ПРИБЛИЖЕННАЯ ТЕОРИЯ РАЗРЕШЕНИЯ КОГЕРЕНТНЫХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СТАНЦИЙ

Ю. А. Мельник

В последние годы на смену радиолокационным станциям (РЛС), осуществляющим обзор земной поверхности без учета фазы отраженной волны, приходят радиолокационные системы, в которых для получения высокой разрешающей способности производится когерентная обработка сигналов [2]. Такие системы можно использовать только при относительном перемещении цели и РЛС. Благодаря тому, что расстояние до цели в процессе радиолокационного наблюдения меняется, принимаемый отраженный сигнал приобретает фазовую модуляцию, параметры которой зависят от положения целей относительно траектории движения РЛС. Использование согласованного фильтра, настроенного на определенный закон изменения фазы, позволяет выделить сигнал заданной цели; набор фильтров обеспечивает разрешающую способность по параметрам движения.

Наметим методику оценки разрешающей способности когерентных радиолокационных систем обзора поверхности при возможно более общих исходных условиях.

§ 1. Разрешаемый фазовый набег

Полагаем, что передающая часть РЛС излучает высокочастотные колебания с длиной волны λ и создает в некоторой области пространства стационарное электромагнитное поле.

С помощью приемного устройства принимаются отраженные сигналы цели. Передатчик и приемник в общем случае могут быть разнесены, однако расстояние между ними сохраняется неизменным. Расположению одиночной цели в каждой точке рассматриваемого пространства соответствует определенная фаза φ отраженного сигнала в приемном устройстве (рис. 1а). Зона действия РЛС представляет собой поле скалярной функции φ. Поскольку расстояние между передатчиком и приемником не меняется, а частота излучаемых колебаний постоянна, это поле стационарно.

Далее полагаем, что в скалярном поле функции φ задана траектория движения некоторой точечной цели. Поскольку все кинематические параметры движения цели заданы, закон изменения сигнала на наблюдаемом участке траектории известен. После фазового детектирования сигнал цели может быть представлен двумя ортогональными составляющими в видеотракте

$$U_c(t) = U_0(t)\cos\varphi_0(t), \tag{1а}$$

$$U_s(t) = U_0(t)\sin\varphi_0(t), \tag{1б}$$

где $U_0(t)$ — закон изменения амплитуды,

$\varphi_0(t)$ — закон изменения фазы сигнала.

Полагаем, что для выделения составляющей (1а) сигнала ($U_c(t)$ на рис. 1б) построен оптимальный фильтр. Напряжение на выходе фильтра пропорционально величине

$$Q_{c_0}(T) = \int\limits_{t_0}^{t_0+T} U_0(t)\cos\varphi_0(t)\, U_0(t)\cos\varphi_0(t)\,dt. \tag{2}$$

Исследуем максимальное значение этого напряжения как функцию времени накопления сигнала T. Для упрощения задачи будем считать, что амплитуда сигнала постоянна $U_0(t) = U_0$-const. В отношении закона изменения фазы введем лишь одно ограничение: пределы изменения фазы ($\varphi_2 - \varphi_1$ на рис. 2а) за время накопления T составляют много периодов.

Выражение для выходного напряжения оптимального фильтра в конце интервала накопления

$$Q_{c_0}(T) = U_0^2 \int\limits_{t_0}^{t_0+T} \cos^2\varphi_0(t)\,dt \tag{3}$$

может быть преобразовано

$$Q_{c_0}(T) = \frac{U_0^2}{2}T - \frac{U_0^2}{2}\int\limits_{t_0}^{t_0+T} \cos 2\varphi_0(t)\,dt. \tag{4}$$

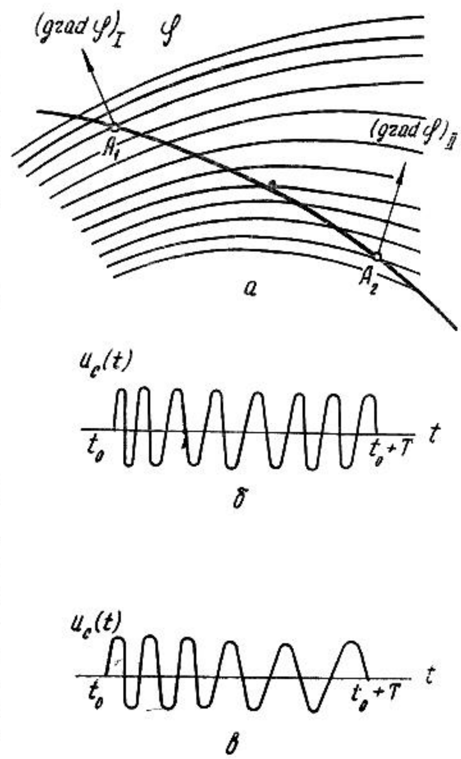

Рис. 1.

