

НЕОДНОРОДНОСТИ В ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ВОЛНОВОДАХ. МНОГОСЛОЙНЫЕ ЛЕНТОЧНЫЕ ПРЕПЯТСТВИЯ СМЕШАННОГО ТИПА

В. В. Щербак

В работе [1] с помощью метода задачи Римана-Гильберта исследованы многослойные волноводные препятствия, состоящие только из индуктивных или только из емкостных диафрагм.

Представляет интерес исследовать системы, состоящие из диафрагм обоих типов. Существенное отличие подобных систем от всех исследованных ранее заключается в том, что при падении на такую неоднородность единственной волноводной волны с заданной поляризацией возбуждается полный двухмерный спектр волноводных волн обеих поляризаций.

Метод Римана-Гильберта позволяет решать не только дифракционные задачи для случая одномерного спектра, но и исследовать определенный класс систем, на которых возникает двухмерный дискретный спектр дифракционных волн [3]. В число указанных систем входят и интересующие нас волноводные неоднородности, простейшей из которых является двойное препятствие, состоящее из последовательно расположенных индуктивной и емкостной диафрагм.

Задача дифракции для двойного препятствия

1. На рис. 1 изображен волновод, в котором на расстоянии r друг от друга расположены две многоленточные диафрагмы произвольного типа. Щели первой и второй диафрагм ориентированы во взаимоперпендикулярных направлениях. Следует отметить, что употребленные выше названия этих диафрагм «индуктивная и емкостная» чисто условны, хотя бы потому, что при изменении поляризации волн реактивность волноводной диафрагмы меняет знак.

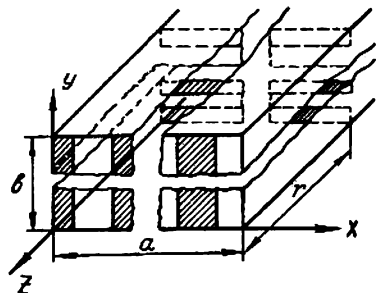


Рис. 1. Двойное препятствие, состоящее из двух скрещенных многоленточных диафрагм.

Пусть на систему, изображенную на рис. 1, со стороны $z > 0$ набежит волноводная волна произвольного порядка p, l смешанной поляризации $((EH)_{pl}$ -волна.) На препятствии при этом возбуждятся все волноводные волны. Причем в области $z > 0$ перед диафрагмами возникнет полный спектр отраженных волн. В области $z < -r$ за диафрагмами будут распространяться (или затухать) в направлении $z = -$

— ∞ прошедшие волны. Между диафрагмами ($0 > z > -r$) будут существовать и прямые и обратные волны.

В таком случае y -е составляющие полей в трех областях запишутся в следующем виде (множитель $e^{-i\omega t}$ опускаем):

$$E_y^1 = 4Ae^{-i\gamma_{\rho l} z} \operatorname{sh} \gamma_{\rho} x \operatorname{ch} i h y + \sum_{nm=-\infty}^{\infty} a_{nm} e^{i\gamma_{nm} z + i g_n x + i h_m y};$$

$$E_y^2 = \sum_{nm=-\infty}^{\infty} (c_{nm} e^{-i\gamma_{nm} z} + d_{nm} e^{i\gamma_{nm}(z+r)}) e^{i g_n x + i h_m y}; \quad (1a)$$

$$E_y^3 = \sum_{nm=-\infty}^{\infty} b_{nm} e^{-i\gamma_{nm}(z+r) + i g_n x + i h_m y}.$$

$$H_y^1 = 4B e^{-i\gamma_{\rho l} z} \operatorname{ch} \gamma_{\rho} x \operatorname{sh} i h y + \sum_{nm=-\infty}^{\infty} a'_{nm} e^{i\gamma_{nm} z + i g_n x + i h_m y};$$

$$H_y^2 = \sum_{nm=-\infty}^{\infty} (c'_{nm} e^{-i\gamma_{nm} z} + d'_{nm} e^{i\gamma_{nm}(z+r)}) e^{i g_n x + i h_m y}; \quad (16)$$

$$H_y^3 = \sum_{nm=-\infty}^{\infty} b'_{nm} e^{-i\gamma_{nm}(z+r) + i g_n x + i h_m y},$$

где

$$\gamma_{nm} = \sqrt{k^2 - g_n^2 - h_m^2}; \quad g_n = \frac{\pi}{a} n; \quad h_m = \frac{\pi}{b} m, \quad (2)$$

A и B — амплитуды E_y и H_y составляющих падающей волны.

