

## О ВЛИЯНИИ ТРЕХЭЛЕМЕНТНОЙ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ РЕШЕТКИ НА САМОВОЗБУЖДЕНИЕ АКТИВНОГО ПЛОСКО-ПАРАЛ- ЛЕЛЬНОГО СЛОЯ

*В. Ф. Кравченко*

В работах [1, 2], продолжением которых является данная статья, приведено строгое решение задачи о влиянии металлических решеток специальной геометрической формы на генерацию активного плоско-параллельного слоя. Наличие на одном периоде двух лент различной ширины приводит к специфическим условиям самовозбуждения, отличным от известных, полученных для одноэлементной решетки [3—4], [5—6]. Если на одном периоде металлической решетки имеется три различной ширины ленты, то, естественно, что условия самовозбуждения слоя, находящегося над (или под) решеткой, будут существенно отличаться от рассмотренных ранее для более простых решеток.

В данной работе исследуется влияние трехэлементной симметричной решетки на условия самовозбуждения плоского слоя. При этом мы ограничимся случаями, изображенными на рис. 1, а, б.

### Постановка задачи

Пусть на плоско-параллельный слой толщины  $a$  с произвольным показателем преломления нанесены бесконечно тонкие идеально прово-

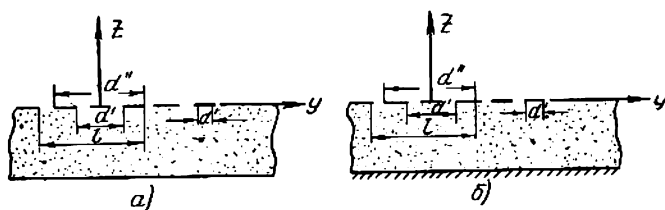


Рис. 1.

дящие металлические решетки (см. рис. 1, а, б) так, что на период приходится по три ленты, одна из которых отличается по ширине от двух других. Расстояние между широкими лентами  $d$ , ширина узкой ленты  $a'$ , расстояние между внешними краями широких лент  $a''$ , период  $l$ . Электромагнитное поле, возникающее за счет индуцированного излучения, будет периодически с периодом  $l$  как внутри, так и вне слоя. Поэтому его удобно представить в виде ряда Фурье. Неизвестные коэффициенты Фурье можно определить, отыскав такое решение уравнений Максвелла,

которое подчиняется на торцах слоя точным граничным условиям: тангенциальная составляющая электрического поля на лентах решетки равна нулю, а на просветах тангенциальная составляющая электромагнитного поля непрерывна.

Разобьем все пространство на три области;

I область  $-z > 0$ , II область  $-a < z < 0$ ; III область  $-z < -a$ .

Внутри слоя электромагнитное поле представлено суперпозицией плоских волн. За исключением случая с экраном в I и III областях существуют уходящие от слоя волны.

Следовательно, излучаемое плоско-параллельным слоем электромагнитное поле запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} E_I &= i \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{i\gamma'_n z} e^{i\frac{2\pi n}{l} y}; & z > 0 \\ E_{II} &= i \sum_{n=-\infty}^{\infty} (b_n e^{-i\gamma_n z} + c_n e^{i\gamma_n(z+a)}) e^{i\frac{2\pi n}{l} y}; & -a < z < 0 \\ E_{III} &= i \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n e^{-i\gamma'_n(z+a)} e^{i\frac{2\pi n}{l} y}; & z < 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $k = \frac{\omega}{c}$ ;  $a_n$ ,  $b_n$ ,  $c_n$  и  $d_n$  — неизвестные коэффициенты Фурье;

$$\gamma'_n = \sqrt{k^2 N_1^2 - \left(\frac{2\pi n}{l}\right)^2} \quad \text{и} \quad \gamma_n = \sqrt{k^2 N^2 - \left(\frac{2\pi n}{l}\right)^2},$$

определяются из подчинения (1) волновому уравнению. Для третьей области в случае с экраном  $d_n \equiv 0$ . Множитель  $e^{-i\omega t}$  в (1) в дальнейшем опущен. Для каждой из трех областей значения для магнитного поля, т. е. вектор  $H$ , можно найти аналогично тому, как это было сделано в работах [1—2].