Из рассмотрения формулы (4) следует, что при накоплении сигнала за много периодов изменения фазы $\varphi_0(t)$ выходное напряжение фильтра определяется в основном первым членом, пропорциональным времени интегрирования T; второй, колебательный член изменяется в ограниченных пределах (рис. 2б).

Таким образом, при изменении фазы сигнала на много периодов максимальное напряжение на выходе согласованного фильтра пропорционально времени накопления и практически не зависит от закона изменения фазы

$$Q_{c_0}(T) \approx \frac{U_0^2}{2}T. \tag{5}$$

Определим, теперь, как зависит выходное напряжение фильтра от времени накопления, если действительный закон изменения фазы сигнала $\varphi(t)$ отличается от заданного $\varphi_0(t)$, на который настроен фильтр (рис. 2а). В общем случае это различие может быть произвольным, однако мы ограничим класс функций $\varphi(t)$. Будем считать, что кривые $\varphi(t)$ и $\varphi_0(t)$ различаются мало и функция

$$\Delta\varphi(t) = \varphi(t) - \varphi_0(t) \tag{6}$$

в интервале $t_0 \div t_0 + T$ близка к линейной. Изменение этой функции за время накопления сигнала будем называть в дальнейшем фазовым набегом $\Delta\varphi$.

Выходное напряжение расстроенного фильтра в конце интервала накопления (рис. 2б)

$$Q_c(T) = \frac{U_0^2}{2} \int_{t_0}^{t_0+T} \cos\varphi_0(t) \cos[\varphi_0(t) + \Delta\varphi(t)]\, dt \quad (7)$$

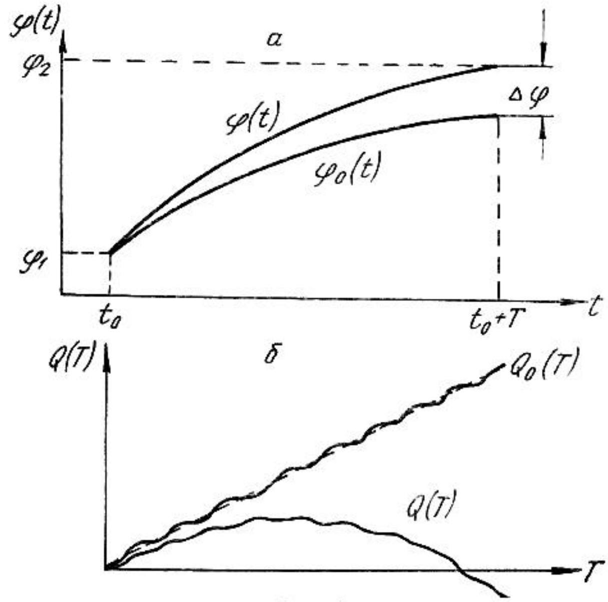

Рис. 2.

вновь может быть представлено в виде двух слагаемых

$$Q_c(T) = \frac{U_0^2}{2} \int_{t_0}^{t_0+T} \cos\Delta\varphi(t) dt + \frac{U_0^2}{2} \int_{t_0}^{t_0+T} \cos[2\varphi_0(t) + \Delta\varphi(t)]\, dt. \quad (8)$$

При принятом выше предположении, согласно которому интервалу T соответствует много периодов изменения фазы $\varphi_0(t)$, существенную величину выходного напряжения фильтра может выражать только первое слагаемое. Вторым, колебательным, членом в первом приближении можно пренебречь. Тогда выходное напряжение расстроенного фильтра может быть представлено

$$Q_c(T) \approx \frac{U_0^2}{2} \int_{t_0}^{t_0+T} \cos\Delta\varphi(t)\, dt. \quad (9)$$

Воспользовавшись сделанным выше предположением в отношении рассматриваемого класса функций $\varphi(t)$, заменим $\Delta\varphi(t)$ приближенно линейной функцией

$$\Delta\varphi(t) = \frac{2\pi}{T_0} t + \Phi_0, \quad (10)$$

где T_0 — постоянная,

Φ_0 — произвольная начальная фаза.

