ИСКУССТВЕННЫЕ ГИРОТРОПНЫЕ СРЕДЫ

Я. Б. Файнберг, Н. А. Хижняк

Распространение электромагнитных волн в гиротропных средах характеризуется, как известно, рядом важных особенностей, и представляют интерес как для электроники сверхвысоких частот, так и для физической оптики. В гиротропных средах волны испытывают круговое двойное преломление и поэтому фазовая скорость распространения волн с круговой поляризацией зависит от направления вращения вектора поляризации. В итоге линейно-поляризованное излучение испытывает вращение плоскости поляризации.

Среди естественных диэлектриков имеется ряд веществ, обладающих гиротропными свойствами (кварц, раствор сахара и другие). Это так называемые естественные оптически активные вещества. Как показали исследования Борна и Озеена [1], свойства гиротропности в них связаны с определенным характером симметрии молекулы (отсутствие центра и плоскости симметрии), а величина угла поворота плоскости поляризации линейно поляризованной волны пропорциональна $\frac{a}{\lambda}$, где a — размер молекулы, λ — длина волны. По этой причине в качестве рассеивающих центров искусственного диэлектрика выбираются пары эллипсоидов с некомпланарными осями. Очевидно, что такая система не имеет ни центра, ни плоскости симметрии. Кроме того, все вычисления проведены с точностью до величин порядка (l/λ) включительно. Здесь l — расстояние между центрами эллипсоидов.

Тензор диэлектрических проницаемостей гиротропной среды наряду с диагональными вещественными элементами содержит также чисто мнимые недиагональные члены, которые описывают не поглощение в среде, так как $\overset{*}{\varepsilon}_{ik} = \varepsilon_{ki}$, а вращение плоскости поляризации. Поэтому в настоящей работе исследование гиротропных свойств искусственного диэлектрика сводится к выводу выражений для тензоров диэлектрических и магнитных проницаемостей и к вычислению мнимых недиагональных элементов.

Согласно [2], средние электрическое и магнитное поля в рассматриваемом диэлектрике определяются следующими выражениями, справедливыми с точностью до (S/λ), где S — размер элементарной ячейки, охватывающей отдельную рассеивающую пару

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -ik\,\mu_1\left\{\mathbf{H} + \frac{4\pi}{\Omega}\hat{p}_1\,\mathbf{H}'_{\text{возб}} + \frac{4\pi}{\Omega}\hat{P}_2\mathbf{H}''_{\text{возб}}\right\},$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = ik\,\varepsilon_1\left\{\mathbf{E} + \frac{4\pi}{\Omega}\hat{g}_1\,\mathbf{E}'_{\text{возб}} + \frac{4\pi}{\Omega}\hat{g}_2\,\mathbf{E}''_{\text{возб}}\right\}. \qquad (1)$$

Здесь $\hat{g}_1$, $\hat{p}_1$, $\hat{g}_2$ и $\hat{p}_2$ — матрицы, характеризующие анизотропное рассеяние электрического и магнитного полей на первом и втором эллипсоидах соответственно, ε_1 и μ_1 — диэлектрическая и магнитная проницаемости окружающей среды, Ω — объем элементарной ячейки решетки, а $\mathbf{E}'_{\text{возб}}$, $\mathbf{H}'_{\text{возб}}$, $\mathbf{E}''_{\text{возб}}$ и $\mathbf{H}''_{\text{возб}}$ — электрические и магнитные поля, возбуждающие первый и второй эллипсоиды пары.

Каждый из эллипсоидов возбуждается полем, состоящим из внешнего поля, создаваемого всеми окружающими парами частиц, совместно с полем падающей на диэлектрик волны, и поля соседнего эллипсоида

$$\mathbf{E}'_{\text{возб}}\left(\mathbf{r}_n - \frac{1}{2}\mathbf{l}\right) = \mathbf{E}_{\text{возб}}\left(\mathbf{r}_n - \frac{1}{2}\mathbf{l}\right) + \mathbf{E}_{21},$$

$$\mathbf{E}''_{\text{возб}}\left(\mathbf{r}_n - \frac{1}{2}\mathbf{l}\right) = \mathbf{E}_{\text{возб}}\left(\mathbf{r}_n - \frac{1}{2}\mathbf{l}\right) + \mathbf{E}_{12}. \tag{2}$$