#### Условия самовозбуждения

I. После подчинения точным граничным условиям при  $\mu = 1$  получим

$$a_n = b_n + c_n e^{i\gamma_n a}; \quad d_n = b_n e^{i\gamma_n a} + c_n; \quad d_n \gamma'_n = \gamma_n b_n e^{i\gamma_n a} - c_n; \quad (2)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \left\{ 1 + \frac{\gamma_n - \gamma'_n}{\gamma_n + \gamma'_n} \right\} e^{i2\gamma_n a + i\frac{2\pi n}{l} y} = 0 \quad \text{при} \quad |\varphi| < \theta'; \quad \theta < |\varphi| < \theta''; \quad (3)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n (\gamma_n + \gamma'_n) \left\{ 1 - \frac{(\gamma_n - \gamma'_n)^2}{(\gamma_n + \gamma'_n)^2} e^{i2\gamma_n a} \right\} e^{i\frac{2\pi n}{l} y} = 0 \quad \text{при} \quad \theta' < |\varphi| < \theta$$

$$\theta'' < \varphi < 2\pi - \theta''. \quad (4)$$

Введем обозначения

$$\begin{aligned} \Phi &= n b_n \left[ 1 + \frac{\gamma_n - \gamma'_n}{\gamma_n + \gamma'_n} e^{i2\gamma_n a} \right] = n \xi_n; \\ q_n &= \frac{1}{2} (\gamma_n + \gamma'_n) \left\{ 1 - \frac{(\gamma_n - \gamma'_n)^2}{(\gamma_n + \gamma'_n)^2} e^{i2\gamma_n a} \right\} \left\{ 1 + \frac{\gamma_n - \gamma'_n}{\gamma_n + \gamma'_n} e^{i2\gamma_n a} \right\}^{-1}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\varphi = \frac{2\pi y}{l}; \quad \theta = \frac{\pi d}{l}; \quad \theta' = \frac{\pi d'}{l}; \quad \theta'' = \frac{\pi d''}{l}; \quad \alpha = \frac{kl}{2\pi} = \frac{l}{\lambda},$$

а также

$$f_n = 1 + iq_n \frac{l}{2\pi |n|} \quad (n \neq 0),$$

которое при  $n \rightarrow \infty$  убывает как  $0 \left(\frac{1}{n^2}\right)$ . Система уравнений (3) — (4) будет иметь вид аналогично системам, рассмотренным в [7 — 9],

$$\sum_{n \neq 0} \Phi_n e^{in\varphi} = 0 \quad |\varphi| < \theta'; \quad \theta < |\varphi| < \theta''; \quad (6)$$

$$\sum_{n \neq 0} \Phi_n \frac{|n|}{n} e^{in\varphi} = ixq_0 \xi_0 + \sum_{n \neq 0} f_n \frac{|n|}{n} \Phi_n e^{in\varphi}; \quad \theta' < |\varphi| < \theta; \quad \theta'' < \varphi < 2\pi - \theta'' \quad (7)$$

$$\sum_{n \neq 0} \frac{\Phi_n}{n} = -\xi_0; \quad \sum_{n \neq 0} \frac{\Phi_n}{n} e^{in\varphi} = -\xi_0; \quad \sum_{n \neq 0} \frac{\Phi_n}{n} e^{-in\varphi} = -\xi_0. \quad (8)$$

Системы (6) — (7) решаются в [9] путем сведения их к задаче Римана—Гильберта.

Окончательно для искомых величин получаем следующую бесконечную систему линейных однородных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} ixq_0 V_0^0 \xi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n f_n [V_0^n + V_0^{-n}] + 2(C_3 R_0 + C_2 R_{-1} + C_1 R_{-2}) &= 0; \\ (ixq_0 V_{[\sigma]}^0 + 1) \xi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n f_n [V_{[\sigma]}^n + V_{[\sigma]}^{-n}] + 2(C_3 \tilde{R}_{[\sigma]} + C_2 \tilde{R}_{[\sigma]}^{(-1)} + C_1 \tilde{R}_{[\sigma]}^{(-2)}) &= 0; \\ (ixq_0 U_{[\sigma]}^0 + 1) \xi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n f_n [U_{[\sigma]}^n + U_{[\sigma]}^{-n}] + 2(C_3 R_{[\sigma]} + C_2 R_{[\sigma]}^{(-1)} + C_1 R_{[\sigma]}^{(-2)}) &= 0; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} (ixq_0 W_{[\sigma]}^0 + 1) \xi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n f_n [W_{[\sigma]}^n + W_{[\sigma]}^{-n}] + \\ + 2(C_3 R_{[\sigma]}^* + C_2 R_{[\sigma]}^{*(-1)} + C_1 R_{[\sigma]}^{*(-2)}) &= 0. \end{aligned}$$