Тогда, полагая нижний предел интегрирования в формуле (9) $t_0 = 0$, получаем выражение для выходного напряжения расстроенного фильтра

$$Q_c(T) = \frac{U_0^2}{2}\frac{T_0}{2\pi}\left[\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}T + \Phi_0\right) - \sin\Phi_0\right]. \tag{11а}$$

Аналогичным выражением определяется выходное напряжение другого фильтра, согласованного с сигналом

$$Q_s(T) = -\frac{U_0^2}{2}\frac{T_0}{2\pi}\left[\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}T + \Phi_0\right) - \cos\Phi_0\right]. \tag{11б}$$

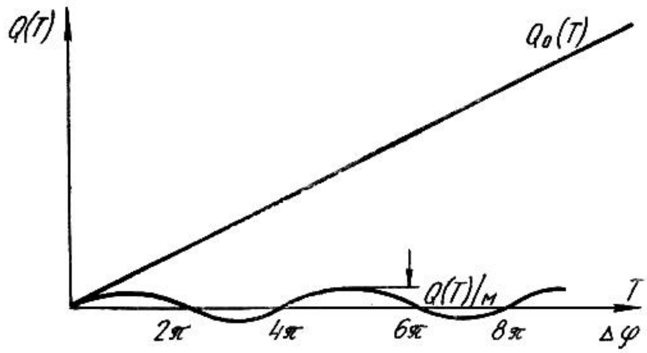

Рис. 3.

Выходной эффект оптимальной системы обработки сигнала с произвольной начальной фазой, как известно [1], определяется выражением

$$Q(T) = \sqrt{Q_c^2(T) + Q_s^2(T)}$$

и в нашем случае составит

$$Q(T) = \frac{U_0^2}{2}\frac{T_0}{\pi}\sin\frac{\pi}{T_0}T. \tag{12}$$

Для того, чтобы оценить, как фильтр ослабляет сигнал, если закон его изменения отличается от заданного, найдем отношения величины $Q(T)$ к ее максимальному значению $Q_0(T)$ при $\Delta\varphi = 0$ и $Q_c(T) = Q_s(T) = \frac{U_0^2}{2}T$

$$\frac{Q(T)}{Q_0(T)} = \frac{\sin\frac{\pi}{T_0}T}{\sqrt{2}\frac{\pi}{T_0}T} = \sqrt{2}\,\frac{\sin\frac{\Delta\varphi}{2}}{\Delta\varphi}. \tag{13}$$

Необходимо заметить, что при фазовом набеге $\Delta\varphi$, превышающем π, для характеристики подавления сигнала расстроенным фильтром правильнее пользоваться максимальными значениями выражения (12), полагая $\sin\frac{\Delta\varphi}{2} = 1$. Действительно, формула (12) определяет выходное напряжение фильтра в момент окончания интервала накопления, когда весь сигнал «входит» в фильтр. При $\Delta\varphi = 2\pi$ или $\Delta\varphi = 2n\pi$ (n — целое число) это напряжение близко к нулю. Однако выходное напряжение может приобретать большие значения в некоторые промежуточные моменты времени, когда накапливаемый сигнал входит в фильтр лишь частично, а фазовый набег составляет π или $(2n+1)\pi$.

Таким образом, соотношение между полезным и мешающими сигналами на выходе фильтра (рис. 3) с точностью до постоянного множителя равно набегу фазы за время накопления

$$\left.\frac{Q(T)}{Q_0(T)}\right|_M = \frac{\sqrt{2}}{\Delta\varphi}. \tag{14}$$

Теперь остается выбрать разрешаемое значение фазового набега, которое является величиной условной, зависящей от допускаемого соотношения помеха/сигнал. Если, например, полагать, что входной сигнал отсутствует, когда его напряжение на выходе фильтра в $\frac{4\pi}{\sqrt{2}} \approx 4{,}4$ раза меньше, чем для согласованного сигнала, то фазовый набег за время накопления должен составить 4π. Примем эту величину в качестве разрешаемого значения фазового набега

$$\Delta\psi = 4\pi.$$

Можно показать, что полученные соотношения в первом приближении справедливы для значительно более широкого класса функций, чем это было принято при выводе.