Остальные компоненты полей выражаются через E_y и H_y из уравнений Максвелла. Амплитуды полей связаны равенствами

$$A \delta_{|n|-p} \delta_{|m|-l} + a_{nm} = c_{nm} + d_{nm} e_{nm};$$

$$B \delta_{|n|-p} \delta_{|m|-l} - a'_{nm} = c'_{nm} + d'_{nm} e_{nm}; \quad (3)$$

$$b_{nm} = c_{nm} e_{nm} + d_{nm}; \quad b'_{nm} = c'_{nm} e_{nm} - d'_{nm};$$

$$e_{nm} = \exp \{ i \gamma_{nm} r \}; \quad \delta_n = \begin{cases} 1; & n = 0 \\ 0; & n \neq 0 \end{cases}$$

вытекающими из условий непрерывности E_y при $z = 0$ и $z = -r$.

Удовлетворяя другим граничным условиям, выполняющимся на лентах и щелях первой диафрагмы, получим уравнения

$$\sum_{nm=-\infty}^{\infty} (c_{nm} + d_{nm} e_{nm}) e^{i g_n x + i h_m y} = 0; \quad x \in \mathcal{L}_1; \quad (4)$$

$$\sum_{nm=-\infty}^{\infty} c_{nm} \gamma_{nm} e^{i g_n x + i h_m y} = 4A \gamma_{\rho l} \operatorname{sh} \gamma_{\rho} x \operatorname{ch} i h y; \quad x \in \mathcal{C}_1$$

■

$$\sum_{nm=-\infty}^{\infty} c'_{nm} e^{i g_n x + i h_m y} = 4B \operatorname{ch} \gamma_{\rho} x \operatorname{sh} i h y; \quad x \in \mathcal{C}_1; \quad (5)$$

$$\sum_{nm=-\infty}^{\infty} (c'_{nm} - d'_{nm} e_{nm}) \gamma_{nm} e^{i g_n x + i h_m y} = 0; \quad x \in \mathcal{L}_1,$$

где \mathcal{L}_1 — область изменения x , соответствующая лентам первой диафрагмы; $\mathcal{Ш}_1$ — область, соответствующая щелям этой же диафрагмы. Аналогично для второй диафрагмы получим

$$\sum_{nm=-\infty}^{\infty} (D'_{nm} + C'_{nm}e_{nm}) e^{ig_n x + ih_m y} = 0; y \in \mathcal{L}_2 \quad (6)$$

$$\sum_{nm=-\infty}^{\infty} D'_{nm} \gamma_{nm} e^{ig_n x + ih_m y} = 0; y \in \mathcal{Ш}_2$$

$$\sum_{nm=-\infty}^{\infty} D_{nm} e^{ig_n x + ih_m y} = 0; y \in \mathcal{Ш}_2 \quad (7)$$

$$\sum_{nm=-\infty}^{\infty} (D_{nm} + C_{nm}e_{nm}) \gamma_{nm} e^{ig_n x + ih_m y} = 0; y \in \mathcal{L}_2,$$

где

$$C_{nm} = \alpha_{nm} c_{nm} - \beta_{nm} c'_{nm}; D_{nm} = -\alpha_{nm} d_{nm} - \beta_{nm} d'_{nm} \quad (8)$$

$$C'_{nm} = -\alpha_{nm} c'_{nm} + \beta_{nm} c_{nm}; D'_{nm} = \alpha_{nm} d'_{nm} - \beta_{nm} d_{nm}$$

— амплитуды x -х составляющих полей, а

$$\alpha_{nm} = \frac{k \gamma_{nm}}{k^2 - h_m^2}; \beta_{nm} = \frac{g_n h_m}{k^2 - h_m^2}. \quad (8a)$$