Система записана с учетом того, что  $f_n = f_{-n}$ . Коэффициенты из (9) удовлетворяют условиям Коха, поэтому решение ее может быть найдено методом редукции. Так как  $f_n \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$ , то для численного решения системы положим  $f_n = 0$  при всех  $n > N$  и решаем систему из некоторого конечного числа  $n$  уравнений.

Коэффициенты  $V_m^n$ ,  $R_m$ ,  $V_{[\sigma]}^n$ ,  $W_{[\sigma]}^n$ ,  $U_{[\sigma]}^n$ ,  $R_{[\sigma]}$ ,  $R_{[\sigma]}^{-1}$ ,  $R_{[\sigma]}^{-2}$ ,  $\tilde{R}_{[\sigma]}$ ,  $\tilde{R}_{[\sigma]}^{-1}$ ,  $\tilde{R}_{[\sigma]}^{-2}$ ,  $R_{[\sigma]}^*$ ,  $R_{[\sigma]}^{*-1}$ ,  $R_{[\sigma]}^{*-2}$  определены в [9].

Условие равенства нулю определителя системы (9) является условием самовозбуждения плоско-параллельного слоя, изображенного на рис. 1, а, которое можно записать в виде

$$ixq_0 \tilde{\Delta} + \tilde{D} = 0. \quad (10)$$

После введения соответствующих обозначений выражение (10) несколько упростится

$$\sqrt{r} \sqrt{\frac{r+i^2}{1+i^2}} e^{-2ka\lambda} = 1; \quad 2kN_0 a + \bar{\gamma} = 2\pi s; \quad s = 1, 2, \dots$$

где

$$\begin{aligned} \frac{N-1}{N \mp 1} &= \sqrt{r} e^{\tilde{\delta}}; & \operatorname{tg} \tilde{\delta} &= \frac{2N_0 \chi}{N_0^2 \mp \chi^2 - 1}; \\ \frac{2\tilde{D}}{x(N \mp 1)\tilde{\Delta}} &= \tilde{t} e^{-\tilde{\delta}_1}; & \operatorname{tg} \tilde{\delta}_1 &= \frac{\chi}{N_0 \mp 1}; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\bar{\gamma} = \operatorname{arctg} \frac{\tilde{t}}{\sqrt{2}} + \operatorname{arctg} \tilde{t} + \bar{\gamma} + \gamma_0 \quad (\gamma_0 - \text{малая поправка}).$$

II. Для случая рис. 1, б имеем  $a'_n = b'_n + c'_n e^{i\gamma_n a}$ ;  $b'_n = -c'_n e^{i\gamma_n a}$  (12)

Система уравнений относительно  $b'_n$  при этом запишется

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} b'_n (1 - e^{i2\gamma_n a}) e^{i \frac{2\pi n}{l} y} = 0 \quad |\varphi| < \theta'; \quad \theta < |\varphi| < \theta'' \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b'_n \gamma'_n (1 - e^{i2\gamma_n a}) + \gamma_n (1 + e^{i2\gamma_n a}) e^{i \frac{2\pi n}{l} y} &= 0 \quad \theta' < |\varphi| < \theta; \\ \theta'' < \varphi < 2\pi - \theta''. \end{aligned} \quad (14)$$

Обозначим

$$M_n = \beta'_n l = b'_n (1 - e^{i2\gamma_n a}); \quad g_n = \frac{1}{2} \left\{ \gamma'_n + \gamma_n \frac{1 \mp e^{i2\gamma_n a}}{1 - e^{i2\gamma_n a}} \right\};$$

$$\eta_n = 1 + g_n \frac{l}{2\pi |n|} \quad (n \neq 0)$$

$$\varphi = 2\pi \frac{y}{l}$$

$$\theta = \frac{\pi d}{l}; \quad \theta' = \frac{\pi d'}{l}; \quad \theta'' = \frac{\pi d''}{l}.$$

