi_1=\psi_2=\psi} = -\frac{1}{N_0\lambda} \operatorname{Re} \Phi''_\psi(\psi; \dot{\psi}); \quad (16)$$

$$A_{22} = \frac{1}{N_0\lambda} \frac{\partial^2}{\partial \dot{\psi}_1 \partial \dot{\psi}_2} \operatorname{Re} [\Phi(\psi; \dot{\psi}_1; \dot{\psi}_2)]_{\dot{\psi}_1=\dot{\psi}_2=\dot{\psi}} = -\frac{1}{N_0\lambda} \operatorname{Re} \Phi''_{\dot{\psi}}(\psi; \dot{\psi}); \quad (17)$$

$$A_{12} = \frac{1}{N_0\lambda} \frac{\partial^2}{\partial \psi_1 \partial \dot{\psi}_2} \operatorname{Re} [\Phi(\psi_1; \dot{\psi}_1; \psi_2; \dot{\psi}_2)]_{\psi_1=\psi_2=\psi} = -\frac{1}{N_0\lambda} \operatorname{Re} \Phi''_{\psi\dot{\psi}}(\psi; \dot{\psi}). \quad (18)$$

Подставляя (16—18) в (14), получаем сравнительно простые расчетные соотношения для определения потенциальной дисперсии оценок

$$\sigma_\psi^2 = K_{11} = \frac{N_0\lambda}{|\operatorname{Re} \Phi''_\psi(\psi; \dot{\psi})|} \cdot \frac{1}{1-r^2}; \quad (19)$$

$$\sigma_{\dot{\psi}}^2 = K_{22} = \frac{N_0\lambda}{|\operatorname{Re} \Phi''_{\dot{\psi}}(\psi; \dot{\psi})|} \cdot \frac{1}{1-r^2}; \quad (20)$$

$$\sigma_{\psi\dot{\psi}}^2 = K_{12} = \frac{N_0\lambda}{|\operatorname{Re} \Phi''_{\psi\dot{\psi}}(\psi; \dot{\psi})|} \cdot \frac{r^2}{1-r^2}, \quad (21)$$

где

$$r^2 = \frac{|\operatorname{Re} \Phi''_{\psi\dot{\psi}}(\psi; \dot{\psi})|^2}{\operatorname{Re} \Phi''_\psi(\psi; \dot{\psi}) \operatorname{Re} \Phi''_{\dot{\psi}}(\psi; \dot{\psi})}. \quad (22)$$

Выражения для потенциальных дисперсий оценок измеряемых параметров при пространственно-временной обработке получились аналогичными по форме выражениям для потенциальных дисперсий при чисто временной обработке [1].

Из совпадения функции неопределенности [3] и функции неопределенности в нашем случае следует, что требования, которым должна удовлетворять функция неопределенности [3] в отношении разрешающей способности системы, неоднозначности и точности отсчета параметров полностью переходят в требования к функции неопределенности (12).

Так, для обеспечения однозначности отсчета функция неопределенности должна иметь во всей области изменения параметров ψ и $\dot{\psi}$ один резко выраженный максимум. Точность и разрешающая способность системы будут определяться шириной этого максимума.

Вид функции неопределенности в общих чертах предопределяет схему оптимальной обработки. Из (12) следует, что сведения о ψ содержатся во времени запаздывания, а сведения $\dot{\psi}$ в изменении частоты, неущей по апертуре. При определенных конкретных значениях ψ и $\dot{\psi}$ каждой точке апертуры будет соответствовать свое определенное значение времени запаздывания и смещения частоты, определяемые как значениями параметров ψ и $\dot{\psi}$, так и координатами точки апертуры.

Оптимальная обработка принимаемых колебаний

Рассмотрим вопрос о построении функциональной схемы, реализующей оптимальную обработку сигнала. Прямым методом получения наилучшей оценки является формирование оптимального выходного эффекта и нахождение точки его максимального подъема.

Как следует из выражения (5), вся информация об угловых координатах содержится во втором слагаемом показателя экспоненты. И поэтому выражение

$$Y(\psi; \dot{\psi}) = K \int_{-L_0}^{L_T} \int y(t; x) s(t; x, \psi; \dot{\psi}) dt dx \quad (23)$$

может быть использовано для формирования оптимального выходного эффекта. Оптимальная обработка сводится к формированию функции $Y(\psi; \dot{\psi})$ для полезных параметров. Значения параметров ψ и $\dot{\psi}$, которые соответствуют максимуму функции $Y(\psi; \dot{\psi})$ и принимаются за оценку.