Рассмотрим первую пару полученных уравнений. Так как равенства (4) справедливы при любых y на периоде структуры, то они распадаются на бесконечное количество пар более простых уравнений

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} (c_{n\mu} + d_{n\mu} e_{n\mu}) e^{ig_n x} = 0; x \in \mathcal{L}_1 \quad (9)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{n\mu} \gamma_{n\mu} e^{ig_n x} = 2A \gamma_{\rho l} \delta_{|\mu|-l} \operatorname{sh} ig_{\rho} x; x \in \mathcal{Ш}_1$$

$$\mu = -\infty \dots \infty$$

каждую из которых можно решить при помощи метода задачи Римана-Гильберта. В результате решения этих уравнений мы, вместо (9), получим бесконечную двумерную (пока незамкнутую) систему линейных алгебраических уравнений (относительно неизвестных c_{nm} , d_{nm}).

Аналогично поступаем с уравнениями (5), (6) и (7). В итоге имеем следующие уравнения, образующие вместе с отношениями (8) замкнутую систему (ν , $\mu = -\infty \dots \infty$)

$$\begin{aligned} & -\nu (c_{\nu\mu} + d_{\nu\mu} e_{\nu\mu}) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} (c_{n\mu} + d_{n\mu} e_{n\mu}) \xi_{n\mu} V_{\nu}^{n1} + \sum_{n=1}^{t_1} \lambda_{n\mu}^1 R_{\nu-n+1}^1 = \\ & = A \delta_{|\mu|-l} (\xi_{\rho m} - \rho) (V_{\nu}^{\rho 1} - V_{\nu}^{-\rho 1}) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_{n\mu} e_{n\mu} (\xi_{n\mu} - |n|) V_{\nu}^{n1}; \nu = -\infty \dots \infty \\ & \sum_{n=-\infty}^{\infty} (c_{n\mu} + d_{n\mu} e_{n\mu}) e^{in\varphi_{\nu}^1} = 0; \nu = 1, \dots, t_1 \quad (10) \\ & -\nu \left(c'_{\nu\mu} - \frac{\mu}{|\mu|} \delta_{|\mu|-l} \right) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(c'_{n\mu} - \frac{\mu}{|\mu|} \delta_{|\mu|-l} \right) \xi_{n\mu} \bar{V}_{\nu}^{n1} + \sum_{n=1}^{t_1} \bar{\lambda}_{n\mu}^1 \bar{R}_{\nu-n+1}^1 = \\ & = -\frac{\mu}{|\mu|} B \delta_{\rho\mu} (\xi_{\rho\mu} - \rho) (\bar{V}_{\nu}^{\rho 1} + \bar{V}_{\nu}^{-\rho 1}) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} d'_{n\mu} e_{n\mu} (\xi_{n\mu}^{-|n|}) \bar{V}_{\nu}^{n1}; \nu = -\infty \dots \infty \end{aligned}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} c'_{n\mu} e^{in\bar{\varphi}'_{\nu}} = \frac{\mu}{|\mu|} B \delta_{|\mu|-l}; \quad \nu = 1, \dots, t_1 \quad (11)$$

$$-\mu D_{\nu\mu} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} D_{\nu m} \xi_{\nu m} \bar{V}_{\mu}^{m2} + \sum_{m=1}^{t_1} \bar{\lambda}_{m\nu}^2 R_{\mu-m+1} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{\nu m} e_{\nu m} (\xi'_{\nu m} - |m|) \bar{V}_{\mu}^{m2};$$

$$\mu = -\infty \dots \infty$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} D_{\nu m} e^{im\bar{\varphi}'_{\mu}} = 0; \quad \mu = 1, \dots, t_2 \quad (12)$$

$$-\mu (D'_{\nu\mu} + C'_{\nu\mu} e_{\nu\mu}) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} (D'_{\nu m} + C'_{\nu m} e_{\nu m}) \xi'_{\nu m} V_{\mu}^{m2} + \sum_{m=1}^{t_1} \lambda_{m\nu}^2 R_{\mu-m+1} =$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{\nu m} e_{\nu m} (\xi'_{\nu m} - |m|) V_{\mu}^{m2}; \quad \mu = -\infty \dots \infty$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} (D'_{\nu m} + C'_{\nu m} e_{\nu m}) e^{im\bar{\varphi}'_{\mu}} = 0; \quad \mu = 1, \dots, t_2. \quad (13)$$

