ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛА ОТ ПРОТЯЖЕННОЙ ЦЕЛИ АНТЕННАМИ С ЛИНЕЙНОЙ АПЕРТУРОЙ

В. А. Грабина, А. И. Погорелов

В статье рассматривается задача синтеза системы, осуществляющей оптимальную пространственно-временную обработку сигнала в случае пеленгования протяженной цели. Получено выражение для оптимального оператора антенны. Показано, что использование синтезированной антенны может дать значительный выигрыш по сравнению со случаем, когда применяется антенна с равномерным амплитудно-фазовым распределением.

При пеленговании точечной цели оказывается, что оптимальная антенна, осуществляющая пространственно-временную обработку, должна иметь по раскрыву равномерное амплитудно-фазовое распределение, как это имеет место и в обычных линейных антеннах. Поэтому может возникнуть опасение, что результаты, получаемые при использовании методов оптимальной пространственно-временной обработки, будут и в других случаях столь же тривиальны.

В связи с этим интересно рассмотреть такую ситуацию, при которой результаты использования обычных антенн не являются наилучшими, и проиллюстрировать выигрыш, получаемый в случае применения метода оптимального синтеза систем обработки пространственно-временных сигналов.

Рассмотрим задачу пеленгования, которая состоит в следующем. Антенна с линейной апертурой в условиях надежного обнаружения сигнала пеленгует цель, представляющую собой протяженный неподвижный объект. На поле сигнала в пространстве антенны накладывается аддитивное поле помех с напряженностью $n(t; x)$, для наблюдения отводится время T.

Требуется указать оптимальный способ обработки принятых колебаний, при котором точность измерения угловой координаты протяженной цели будет наибольшей.

I. Заменим протяженную цель двумя точечными источниками, светящимися точками, монохроматического излучения частоты f_0, расположенными на ее краях, и будем считать, что цель и линейная антенна лежат в одной плоскости, угол отсчитывается от линии $00'$, а величины $\pm\Delta$ обозначают, как показано на рис. 1., угловые смещения точечных источников относительно азимута центра цели. Сделанные допущения позволяют выявить влияние протяженности излучающего объекта на оптимальную обработку.

Если амплитуда и фаза колебаний каждого из точечных источников представляют собой постоянные величины, равные соответственно E_0 и ν, то суммарная напряженность поля e_Σ, создаваемая двумя такими источниками в точках x апертуры, будет

$$e_\Sigma(t;\ x;\ \theta) = E_0 e^{j\,(2\pi f_0 t + \nu)} \left[e^{j\frac{2\pi x \sin(\theta+\Delta)}{\lambda_0}} + e^{j\frac{2\pi x \sin(\theta-\Delta)}{\lambda_0}}\right], \qquad (1)$$

где λ_0 — длина волны, соответствующая частоте f_0.

Положим, что угловые размеры цели (величина Δ) малы. В этом случае

$$e_\Sigma(t;\ x;\ \theta) = 2E_0 e^{j\,(2\pi f_0 t + \nu)}\, e^{j\frac{2\pi}{\lambda_0} x \sin\theta} \cos\left[2\pi \frac{x}{\lambda_0}\ \Delta \cos\theta\right]. \qquad (2)$$

Из-за помех результаты наблюдения носят случайный характер и задача, таким образом, решается с помощью статистической теории. При этом, поскольку и сигнал и помеха — пространственно-временные (в данном случае — двумерные) функции, задачу необходимо решать на основании статистической теории не временных, а пространственно-временных процессов.

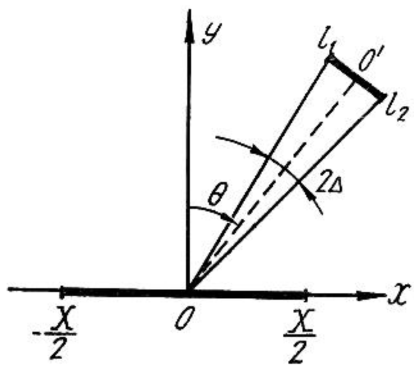

Рис. 1.

Будем считать, что помехи имеют тепловую природу, некоррелированы во времени и порождаются источниками, статистически независимыми и равномерно распределенными по телесным углам в пределах всего пространства.

Предположим также, что шумы эти действуют на протяжении того же времени T, которое отводится для наблюдения сигнала.