Поле, создаваемое всеми окружающими парами частиц совместно с полем падающей волны $\mathbf{E}_{\text{возб}}\left(\mathbf{r}_n - \frac{1}{2}\mathbf{l}\right)$ в точке, расположенной посредине отрезка, который соединяет центры эллипсоидов, можно выразить через среднее поле в среде и поля, возбуждающие каждый эллипсоид в отдельности

$$\mathbf{E}_{\text{возб}}(\mathbf{r}_n) = \mathbf{E}(\mathbf{r}_n) - \frac{1}{\Omega}\hat{\delta}\hat{g}_1\mathbf{E}'_{\text{возб}} - \frac{1}{\Omega}\hat{\delta}\hat{g}_2\mathbf{E}''_{\text{возб}}, \tag{3}$$

где $\hat{\delta}$ — матрица, учитывающая геометрию решетки [2]. Поле, действующее со стороны второго эллипсоида на первый, выражается через поле, возбуждающее второй эллипсоид

$$\mathbf{E}_{21} = \hat{\pi}\hat{g}_2\mathbf{E}''_{\text{возб}}\left(\mathbf{r} + \frac{1}{2}\mathbf{l}\right)e^{i\vartheta}, \tag{4}$$

где $\hat{\pi}$ — тензор дипольных моментов, компоненты которого зависят лишь от расстояния между центрами эллипсоидов пары и их взаимной ориентации, а $\vartheta \sim (l/\lambda)$ — фазовый сдвиг, обусловленный конечностью расстояния между центрами эллипсоидов. Аналогично находим, что поле, действующее со стороны первого эллипсоида на второй, равно

$$\mathbf{E}_{12} = \hat{\pi}\hat{g}_1\mathbf{E}'_{\text{возб}}\left(\mathbf{r} - \frac{1}{2}\mathbf{l}\right)e^{-i\vartheta}. \tag{5}$$

Заметим, что элементы произведения матриц $\hat{\pi}$ и $\hat{g}$ пропорциональны отношению $(v/v_1) = \eta$, объема эллипсоида v к объему куба v_1, построенного на отрезке, соединяющем центры эллипсоидов, как на ребре. Предполагая это отношение малым и ограничиваясь лишь первыми степенями величины η, для $\mathbf{E}'_{\text{возб}}$ и $\mathbf{E}''_{\text{возб}}$ будем иметь следующие выражения:

$$\mathbf{E}'_{\text{возб}}(\mathbf{r}) = \left(1 + \hat{\pi}\hat{g}_2 e^{i\vartheta}\right)\mathbf{E}_{\text{возб}}(\mathbf{r}) \tag{6}$$

$$\mathbf{E}''_{\text{возб}}(\mathbf{r}) = \left(1 + \hat{\pi}\hat{g}_1 e^{-i\vartheta}\right)\mathbf{E}_{\text{возб}}(\mathbf{r}). \tag{7}$$

Подставив (6) и (7) в (3), находим

$$\mathbf{E}_{\text{возб}} = \left\{1 + \frac{1}{\Omega}\hat{\delta}\left(\hat{g}_1 + \hat{g}_2\right)\right\}^{-1}\mathbf{E}, \tag{8}$$

а в (6), (7) и (8) выражаем $E'_{возб}$ и $E''_{возб}$ через E. Следовательно, уравнения (1) принимают вид ($\vartheta \ll 1$)

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -ik\mu_1 \Big\{ 1 + \frac{4\pi}{\Omega} \Big[\big(\hat{p}_1 + \hat{p}_2\big) + \big(\hat{p}_1 \hat{\pi} \hat{p}_2 + \hat{p}_2 \hat{\pi} \hat{p}_1\big) + i \sin\vartheta \big(\hat{p}_1 \hat{\pi} \hat{p}_2 - \hat{p}_2 \hat{\pi} \hat{p}_1\big)\Big] \times \Big[1 + \frac{1}{\Omega} \hat{\delta} \big(\hat{p}_1 + \hat{p}_2\big)\Big]^{-1} \Big\} \mathbf{H},$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = ik\varepsilon_1 \Big\{ 1 + \frac{4\pi}{\Omega} \Big[\big(\hat{g}_1 + \hat{g}_2\big) + \big(\hat{g}_1 \hat{\pi} \hat{g}_2 + \hat{g}_2 \hat{\pi} \hat{g}_1\big) + i \sin\vartheta \big(\hat{g}_1 \hat{\pi} \hat{g}_2 - \hat{g}_2 \hat{\pi} \hat{g}_1\big)\Big] \times \Big[1 + \frac{1}{\Omega} \hat{\delta} \big(\hat{g}_1 + \hat{g}_2\big)\Big]^{-1} \Big\} \mathbf{E},$$