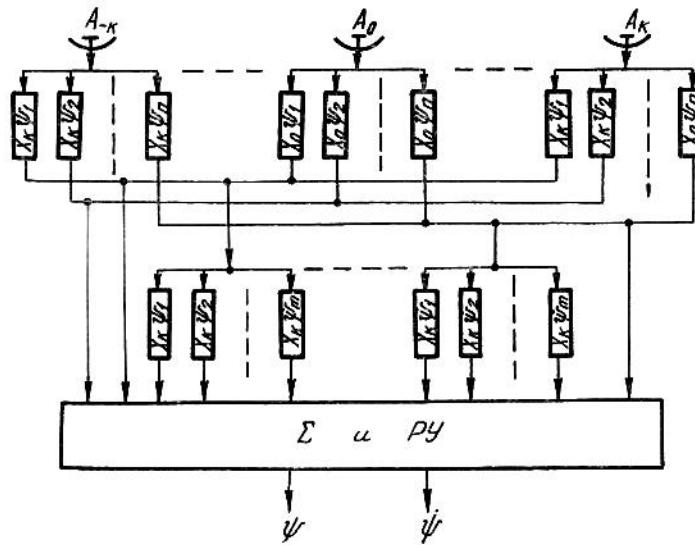


Рис. 1.

Подстановка (3) в выражение для оптимального выходного эффекта дает

$$Y(\psi; \dot{\psi}) = K \int_{-L_0}^{L_T} \int y(t; x) \dot{S}\left(t - \frac{x}{c} \psi\right) \exp\left\{j\omega\left(t - \frac{x}{c} \psi - \frac{x}{c} \dot{\psi} t\right) + j\varphi\right\}. \quad (24)$$

Как следует из этого выражения, система оптимальной обработки, обеспечивающая такой выходной эффект, должна быть пространственно-временной и не может разделяться на пространственную обработку и на временную.

Представим $Y(\psi; \dot{\psi})$ в следующем виде:

$$\begin{aligned} Y(\psi; \dot{\psi}) &\approx K \sum_i \int_0^T y(t; x_i) \dot{S}\left(t - \frac{x_i}{c} \psi\right) \exp\left\{j\omega\left(t - \frac{x_i}{c} \psi - \frac{x_i}{c} \dot{\psi} t\right) + j\varphi\right\} dt = \\ &= k \sum_i \int_0^T y(t; x_i) \dot{S}\left(t - \frac{x_i}{c} \psi\right) \exp\left\{j\left(\omega_i t - \frac{2\pi}{\lambda} x_i \psi\right) + j\varphi\right\} dt, \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$\omega_i = \omega - \frac{x_i}{c} \dot{\psi}. \quad (26)$$

Схема обработки, практически обеспечивающая такой выходной эффект, показана на рис. 1. Система обработки строится в виде совокупности параллельных каналов, настроенных на фиксированные значения параметров ψ и $\dot{\psi}$. В каждой точке апертуры x_i производится операция свертки принимаемого колебания $y(t; x_i)$ с сигналом $s(t; x_i; \psi; \dot{\psi})$. Прием каждой элементарной антенной производится по своей частоте, определяемой параметром сигнала $\dot{\psi}$.

Число дискретных значений параметров ψ и $\dot{\psi}$ или число независимых каналов и частотный сдвиг между ними должны определяться для каждого конкретного типа сигнала и конкретной апертуры антенны, как это будет показано в дальнейшем.

Точность измерения ψ и $\dot{\psi}$ при использовании импульсного сигнала

Определим предельную точность измерения параметров ψ и $\dot{\psi}$ при использовании импульсного сигнала с колокольной огибающей

$$\dot{S}(t) = S_0 \exp\left(-\frac{\pi t^2}{\tau^2}\right) = S_0 \exp(-\beta^2 t^2) \quad (27)$$

с постоянной мгновенной частотой колебаний.