После чего (13) — (14) придадим следующий вид:

$$\sum_{n \neq 0} M_n e^{in\varphi} = 0 \quad |\varphi| < \theta'; \quad \theta < |\varphi| < \theta''; \quad (15)$$

$$\sum_{n \neq 0} M_n \frac{|n|}{n} e^{in\varphi} = i x g_0 \beta'_0 + \sum_{n \neq 0} M_n \frac{|n|}{n} \eta_n e^{in\varphi}, \quad (16)$$

$$\theta' < |\varphi| < \theta \quad \theta'' < \varphi < 2\pi - \theta'';$$

$$\sum_{n \neq 0} \frac{M_n}{n} = -\beta'_0; \quad \sum_{n \neq 0} \frac{M_n}{n} e^{in\varphi} = -\beta'_0; \quad \sum_{n \neq 0} \frac{M_n}{n} e^{-in\varphi} = -\beta'_0. \quad (17)$$

Систему уравнений (15) — (17) решаем по аналогии с (6) — (8). Решение ее также имеет вид однородной бесконечной системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных  $\beta'_0, M_n, C_1, C_2, C_3$ . Значения коэффициентов в данной системе уравнений такие же, как и в (9).

Несколько упрощенное условие самовозбуждения имеет вид

$$i x g'_0 \tilde{\Delta} + \tilde{D} = 0. \quad (18)$$

После некоторых преобразований (18) будет иметь вид

$$\frac{r \mp i^2}{1 \mp i^2} e^{-4K a l} = 1; \quad 2k N_0 a + \bar{\gamma} = 2\pi s. \quad (19)$$

Значения  $r, \tilde{t}, \tilde{\gamma}$  такие же, как и в (11).

III. Энергетические характеристики излучения выводятся подобно тому, как и в работах [1—2] с использованием нелинейной теории оптических свойств плоско-параллельных слоев [10]. Как видно из (11) и (19), в условия самовозбуждения входят величины  $\tilde{D}$ ,  $\tilde{D}'$ , содержащие в себе геометрические параметры решетки  $V = \cos \theta$ ;  $V' = \cos \theta'$ ; оптические свойства конкретного активного вещества  $N_0$ ,  $\chi$ ; относительную толщину слоя. Численная величина  $\chi$  в оптическом диапазоне равна  $10^{-4} \div 10^{-7}$ , толщина слоя  $a$  может быть произвольной.

IV. Анализ влияния двухэлементной решетки на излучение активного плоско-параллельного слоя был дан в [1—2]. При наличии трехэлементной решетки влияние узкой ленты и щели сводится к повышению роли четных гармоник в дифракционном спектре. Характерным для трехэлементных решеток будет то, что если все ленты и щели трехэлементной симметричной решетки близки друг к другу по ширине, то в дифракционном спектре должны преобладать гармоники с индексом кратным 3. Эти специфические свойства рассматриваемой решетки существенно будут сказываться на эффективном коэффициенте отражения  $R_e$ . В случае конкретной поляризации это дает возможность более эффективно управлять излучением плоско-параллельного активного слоя.

Считаю своим долгом выразить глубокую благодарность проф. В. П. Шестопалову за научное руководство работой.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Н. Литвиненко. Сб. «Радиотехника», Изд-во Харьковск. гос. ун-та, вып. 1, стр. 94, 1965.
2. В. Ф. Кравченко. «Дифференциальные уравнения», т. II, вып. 8, 1963.
3. О. А. Третьяков, В. П. Шестопалов. «Оптика и спектроскопия», т. XV, 5, 709, 1963.
4. О. А. Третьяков, В. П. Шестопалов. «Оптика и спектроскопия», т. 18, вып. 2, 1965.
5. В. Ф. Кравченко. «Журнал прикладной спектроскопии», т. III, № 6, 1965.
6. В. Ф. Кравченко. «Оптика и спектроскопия», т. 20, вып. 1, 1955.
7. З. С. Арранович, В. А. Марченко, В. П. Шестопалов. Ж. Т. Ф., 32, 381, 1962.
8. Г. Н. Гестрин, К. В. Маслов, В. П. Шестопалов. «Уч. зап. ХГУ. Серия математическая», 32, 1964.
9. Л. Н. Литвиненко. Сб. «Радиотехника», вып. 1, стр. 80, Изд-во Харьковск. гос. ун-та, 1965.
10. А. П. Хапалюк, Б. И. Степанов, Б. А. Сотский. «Оптика и спектроскопия», 13, 282, 1962.