т. е. имеют вид уравнений Максвелла в среде, характеризуемой тензором диэлектрических проницаемостей,

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon_1 \Big\{ 1 + \frac{4\pi}{\Omega} \Big[\big(\hat{g}_1 + \hat{g}_2\big) + \big(\hat{g}_1 \hat{\pi} \hat{g}_2 + \hat{g}_2 \hat{\pi} \hat{g}_1\big) + i\vartheta \hat{\tau}_э \Big] \cdot \Big[1 + \frac{1}{\Omega} \hat{\delta} \big(\hat{g}_1 + \hat{g}_2\big)\Big]^{-1} \Big\} \tag{9}$$

и тензором магнитных проницаемостей

$$\hat{\mu} = \mu_1 \Big\{ 1 + \frac{4\pi}{\Omega} \Big[\big(\hat{p}_1 + \hat{p}_2\big) + \big(\hat{p}_1 \hat{\pi} \hat{p}_2 + \hat{p}_2 \hat{\pi} \hat{p}_1\big) + i\vartheta \hat{\tau}_\mu \Big] \Big[1 + \frac{1}{\Omega} \hat{\delta} \big(\hat{p}_1 + \hat{p}_2\big)\Big]^{-1} \Big\}. \tag{10}$$

Из этих выражений следует, что мнимая часть тензоров диэлектрических и магнитных проницаемостей обязана тензорам

$$\hat{\tau}_э = \hat{g}_1 \hat{\pi} \hat{g}_2 - \hat{g}_2 \hat{\pi} \hat{g}_1,$$
$$\hat{\tau}_\mu = \hat{p}_1 \hat{\pi} \hat{p}_2 - \hat{p}_2 \hat{\pi} \hat{p}_1. \tag{11}$$

Так как тензоры $\hat{g}_1$, $\hat{g}_2$ и $\hat{\pi}$ являются симметричными, то

$$\big(\hat{\tau}_э\big)_{ik} = g^{(1)}_{im} \cdot \pi_{ml} g^{(2)}_{lk} - g^{(2)}_{im} \pi_{ml} g^{(1)}_{lk} = -\big(g^{(1)}_{kl} \pi_{lm} g^{(2)}_{mi} - g^{(2)}_{kl} \pi_{lm} g^{(1)}_{mi}\big) = -\big(\hat{\tau}_э\big)_{ki}. \tag{12}$$

Таким образом, тензор $\hat{\tau}$ антисимметричен. Пренебрегая в (9) и (10) малыми членами, тензоры $\hat{\varepsilon}$ и $\hat{\mu}$ можно представить в следующем виде:

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon_1 \Big\{ 1 + \frac{4\pi}{\Omega} \big(\hat{g}_1 + \hat{g}_2\big) \Big[1 + \frac{1}{\Omega} \hat{\delta} \big(\hat{g}_1 + \hat{g}^2\big)\Big]^{-1} + i\vartheta \hat{\tau}_э \Big\}, \tag{13}$$

$$\hat{\mu} = \mu_1 \Big\{ 1 + \frac{4\pi}{\Omega} \big(\hat{p}_1 + \hat{p}_2\big) \Big[1 + \frac{1}{\Omega} \hat{\delta} \big(\hat{p}_1 + \hat{p}_2\big)\Big]^{-1} + i\vartheta \hat{\tau}_\mu \Big\}, \tag{14}$$

из которых следует, что рассматриваемая среда является гиротропной, если только не все компоненты тензора $\hat{\tau}$ равны нулю.

Первые слагаемые в (13) и (14) представляют собой обычные тензоры диэлектрических и магнитных проницаемостей искусственного диэлектрика, образованного частицами двух сортов, и поэтому в дальнейшем рассматриваться не будут.