Здесь

$$\xi_{nm} = |n| + i \sqrt{\chi^2 - \left(\frac{a}{b} m\right)^2 - n^2}; \quad \chi = \frac{ka}{2\pi} \quad (14)$$

$$\xi'_{nm} = |m| + i \sqrt{\left(\chi \frac{b}{a}\right)^2 - \left(\frac{b}{a} n\right)^2 - m^2}; \quad \delta_{|\mu|-l}^{\nu} = \delta_{|\mu|-l} \delta_{|\nu|-p}$$

$\lambda_{n\mu}^{1,2}$ и $\bar{\lambda}_{n\mu}^{1,2}$ — неизвестные промежуточные константы задачи. Коэффициенты V_{ν}^{n1} ; \bar{V}_{ν}^{n1} ; R_{ν}^1 ; \bar{R}_{ν}^1 ; φ_{ν}^1 ; $\bar{\varphi}_{\nu}^1$, зависящие от распределения первой диафрагмы, определены в [2]. Аналогичные коэффициенты с индексом «2» зависят от распределения второй диафрагмы.

Модификации решения

1. Система (8)—(10)—(13) квазирегулярна и может решаться методом редукции. Произведем дополнительные преобразования этой системы.

Рассмотрим подсистему (10). Будем считать неизвестные, стоящие справа, заданными и, разрешая эту систему, выразим через них неизвестные, стоящие слева.

Аналогично поступаем с другими подсистемами. В результате этих преобразований получим новую систему уравнений ($\nu\mu = -\infty \dots \infty$):

$$c_{\nu\mu} = A \delta_{|\mu|-l} (T_{\nu-p}^{1\mu} - T_{\nu+p}^{1\mu}) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_{n\mu} R_{\nu-n}^{1\mu} e_{n\mu} \quad (15a)$$

$$c'_{\nu\mu} = \frac{\mu}{|\mu|} B \delta_{|\mu|-l} (F_{\nu-p}^{1\mu} + F_{\nu+p}^{1\mu}) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} d'_{n\mu} K_{\nu-n}^{1\mu} e_{n\mu} \quad (15б)$$

$$D_{\nu\mu} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{\nu m} K_{\mu-m}^{2\nu} e_{\nu m} \quad (15в)$$

$$D'_{\nu\mu} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C'_{\nu m} R_{\mu-m}^{2\nu} e_{\nu m}, \quad (15г)$$

где

$$R_{\nu-n}^{1\mu} = T_{\nu-n}^{1\mu} - \delta_{\nu-n}; \quad F_{\nu-n}^{1\mu} = \delta_{\nu-n} - K_{\nu-n}^{1\mu} \quad (16)$$

$T_{\nu-n}^{1\mu}$ — решение системы

$$-v T_{\nu-n}^{1\mu} + \sum_{k=-\infty}^{\infty} T_{k-n}^{1\mu} \xi_{k\mu} V_{\nu}^{k1} + \sum_{k=1}^{t_1} c_k R_{\nu-k+1}^1 = (\xi_{n\mu} - |n|) V_{\nu}^n \quad (17)$$

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} T_{k-n}^{1\mu} e^{in\varphi_k^1} = 0; \quad k = 1, \dots, t_1.$$

Уравнения, определяющие $K_{\nu-n}^{1\mu}$, отличаются от (17) заменой V_{ν}^{k1} , R_{ν}^1 , φ_k^1 на \bar{V}_{ν}^{k1} , \bar{R}_{ν}^1 , $\bar{\varphi}_k^1$, а уравнения, определяющие $T_{\nu-n}^{2\mu}$, отличаются от (17) заменой $\xi_{\nu\mu}$ на $\xi_{\nu\mu}^1$ и V_{ν}^{k1} , R_{ν}^1 , φ_k^1 на V_{ν}^{k2} , R_{ν}^2 , φ_k^2 .

Таким образом, уравнения (15) позволяют определить характеристики рассматриваемой системы, зная коэффициенты преобразования (16) входящих в нее диафрагм.