§ 2. Относительное разрешение

Фазовый набег является функцией целого ряда параметров движения цели. Разрешающая способность по каждому из этих параметров определяется таким его приращением, при котором фазовый набег составляет принятую величину $\Delta\psi$. Если изменение некоторого параметра движения цели α на $\Delta\alpha$ приводит к фазовому набегу $\Delta\psi$, то величина $\Delta\alpha$ характеризует разрешающую способность системы по этому параметру. Появление двух целей с параметром α, отличающимся на $\Delta\alpha$, вызовет эффект на выходе смежных фильтров, воспринимаемый как результат наличия двух целей.

Например, можно определить разрешающую способность системы по скорости движения цели v. Пусть оптимальный фильтр рассчитан на выделение сигнала цели, движущейся на участке наблюдения с постоянной скоростью v. Изменение скорости цели приведет к изменению формы сигнала в интервале $t_0 \div t_0 + T$ (см. рис. 1в). Если фазовый набег при этом будет равен разрешаемому ($\Delta\varphi = \Delta\psi$), то соответствующее изменение скорости Δv определит разрешающую способность по скорости. Сигналы двух целей могут быть выделены раздельно двумя фильтрами, если их скорости различаются не менее, чем на Δv.

Для суждения о разрешающей способности когерентных радиолокационных систем по геометрическим параметрам траектории возвратимся к рассмотрению скалярного поля функции φ.

Полагаем, что в точке цели A (рис. 4а) задано некоторое направление в виде единичного вектора $\vec{l}$, фиксированного относительно множества неподвижных отражающих точек. Точки целей и вектор $\vec{l}$ перемещаются в системе координат, связанной с РЛС; в начале (A_1) и в конце (A_2) участка накопления сигнала вектор $\vec{l}$ занимает положения $\vec{l}_1$ и $\vec{l}_2$. Изменение фазы отраженного сигнала цели A за время наблюдения происходит монотонно.

Требуется определить, на каком минимальном расстоянии от цели A в направлении $\vec{l}$ может быть расположена вторая отражающая точка B, сигнал которой выделяется радиолокационной системой как сигнал новой цели.

Как было показано выше, сигналы целей A и B выделяются раздельно, если за время наблюдения T между законами изменения их фазы накапливался разрешаемый фазовый набег $\Delta\psi$. Поскольку поле функции φ потенциально, условием разрешения будет

$$\Delta\psi = (\varphi_{A_2} - \varphi_{A_1}) - (\varphi_{B_2} - \varphi_{B_1}), \tag{15}$$

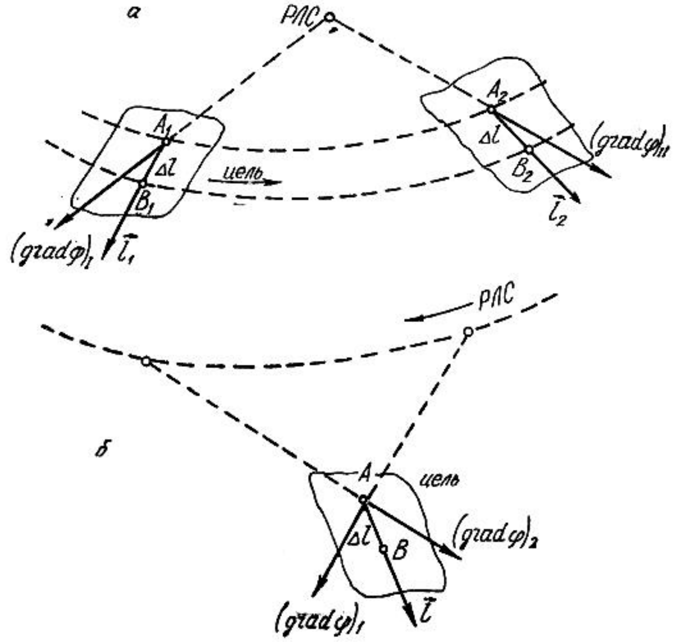

Рис. 4.