Вторые слагаемые пропорциональны ϑ, т. е. отношению расстояния между центрами эллипсоидов к длине волны. По величине ϑ равно

$$\vartheta = kl\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}\cos\left(\widehat{\mathrm{ln}}\right),$$

где $\left(\widehat{\mathrm{ln}}\right)$ — угол между направлением распространения волны и прямой, соединяющей центры эллипсоидов. Следовательно, гиротропные свойства рассматриваемой среды зависят от направления распространения волны. Независимость гиротропных свойств от направления распространения волны может быть лишь в средах с хаотически ориентированными рассеивающими центрами.

Чтобы выяснить связь компонент тензора $\hat{\tau}$ с симметрией рассеивающего центра, рассмотрим конкретный пример. Пусть прямая, соединяющая центры эллипсоидов, параллельна оси OX. Тогда единственной, отличной от нуля компонентой тензора $\hat{\pi}$, будет $\left(\hat{\pi}\right)_{11} = (2/l^3)$. Предположим также, что оси первого эллипсоида совпадают с осями координат, тогда как оси второго повернуты на некоторые углы, характеризуемые угловыми косинусами α_{ik}. В таком случае отличные от нуля компоненты тензора $\hat{\tau}_э$ равны

$$\tau_1 = \left(\hat{\tau}_э\right)_{12} = -\left(\hat{\tau}_э\right)_{21} = \frac{2}{l^3}g_{11}\left(\alpha_{11}\alpha_{21}g_{11} + \alpha_{12}\alpha_{22}g_{22} + \alpha_{13}\alpha_{23}g_{33}\right), \tag{15}$$

$$\tau_2 = \left(\hat{\tau}_э\right)_{13} = -\left(\hat{\tau}_э\right)_{31} = \frac{2}{l^3}g_{11}\left(\alpha_{11}\alpha_{31}g_{11} + \alpha_{12}\alpha_{32}g_{22} + \alpha_{13}\alpha_{33}g_{33}\right).$$

Если второй эллипсоид просто повернут на некоторый угол относительно оси OX, то $\alpha_{12} = \alpha_{13} = 0$ и гиротропные свойства отсутствуют; при таком повороте система двух эллипсоидов имеет центр симметрии. Если же второй эллипсоид повернут на некоторый угол относительно прямой, лежащей в плоскости YOZ, то центр симметрии отсутствует. Пусть этой прямой является ось OZ. Тогда τ_1 и τ_2 имеют вид

$$\tau_1 = \frac{2}{l^3}g_{11}\left(\alpha_{11}\alpha_{21}g_{11} + \alpha_{12}\alpha_{22}g_{22}\right),$$

$$\tau_2 = 0. \tag{16}$$

Когда $\alpha_{12} = 0$, то гиротропные свойства снова отсутствуют. В этом случае система двух эллипсоидов имеет плоскость симметрии.

Следовательно, искусственный диэлектрик, образованный правильной решеткой рассеивающих частиц, обладает гиротропными свойствами, если только эти пары частиц не имеют плоскости и центра симметрии. Величина угла поворота вектора поляризации плоской волны, распространяющейся в такой среде, пропорциональна параметру l/λ.

По аналогии с молекулярной оптикой тензоры $\hat{\tau}_э$ и $\hat{\tau}_м$, являющиеся асимметричными тензорами второго ранга, можно представить через два вектора $\mathbf{s}_1$ и $\mathbf{s}_2$ и записать связь электрической индукции с напряженностью электрического поля в виде

$$\mathbf{D} = \hat{\varepsilon}\mathbf{E} + i\vartheta\left[\mathbf{s}_1\mathbf{E}\right].$$

Для магнитного поля имеем

$$\mathbf{B} = \hat{\mu}\mathbf{H} + i\vartheta [\mathbf{s}_2\mathbf{H}].$$

Векторы $\vartheta\mathbf{s}_1$ и $\vartheta\mathbf{s}_2$ называются электрическим и магнитным векторами гирации.

В заключение авторы выражают благодарность И. М. Лифшицу за ценные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Волькенштейн, Молекулярная оптика, Гостехтеориздат, М., 1951.
2. Н. А. Хижняк, ЖТФ, 27, 2006, 1957.