Заметим, что неизвестные амплитуды удовлетворяют равенствам

$$c_{n,m} = -c_{-n,m} = c_{n,-m}; \quad c'_{n,m} = c'_{-n,m} = -c'_{n,-m}; \\ d_{n,m} = -d_{-n,m} = d_{n,-m}; \quad d'_{n,m} = d'_{-n,m} = -d'_{n,-m}. \quad (18)$$

Это позволяет сократить в четыре раза порядок первичной системы (10—13) и вторичной (15). Порядок системы (15) можно еще дополнительно уменьшить. Для этого надо в первые два уравнения (15) подставить, вместо $d_{n\mu}$ и $d'_{n\mu}$, правые части третьего и четвертого уравнения (15), согласно соотношениям (8).

2. При численных расчетах бесконечная система уравнений (первичная (10—13) или вторичная (15) заменяется на конечную за счет отбрасывания малых величин. Например, в случае вторичной системы редукция производится следующим образом. В каждом из одномерных вспомогательных уравнений типа (17) количество удерживаемых параметров $\xi_{n\mu}$ (или $\xi_{\nu m}^1$) должно превышать на 1—2 количество распространяющихся (при данных $\frac{ak}{2\pi}$ и $\frac{bk}{2\tau}$) гармоник из одномерного спектра $(EH)_{n\mu}$ волн ($\mu = \text{const}$) или соответственно $(EH)_{\nu m}$ -волн ($\nu = \text{const}$). В основной двумерной системе (15) содержится двумерный набор параметров e_{nm} , из которого мы удерживаем конечное количество членов. Это количество тем больше, чем меньше расстояние между диафрагмами. Если же это расстояние $\geq \frac{\lambda}{4}$, то достаточно учесть только те e_{nm} , которые соответствуют незатухающим гармоникам полного двумерного спектра.

Если ограничиться случаем ($x < 4,7$; $\frac{a}{b} = 2,3$), то необходимо удерживать (в случае падения $E_{1,0}^y$ -волны) параметры $e_{1,0} \div e_{4,0}$ и $e_{0,1} \div e_{4,1}$, т. е. учесть первые восемь волн E_{nm}^y и первые пять волн H_{nm}^y .

3. В длинноволновом приближении ($2 \gg x \gg 1$; $\frac{a}{b} > 1$), когда распространяется только $E_{1,0}^y$ -волна, удерживая в (15) только $e_{1,0}$, получим выражения

$$c_{10} = A \frac{T_{1-1}^{1,0} - T_{1+1}^{1,0}}{1 \mp (R_{1-1}^{1,0} - R_{1+1}^{1,0}) 2K_{0-0}^{2,1} (e_{1,0})^2}; \quad d_{1,0} = -c_{1,0} 2K_{0-0}^{2,1} e_{1,0} \quad (19)$$

4. Рассмотрим также квазиодномерный случай $(x \geq \sqrt{(\frac{a}{b})^2 + 1}; \frac{c}{b} > 1)$, когда в число распространяющихся гармоник входит только одномерный набор $E_{n,0}^y$ -волн $(n \leq \sqrt{x^2 - (\frac{a}{b})^2})$. В этом случае оставляя в суммах по m только нулевые члены, получим, вместо (15в),

$$d_{v,0} = -c_{v,0} 2K_{0-0}^{2v} e_{v,0}; \tag{15д}$$

$$d'_{v,0} = 0. \tag{15е}$$

Таким образом, двумерная система уравнений (15) вырождается в одномерную систему (15а), (15д).

Ниже будут получены уравнения, эквивалентные системе (15а), (15д), однако более удобные для решения на ЭВМ. Для их вывода используем (15д) и парные уравнения (9), из которых были получены уравнения (15а). Подставляя в (9) вместо $d_{n,0}$ правые части равенств (15д), имеем для $\mu = 0$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{n0} [1 - 2K_{0-0}^{2,n} (e_{n,0})^2] e^{ig_n x} = 0; \quad x \in L_1 \tag{20}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{n0} \gamma_{n0} e^{ig_n x} = 2A \gamma_{p0} \operatorname{sh} ig_p x; \quad x \in \Omega_1.$$