В этом случае помеха в области частот, занимаемой сигналом, может быть представлена [2] случайным процессом в виде белого шума с δ-корреляцией по времени и линейной координате x с плотностью вероятности

$$p(n) = k \exp\left\{-\frac{2}{N_0\lambda} \int\limits_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \int\limits_{-\frac{X}{2}}^{\frac{X}{2}} n^2(t;\ x)\, dt dx\right\}, \qquad (3)$$

где x — протяженность апертуры;
а N_0 — двумерная спектральная плотность процесса $n(t;\ x)$, приходящаяся на единицу объема двумерного спектрального (частотного) пространства $(f;\ \varphi_x)$. Здесь f — циклическая, а φ_x — пространственная частоты.

Определение оптимального оператора антенны. Для пространственно-временных процессов, так же как и для временных, независимо от выбранного критерия оптимума в качестве оптимального эффекта можно принять коэффициент правдоподобия [1] (отношение правдоподобия) $\Lambda(\theta)$, или функцию $Y(\theta)$, взаимнооднозначную по отношению к $\Lambda(\theta)$.

Имея выражение для функционала плотности вероятности помехи (3), можно найти выражение для $\Lambda(\theta)$ и записать функционал $Y(\theta)$ аналогично тому, как это сделано в [2].

Для рассматриваемого двумерного случая выходной эффект оптимальной системы запишется в следующем виде:

$$Y(\theta) = \int\limits_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \int\limits_{-\frac{X}{2}}^{\frac{X}{2}} \xi(t;\ x)\, e_{\Sigma}(t;\ x;\ \theta)\, dt dx. \tag{4}$$

Здесь $\xi(t;\ x)$ — напряженность поля на апертуре, созданная в результате совместного воздействия сигнала $e_{\Sigma}(t;\ x;\ \theta)$ и помехи $n(t;\ x)$

$$\xi(t;\ x) = e_{\Sigma}(t;\ x;\ \theta_0) + n(t;\ x), \tag{5}$$

а θ_0 — фиксированное значение полезного параметра сигнала.
Если воспользоваться записью (4) и (2), то получим необходимое нам выражение, указывающее способ оптимальной обработки принимаемых колебаний,

$$Y(\theta) = \int\limits_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} E_0 e^{j(2\pi f_0 t + \nu)}\, dt \int\limits_{-\frac{X}{2}}^{\frac{X}{2}} \xi(t;\ x)\, e^{j2\pi \frac{x}{\lambda_0} \sin\theta} \cos\left[2\pi \frac{x}{\lambda_0} \cos\theta\Delta\right] dx. \tag{6}$$

Проанализируем это выражение.
Из (6) следует, что обработка пространственно-временного процесса осуществляется оптимальной системой раздельно: (по принципу обработки сигналов в радиолокационных системах классической схемы построения) сначала — по пространству — внутренний интеграл (6), а затем по времени.

При этом выходной эффект оптимальной антенны — обработка по пространству

$$Y(\theta;\ t) = \int\limits_{-\frac{X}{2}}^{\frac{X}{2}} \xi(t;\ x) \cos\left[2\pi \frac{x}{\lambda_0} \Delta\cos\theta\right] e^{j2\pi \frac{x}{\lambda_0} \sin\theta}\, dx. \tag{7}$$

Можно показать, что вращающаяся антенна с линейной апертурой, оптимальный выходной эффект которой представляется в виде (7), имеет диаграмму направленности

$$f_{\Sigma}(\theta) = \int\limits_{-\frac{X}{2}}^{\frac{X}{2}} \cos\left[2\pi \frac{x}{\lambda_0} \Delta\cos\theta\right] e^{j2\pi \frac{x}{\lambda_0} \sin\theta}\, dx, \tag{8}$$

где

$$I(x) = \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda_0} \Delta\cos\theta\right) — \tag{9}$$

— весовая функция антенны.
Во многих практически важных случаях, о которых будет сказано ниже, $\theta \approx 0$, а $\cos\theta \approx 1$, так что

$$I(x) = \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda_0} \Delta\right). \tag{10}$$

II. Для анализа полученных результатов полезно иметь выражение для коэффициента γ^2, определяющего отношение

$$\gamma^2 = \frac{(\text{с/ш})_{\text{опт}}}{(\text{с/ш})_{\text{неопт}}}. \qquad (11)$$

Для рассматриваемой задачи достаточно сравнить в указанных случаях выходные эффекты только пространственной обработки сигнала. Временную обработку считаем оптимальной и, следовательно, одинаковой по точности.

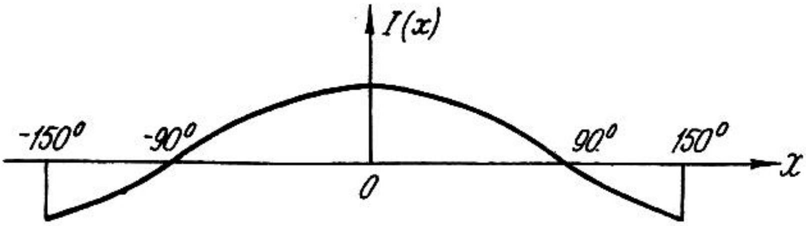

Рис. 2.