Пусть в интервал наблюдения попадает один радиоимпульс, создающий на апертуре антенны $[-L \div L]$ напряженность поля

$$s(t; x; \psi; \dot{\psi}) = \operatorname{Re} S_0 \exp(-\beta^2 t^2) \exp\left[j\omega\left(t - \frac{x}{c}\psi - \frac{x}{c}\dot{\psi}t\right)\right]. \quad (28)$$

Для сигнала (28) функция неопределенности будет

$$\begin{aligned} \Phi(\psi_1, \dot{\psi}_1; \psi_2, \dot{\psi}_2) &\approx \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-L}^L \exp\left\{-j\omega \frac{x}{c}(\psi_1 - \psi_2)\right\} dx \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} S_0^2 \exp\left\{-\beta^2\left(t - \frac{x}{c}\psi_1\right)^2\right\} \exp\left\{-\beta^2\left(t - \frac{x}{c}\psi_2\right)^2\right\} \exp\left\{-j\omega \frac{x}{c}(\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_2)t\right\} dt. \end{aligned} \quad (29)$$

Замена пределов интегрирования на бесконечные во внутреннем интеграле сделана в предположении, что $T > \tau$.

Производя несложные преобразования в (29), получим

$$\begin{aligned} \Phi(\psi_1; \dot{\psi}_1; \psi_2; \dot{\psi}_2) &= S_0^2 \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}\beta} \int_{-L}^L \exp\left\{-\frac{x^2}{8\beta^2 c^2} \left[4\beta^4(\psi_1 - \psi_2)^2 + \omega^2(\psi_1 - \psi_2)^2 + \right.\right. \\ &\quad \left.\left.+ j\beta^2\omega(\psi_1 + \psi_2)(\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_2)\right] - j\omega \frac{x}{c}(\psi_1 - \psi_2)\right\} dx. \end{aligned} \quad (30)$$

Полагая в выражении (30) $\dot{\psi}_1 = \dot{\psi}_2 = \dot{\psi}$, получим

$$\Phi(\psi_1; \psi_2) = S_0^2 \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}\beta} \int_{-L}^L \exp\left\{-x^2 \frac{\beta^2}{2c^2} (\psi_1 - \psi_2) - jx \frac{\omega}{c} (\psi_1 - \psi_2)\right\} dx. \quad (31)$$

А при $\psi_1 = \psi_2 = \psi$ будем иметь

$$\Phi(\dot{\psi}_1; \dot{\psi}_2; \psi) = S_0^2 \frac{V\pi}{2\sqrt{2}\beta} \int_{-L}^L \exp \left\{ -x^2 \frac{\omega^2 (\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_2)^2 + j8\beta^2 \omega \psi (\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_2)}{8\beta^2 c^2} \right\} dx. \quad (32)$$

Подставляя (30—32) в (19—22), получим

$$\sigma_{\dot{\psi}}^2 = 0; \quad \sigma_{\psi}^2 = \frac{3\sqrt{2}}{q \left(2\pi \frac{L}{\lambda} \right)^2}; \quad \sigma_{\dot{\psi}}^2 = \frac{3\sqrt{2}}{q \frac{1}{4\pi} \left(2\pi \frac{L}{\lambda} \right)^2 \tau^2}, \quad (33)$$

где

$$q = \frac{S_0 \tau L}{N_0 \lambda}. \quad (34)$$

Полученные выражения определяют предельную точность измерения параметров сигнала ψ и $\dot{\psi}$. Как и следовало ожидать, σ_{ψ}^2 определяется отношением сигнал-помеха и относительными размерами апертуры $(\frac{L}{\lambda})$, а $\sigma_{\dot{\psi}}^2$, кроме того, и τu^2 .

Обобщенная функция неопределенности импульсного сигнала

Потенциальные показатели системы определяются видом функции неопределенности используемого сигнала. Область, занимаемая главным выбросом функции, определяет разрешающую способность по ψ и $\dot{\psi}$, неоднозначность и точность отсчета параметров.

Определим, какой вид будет иметь функция неопределенности для сигнала (28). Будем рассматривать нормированную функцию неопределенности

$$\Phi_u(\psi_1; \dot{\psi}_1; \psi_2; \dot{\psi}_2) = \frac{\int_{-L}^L \int_0^T s(t; x; \psi_1; \dot{\psi}_1) s^*(t; x; \psi_2; \dot{\psi}_2) dt dx}{\int_{-L}^L \int_0^T s^2(t; x; \psi; \dot{\psi}) dt dx}. \quad (35)$$

Заменим в (28) колокольную огибающую сигнала прямоугольной

$$S(t) = \begin{cases} S_0 & \text{при } 0 \leq t \leq \tau u \\ 0 & \text{при } t < 0 \text{ или } t > \tau u. \end{cases} \quad (36)$$

Это приведет лишь к незначительному отличию полученной функции неопределенности от реальной, но значительно сократит вычисление.