где φ_{A_1}, φ_{A_2}, φ_{B_1}, φ_{B_2} — значения фазы в точках A_1, A_2, B_1, B_2 соответственно.

Переписав выражение (15)

$$\Delta\psi = (\varphi_{A_2} - \varphi_{B_2}) - (\varphi_{A_1} - \varphi_{B_1}), \tag{16}$$

замечаем, что вследствие близости разрешаемых точек выражения в скобках могут быть представлены в виде скалярных произведений градиента функции φ в точках A_1 и A_2 и малых векторов $\Delta l\vec{l}_1$, $\Delta l\,\vec{l}_2$, определяющих расстояние между наблюдаемыми точками

$$\Delta\psi = (\mathrm{grad}\,\varphi)_{II}\Delta l\,\vec{l}_2 - (\mathrm{grad}\,\varphi)_{I}\Delta l\,\vec{l}_1. \tag{17}$$

Умножим обе части формулы (17) на величину $\frac{\lambda}{\Delta\psi\Delta l}$. Полученное отношение

$$\frac{\lambda}{\Delta l} = \frac{\lambda}{\Delta\psi}\left[(\mathrm{grad}\,\varphi)_{II}\vec{l}_2 - (\mathrm{grad}\,\varphi)_{I}\vec{l}_1\right] \tag{18}$$

назовем относительным разрешением системы в направлении $\vec{l}$. Аналогичное выражение может быть получено при использовании системы координат, связанной с целью (рис. 4б)

$$\frac{\lambda}{\Delta l} = \frac{\lambda}{\Delta\psi}[(\mathrm{grad}\,\varphi)_2 - (\mathrm{grad}\,\varphi)_1]\,\vec{l}. \qquad (19)$$

Здесь $(\mathrm{grad}\,\varphi)_1$ и $(\mathrm{grad}\,\varphi)_2$ — значения градиента функции φ в точке A для начального и конечного положений РЛС, выраженные в системе координат, связанной с целью.

Множители $\vec{l}$ в формуле (19) одинаковы, поэтому вследствие дистрибутивности скалярного произведения выражение (19) можно переписать:

$$\frac{\lambda}{\Delta l} = \frac{\lambda}{\Delta\psi}[(\mathrm{grad}\,\varphi)_2 - (\mathrm{grad}\,\varphi)_1]\,\vec{l}. \qquad (20)$$

В частном случае, представляющем наибольший практический интерес, приемник и передатчик РЛС совмещены. При этом

$$\mathrm{grad}\,\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}2\vec{r}, \qquad (21)$$

где $\vec{r}$ — единичный вектор в направлении РЛС — цель. Тогда, если $\Delta\psi = 4\pi$, формула для относительного разрешения приобретает вид

$$\frac{\lambda}{\Delta l} = (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)\,\vec{l}. \qquad (22)$$

Аналогичные формулы могут быть получены для более сложных систем.

§ 3. Сложение относительных разрешений

Одним из условий, принятых при выводе формул для относительного разрешения, является монотонность изменения фазы вдоль наблюдаемого участка траектории. Определим разрешающую способность в более общем случае, при произвольной форме наблюдаемого участка траектории.

Предположим, что наблюдение за целью производится на двух участках траектории: 1—2 и 3—4 (рис. 5); на каждом из них фаза изменяется монотонно. Требуется определить относительное разрешение системы.

Минимальное расстояние Δl между точками A и B для раздельного выделения их сигналов должно быть таким, чтобы фазовый набег за время наблюдения этих целей составил $\Delta\psi$. Условие разрешения может быть записано так:

$$\Delta\psi = (\varphi_{A_4} - \varphi_{A_3}) + (\varphi_{A_2} - \varphi_{A_1}) - (\varphi_{B_4} - \varphi_{B_3}) + (\varphi_{B_2} - \varphi_{B_1}).$$

После перестановки слагаемых

$$\Delta\psi = (\varphi_{A_2} - \varphi_{B_2}) - (\varphi_{A_1} - \varphi_{B_1}) + (\varphi_{A_4} - \varphi_{B_4}) - (\varphi_{A_3} - \varphi_{B_3}).$$