Уравнения (20) решаются при помощи метода Римана-Гильберта. Опуская промежуточные рассуждения, запишем окончательную систему алгебраических уравнений, эквивалентную уравнениям (20),

$$-vc_{v,0} [1 - 2K_{0-0}^{2,v} (e_{v,0})^2] + \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{n,0} \xi_n^R V_v^{n1} + \sum_{n=1}^{t_1} \lambda_n R_{v-n+1}^1 = Ax \frac{\gamma_{p0}}{k} (V_v^{p1} - V_v^{-p1}); \tag{21}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{n,0} [1 - 2K_{0-0}^{2,n} (e_{n,0})^2] e^{in\varphi_k} = 0; \quad k = 1, \dots, t_1,$$

где

$$\xi_n^R = |n| [1 - 2K_{0-0}^{2,n} (e_{n,0})^2] + i \sqrt{x^2 - n^2}. \tag{22}$$

Достоинство системы (21) по сравнению с (15а), (15д) заключается в том, что в этой системе не нужно вычислять коэффициенты $R_{v-n}^{1,0}$. На рис. 2 даны результаты решения уравнений (21) для случая, когда $\frac{c}{b} = 4,6$; вторая диафрагма является однощелевой асимметричной и на препятствие падает $E_{2,0}^y$ -волна. Из соображений симметрии следует, что эти результаты переносятся на случай дифракции волны $E_{1,0}^y$ на препятствии со второй однощелевой симметричной диафрагмой (при стандартном отношении поперечных размеров волновода $(\frac{a}{b} = 2,3)$).

5. Полученные выше результаты относятся к случаю падения волны со стороны диафрагмы с вертикальными щелями. Если же дифрагирующая волна набегаёт со стороны $z < 0$, то для амплитуд \bar{C}_{nm} прямых (рас-

пространяющихся в направлении $z = -\infty$) и \bar{d}_{nm} обратных волн ренной области имеем, вместо (15), уравнения

$$\bar{c}_{\nu\mu} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{d}_{n\mu} R_{\nu-n}^{1\mu} e_{n\mu}$$

$$\bar{c}'_{\nu\mu} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{d}'_{n\mu} K_{\nu-n}^{1\mu} e_{n\mu}$$

$$\bar{D}_{\nu\mu} = A \delta_{|\nu|-\mu} (T_{\mu-1}^{2\nu} + T_{\mu+1}^{2\nu}) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \bar{C}'_{\nu m} K_{\mu-m}^{2\nu} e_{\nu m}$$

$$\bar{D}'_{\nu\mu} = B \frac{\mu}{|\mu|} \delta_{|\nu|-\mu} (T_{\mu-1}^{2\nu} - T_{\mu+1}^{2\nu}) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \bar{C}'_{\nu m} R_{\mu-m}^{2\nu} e_{\nu m}$$

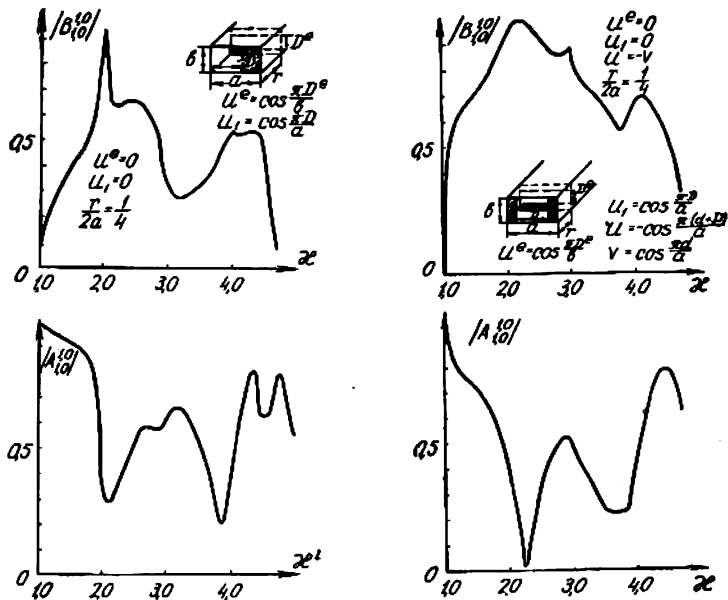


Рис. 2. Зависимость от x модуль коэффициента отражения $|A_{1,0}^{1,0}|$ и прохождения $|B_{1,0}^{1,0}|$ волны $E_{1,0}^y$ ($TM_{1,0}$) для случая двойного препятствия.