Замечая, что знаменатель в (35) равен $S_0^2 \tau L$, находим

$$\Phi_u(\psi_1; \dot{\psi}_1; \psi_2; \dot{\psi}_2) = \frac{1}{S_0^2 \tau L} \cdot \frac{1}{2} \int_{-L}^L \int_0^T S_0^2 \cos \omega \frac{x}{c} [(\psi_1 - \psi_2) + \\ + (\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_2)t] dt dx. \quad (37)$$

Производя несложные преобразования, получим

$$\Phi_u(\psi^*; \dot{\psi}^*) = \frac{1}{j\omega} [Si(\psi^* + \dot{\psi}^*) - Si(\psi^*)], \quad (38)$$

где

$$\psi^* = 2\pi \frac{L}{\lambda} (\psi_1 - \psi_2); \quad \dot{\psi}^* = 2\pi \frac{L}{\lambda} (\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_2) \tau;$$

$$Si(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt.$$

На рис. 2 показан общий вид функции неопределенности сигнала. Ее форма определяется как формой сигнала, так и линейными разме-

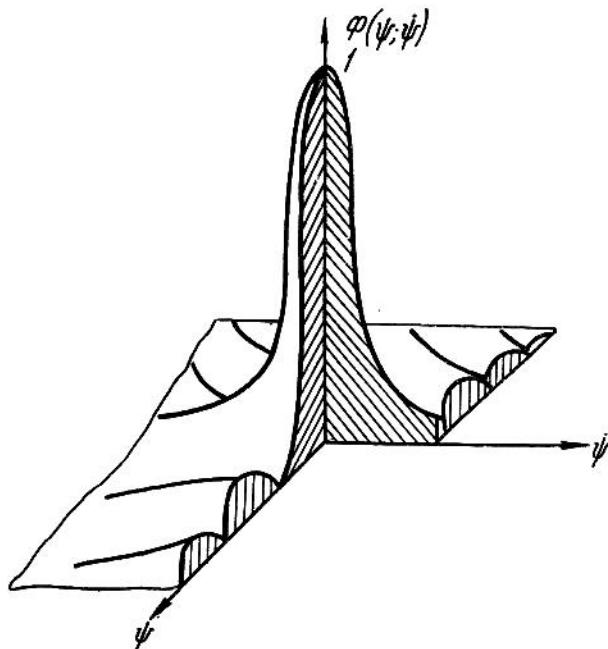


Рис. 2.

рами апертуры. Конфигурация области выброса на рабочем участке плоскости $(\psi; \dot{\psi})$ предопределяет в общих чертах схему оптимальной обработки. Выбор необходимого числа каналов производится следующим образом. Для того, чтобы хотя бы в одном канале имел место резкий выброс функции неопределенности, необходимо сдвиг между каналами принять не больше, чем протяженность области выброса по соответствующей оси.

ВЫВОДЫ

Рассмотрена оптимальная пространственно-временная система обработки, предназначенная для измерения углов и угловых скоростей движущегося излучающего объекта. Получены выражения для определения потенциальных погрешностей отсчета угловой координаты и ее производной для сигнала произвольной формы.

Показано, что оптимальная система обработки в общем случае не может быть разделена на пространственную и временную, а должна быть совместной пространственно-временной.

Для импульсного сигнала с колокольной огибающей с постоянной мгновенной частотой колебаний рассчитаны значения дисперсий оценок параметров и рассмотрен вид пространственно-временной функции неопределенности.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Е. Фалькович. Прием радиолокационных сигналов на фоне флюктуационных помех. Изд-во «Сов. радио», 1961.
 2. С. Е. Фалькович. О задаче определения оптимальной пространственно-временной системы обработки сигналов. «Радиотехника и электроника», 1966, № 5.
 3. Ф. М. Вудворд. Теория вероятностей и теория информации с применением в радиолокации. Изд-во «Сов. радио», 1955.
 4. П. А. Бакут и др. Вопросы статистической теории радиолокации, т. 1, 2. Изд-во «Сов. радио», 1963-64.
-