Заменяя выражения в скобках соответствующими скалярными произведениями

$$\Delta\psi = (\mathrm{grad}\,\varphi)_{\mathrm{II}}\vec{l}_2\Delta l - (\mathrm{grad}\,\varphi)_{\mathrm{I}}\vec{l}_1\Delta l + (\mathrm{grad}\,\varphi)_{\mathrm{IV}}\vec{l}_4\Delta l - (\mathrm{grad}\,\varphi)_{\mathrm{III}}\vec{l}_3\Delta l$$

и переходя к относительному разрешению, получаем

$$\frac{\lambda}{\Delta l} = \frac{\lambda}{\Delta\psi}[(\mathrm{grad}\,\varphi)_{\mathrm{II}}\vec{l}_2 - (\mathrm{grad}\,\varphi)_{\mathrm{I}}\vec{l}_1] + \frac{\lambda}{\Delta\psi}[(\mathrm{grad}\,\varphi)_{\mathrm{IV}}\vec{l}_4 - (\mathrm{grad}\,\varphi)_{\mathrm{III}}\vec{l}_3]. \qquad (23)$$

Два слагаемых в правой части выражения (23) совпадают с формулой для относительного разрешения $\frac{\lambda}{\Delta l_{12}}$ и $\frac{\lambda}{\Delta l_{34}}$ на каждом из отдельных участков траектории. Поэтому из выражения (23) следует

$$\frac{\lambda}{\Delta l} = \frac{\lambda}{\Delta l_{12}} + \frac{\lambda}{\Delta \lambda_{34}}. \tag{24}$$

Таким образом, мы доказали теорему.

Относительное разрешение при наблюдении цели на двух участках траектории равняется сумме относительных разрешений, полученных при наблюдении каждого из участков отдельно.

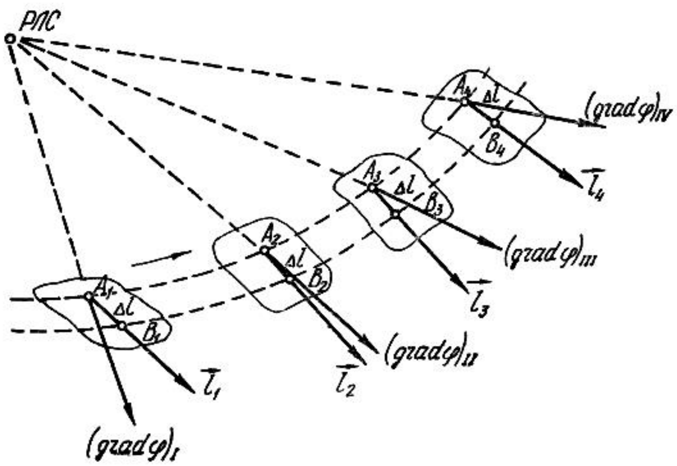

Рис. 5.

Пользуясь теоремой о сложении относительных разрешений, можно определить разрешающую способность системы при любом законе движения цели. Для этого всю наблюдаемую траекторию нужно разбить на участки, в пределах каждого из которых фаза изменяется монотонно. Вычислив относительные разрешения для этих участков и просуммировав их, можно определить относительное разрешение при накоплении сигнала на всей наблюдаемой траектории.

В заключение рассмотрим одно из следований теоремы о сложении относительных разрешений.

Предельное значение относительного разрешения, которое может быть получено при наблюдении цели на участке траектории с монотонным изменением фазы, составляет 1. Действительно, пусть, например, РЛС перемещается по прямой из бесконечности в точку, ближайшую к цели. Тогда единичные векторы $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ в формуле (21) перпендикулярны и их проекция на направление движения равна единице, т. е. $\left.\frac{\lambda}{\Delta l}\right|_M = 1$. В соответствии с выражением (24) предельное значение относительного разрешения при наблюдении цели на двух участках траектории, на которых фаза изменяется монотонно в противоположных направлениях, должно быть в два раза больше: $\left.\frac{\lambda}{\Delta l}\right|_M = 2$. В указанном примере это соответствует случаю, когда наблюдение за целью продолжается, пока она вновь не удалится в бесконечность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Д. Ширман, В. Н. Голиков, Основы теории обнаружения радиолокационных сигналов и измерения их параметров. Изд-во «Сов. радио», 1963.

2. Катрона, Холл. Сравнение различных способов достижения высокой азимутальной разрешающей способности. «Зарубежная радиоэлектроника», 1964, № 2.