Здесь A и B x -е амплитуды падающей волны. В длинноволновом отсюда, вместо (19), имеем

$$\bar{D}_{1,0} = \frac{2F_{0-0}^{2,1}}{1 + (R_{1-1}^{1,0} - R_{1+1}^{1,0}) 2K_{0-0}^{2,1} (e_{1,0})^2}; \quad \bar{c}_{1,0} = -\bar{D}_{1,0} 2K_{0-0}^{2,1} e_{1,0}$$

А в квазиодномерном случае получим такие уравнения

$$\begin{aligned} & -\bar{v}c_{\nu 0} [1 - K_{0-0}^{2,\nu} (e_{\nu 0})^2] + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{c}_{n0} \varepsilon_n^R V_n^{\nu 1} + \\ & + \sum_{n=1}^{t_1} \lambda_n R_{\nu-n+1}^1 = -2A\rho (1 - \delta_{\nu-1-\rho}) F_{0-0}^{2,\rho} (V_{\nu}^{\rho 1} - V_{\nu}^{-\rho,1}), \\ & \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{c}_{n0} [1 - K_{0-0}^{2n} (e_{n,0})^2] e^{in\varphi_k} = 2AF_{0-0}^{2,\rho} \sin \rho\varphi_k; \quad k = 1, \dots, t_1. \end{aligned}$$

Многослойные препятствия

Прежде чем обобщить полученное решение на случай трехслойной нагрузки, введем некоторые обозначения. Рассмотрим исследованную выше систему (рис. 1). Если на эту систему со стороны $z = \infty$ набегают $E_{\rho l}^y$ -волна, то ее коэффициент преобразования в отраженном поле (по y -м составляющим полей) в волну E_{nm}^y обозначим $L_{\rho l E}^{nmE}$, а в волну H_{nm}^y — $L_{\rho l E}^{nmH}$. Соответствующие коэффициенты преобразования из волны H_{nm}^y обозначим $L_{\rho l H}^{nmE}$ и $L_{\rho l H}^{nmH}$. Коэффициенты преобразования в прошедшем поле будем обозначать буквой T , вместо L , например, $T_{\rho l E}^{nmH}$.

В случае падения волны со стороны $z = -\infty$ к обозначениям соответствующих коэффициентов добавляется черточка над L и T . Например, $\bar{L}_{\rho l E}^{nmE}$.

Задача численного определения указанных коэффициентов разрешена в предыдущем параграфе.

Теперь поместим в волновод, изображенный на рис. 1, третью диафрагму. Пусть, например, щели этой диафрагмы вертикальны, а сама диафрагма будет расположена при $z = -r_3$ ($r_3 > r$), и пусть по-прежнему со стороны $z = \infty$ набегают $(EH)_{\rho l}$ -волна,

Поля в четырех отрезках волновода, на которые он делится диафрагмами, ищем в следующем виде ($4 \geq \eta \geq 1$):

$$\begin{aligned}
 E_y^\eta &= \sum_{nm=-\infty}^{\infty} \{ c_{nm}^\eta e^{-i\gamma_{nm}(z+r_\eta-1)} + d_{nm}^\eta e^{i\gamma_{nm}(z+r_\eta)} \} e^{i g_{\eta} x + i h_{\eta} y} \\
 H_y^\eta &= \sum_{nm=-\infty}^{\infty} \{ c_{nm}^{\prime \eta} e^{-i\gamma_{nm}(z+r_\eta-1)} + d_{nm}^{\prime \eta} e^{i\gamma_{nm}(z+r_\eta)} \} e^{i g_{\eta} x + i h_{\eta} y} \\
 c_{nm}^1 &= \frac{n}{|n|} A \delta_{|n|-p}^{|m|-l}, \quad c_{nm}^{\prime(1)} = \frac{m}{|m|} B \delta_{|n|-p}^{|m|-l}, \quad d_{nm}^{(4)} = d_{nm}^{\prime(4)} = 0,
 \end{aligned} \tag{26}$$

где $z = -r_\eta$ — координаты диафрагм ($r_1 = 0$; $r_2 = r$; $r_3 = r_3$), а амплитуды удовлетворяют условиям четности (18) и соотношениям аналогичным (3).