Можно показать, что в случае пеленгования протяженной цели, когда амплитудное распределение оптимальной антенны задано в виде (10), величину коэффициента γ^2 можно определить, пользуясь выражением

$$\gamma^2 = \frac{\int\limits_{-x/2}^{X/2} |I(x)|^2 dx \int\limits_{-x/2}^{X/2} \cos^2\left(2\pi\Delta \frac{x}{\lambda}\right) dx}{\left|\int\limits_{-X/2}^{X/2} I(x) \cos\left(2\pi\Delta \frac{x}{\lambda}\right) dx\right|^2}, \qquad (12)$$

где $I(x)$ — амплитудное распределение неоптимальной антенны.

Сравним оптимальную обработку (7) с обработкой, когда в той же ситуации та же линейная антенна имеет, например, равномерное амплитудное распределение

$$I(x) = I_0 = \text{const}.$$

В этом случае, как следует из (12),

$$\gamma^2 = \frac{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{\sin 2\pi\Delta \frac{x}{\lambda}}{2\pi\Delta \frac{L}{\lambda}}\right)}{\left(\frac{\sin \pi\Delta \frac{x}{\lambda}}{\pi\Delta \frac{x}{\lambda}}\right)^2}. \qquad (13)$$

Для конкретных значений угловых размеров цели и отношения x/λ получаются следующие значения γ^2. При $\Delta = 5'$ и $x/\lambda = 5$; $\gamma^2 = 1{,}26$. При $\Delta = 5'$ и $x/\lambda = 25$ $\gamma^2 = 26$. Амплитудное распределение по апертуре для первого случая имеет вид, показанный на рис. 2.

Для второго случая аргумент косинуса для выражения (10) $2\pi\Delta\frac{x}{\lambda}\approx 750^\circ$, в связи с чем оптимальное распределение будет еще более отличаться от равномерного.

Из рассмотренных примеров видно, что дисперсия оценки параметра θ в случае оптимальной антенны заметно меньше, чем в случае, когда закон амплитудного распределения равномерный. В связи с этим имеет смысл обсуждение полученных результатов с точки зрения построения такой оптимальной антенны.

Трудности осуществления оптимальной антенны (7) определяются тем, что амплитудное распределение (9) зависит от двух обычно неизвестных параметров: Δ и θ. Более того, параметр θ является искомым параметром. Тем не менее возможны ситуации, при которых отмеченные трудности существенно ослабляются или снимаются вовсе и реализация рассматриваемой системы становится возможной. Здесь следует прежде всего заметить, что во многих реальных случаях для конструирования оптимальной антенны (7) априорное незнание θ окажется несущественным. Дело в том, что обычно цель находится в области, близкой к $\theta\approx 0$, так что $\cos\theta$ в аргументе выражения (10) можно положить равным единице.

Такое предположение ($\cos\theta\approx 1$) можно сделать и для антенн типа самонастраивающихся фазируемых решеток, где диаграмма направленности антенны автоматически следит за целью.

Рассмотрим теперь вопрос о величине Δ. Выше было отмечено, что параметр Δ обычно является величиной неизвестной.

Если это имеет место, то, действительно, построение оптимальной системы вида (7) затруднительно. Однако имеются случаи, когда наблюдение ведется за целью, информация о которой содержит достаточно надежные сведения о Δ. Ограничимся двумя примерами.

Прежде всего укажем на типичную ситуацию в радиоастрономии, где угловые размеры объектов наблюдения известны. При этом следует подчеркнуть, что в радиоастрономии, где требуются высокие точности, а прием ведется на фоне радиошумов, применение антенн, синтезированных с учетом действия помех, должно быть весьма эффективным. Второй случай, когда величина Δ или ее порядок можно считать также известными, имеет место при наблюдении космических объектов, параметры которых заданы.

Вывод, который следует из обсуждения вопроса о построении оптимальной системы (7), состоит в том, что совместное выполнение условий

$$\Delta - \text{задано};\ \theta\approx 0;\ \Delta\frac{x}{\lambda} > 1 \tag{14}$$

для радиопеленгационных устройств вполне реально. В связи с этим построение антенны (8), осуществляющей оптимальную обработку сигнала от протяженной цели, возможно и целесообразно.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Е. Фалькович. Прием радиолокационных сигналов на фоне флюктуационных помех. Изд-во «Сов. радио», 1961.

2. С. Е. Фалькович. О задаче определения оптимальной пространственно-временной системы обработки сигналов. «Радиотехника и электроника», 1966, № 5.