Сшивая поля третьей и четвертой областей при $z = -r_3$, найдем парные уравнения, решая которые с помощью метода Римана-Гильберта, получим (незамкнутую) систему алгебраических уравнений, определяющую $c_{nm}^{(3)}$, $c_{nm}^{\prime(3)}$, $d_{nm}^{(3)}$, $d_{nm}^{\prime(3)}$. Разрешая эту систему относительно $d_{nm}^{(3)}$ и $d_{nm}^{\prime(3)}$ определим вторичную систему ($\nu, \mu \geq 0$),

$$\begin{aligned}
 d_{\nu\mu}^{(3)} &= \sum_{n=1}^{\infty} c_{n\mu}^{(3)} (R_{\nu-n}^{3,\mu} - R_{\nu+n}^{3,\mu}) e_{n\mu} \\
 d_{\nu\mu}^{\prime(3)} &= \sum_{n=0}^{\infty} c_{n\mu}^{\prime(3)} (K_{\nu-n}^{3,\mu} + K_{\nu+n}^{3,\mu}) e_{n\mu}.
 \end{aligned} \tag{28}$$

Если щели третьей диафрагмы горизонтальны, то вместо (28) имеем другую систему, похожую по виду на систему (15в), (15г).

Для получения уравнений, дополняющих (28) до замкнутой системы, рассмотрим процессы на двойном препятствии, состоящем из первых двух диафрагм.

Нас не будет сейчас интересовать структура этой неоднородности. Важно только то, что падающую на нее слева ($z > 0$) $(EH)_{\rho l}$ волну эта неоднородность преобразовывает (с заданными коэффициентами преобразования $T_{\nu\mu}^{(l)}$) в волны, прошедшие в третью область. Кроме того, каждую из падающих на неоднородность справа $(EH)_{nm}$ волн (амплитуды $d_{nm}^{(3)}$, $d'_{nm}^{(3)}$) она отражает с преобразованием во все $(EH)_{\nu\mu}$ -волны. Тогда, в силу принципа суперпозиции, имеем

$$C_{\nu\mu}^{(3)} = \sum_{nm=0}^{\infty} \{d_{nm}^{(3)} \bar{L}_{nmE}^{\nu\mu} + d'_{nm}^{(3)} \bar{L}_{nmH}^{\nu\mu}\} e_{nm} + AT_{\rho l E}^{\nu\mu} + BT_{\rho l H}^{\nu\mu} \quad (29)$$

$$C'_{\nu\mu}^{(3)} = \sum_{nm=0}^{\infty} \{d_{nm}^{(3)} \bar{L}_{nmE}^{\nu\mu H} + d'_{nm}^{(3)} \bar{L}_{nmH}^{\nu\mu H}\} e_{nm} + AT_{\rho l E}^{\nu\mu H} + BT_{\rho l H}^{\nu\mu H}$$

Уравнения (28) и (29) образуют замкнутую квазирегулярную систему. Найдя из (28), (29) амплитуды третьей области, можно затем легко определить все остальные интересующие нас величины. А зная решение дифракционной задачи для трехслойной системы, можно при помощи только что изложенного метода получить решение для четырехслойного препятствия.

Повторяя указанный прием, можно получить решение для препятствия, состоящего из любого конечного количества диафрагм.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Щербак. Неоднородности в прямоугольных волноводах. Многослойные ленточные препятствия. Ст. в настоящем сборнике.
2. В. П. Шестопалов, В. В. Щербак. Неоднородности в прямоугольных волноводах. Высшие типы волн. «Радиотехника и электроника». 1966, 11, 4.
3. В. В. Щербак. Дифракция электромагнитных волн на двойной скрещенной решетке из металлических лент. Сб. «Радиотехника», Изд-во, ХГУ, 1, 1965, стр. 101.