

**ВЛИЯНИЕ КОНЕЧНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ТЕЛА
КАЛОРИМЕТРА НА ПОВЕДЕНИЕ
КАЛОРИМЕТРИЧЕСКОГО ИЗМЕРИТЕЛЯ ЭНЕРГИИ
И МОЩНОСТИ**

С. И. Боровицкий

Горький

Калориметр как элемент электрической схемы в большинстве случаев может быть описан реакцией выходного напряжения

$U(t)$ термочувствительного элемента на мощность подогрева $q_n(t)$ и света $q_c(t)$ вида [1]:

$$U(t) = \chi \sum_{i=0}^n \left[\gamma_i \int_{-\infty}^t q_n(\theta) e^{-\frac{t-\theta}{\tau_i}} d\theta + \eta_i \int_{-\infty}^t q_c(\theta) e^{-\frac{t-\theta}{\tau_i}} d\theta \right]. \quad (1)$$

В формуле (1) χ определяет величину термочувствительности. Коэффициенты γ_i , η_i зависят от формы калориметра, его теплофизических свойств, конструкции подогревного и термочувствительного элемента, размеров и положения светового пятна:

$$\gamma_i = \beta_i q_i = \int \beta(r) \varphi_i(r) dv \int q_n(r) \varphi_i(r) dv, \quad (2)$$

$$\eta_i = \beta_i d_i = \int \beta(r) \varphi_i(r) dv \int \alpha(s) q_c(s) \varphi_i(s) ds.$$

Здесь $\beta(r)$, $\int \beta(r) dv = 1$ — распределение чувствительности; $q_n(r)$, $\int q_n(r) dv = 1$ — распределение подогревной мощности по телу калориметра; $q_c(s)$, $\int q_c(s) ds = 1$ — распределение интенсивности света по приемной площадке с коэффициентом поглощения $\alpha(s)$; $\varphi_i(r)$, $\lambda_i = 1/\tau_i$ — собственные функции и значения задачи о теплопроводности калориметра.

Отклик на импульсное включение подогрева $q_n(t) = \delta(t)$, согласно (1), имеет вид

$$U_0(t) = \chi \sum_{i=0}^n \gamma_i e^{-\frac{t}{\tau_i}} > 0. \quad (3)$$

Если роль подогревного и термочувствительного узлов играет один элемент, все $\gamma_i \geq 0$ и отклик приобретает форму, изображенную на рис. 1, а; при $t = 0$ $U_0(t)$ претерпевает скачок. Если подогревный и термочувствительный элементы различны,

$U_0(0) = \sum_{i=0}^n \gamma_i = 0$ вместе со всеми производными

$U_0^{(n)}(0) = 0$. Такой отклик изображен на рис. 1, б. Площадь, ограниченная графиками

$$\sum_{i=0}^n \gamma_i \tau_i > 0; \quad \sum_n = \sum_{i=1}^n \gamma_i \tau_i,$$

представляет собой алгебраическую сумму площадей, отмеченных на рис. 1, а, б знаками плюс и минус. Полезными являются следующие оценки:

$$\gamma_0 \approx 1/C; \quad \sum_{i=0}^n |\gamma_i| = 2\Gamma \ll |C_p C_q|^{1/2}, \quad (4)$$

где C , C_β , C_q — теплоемкости калориметра, термочувствительного и подогревного элементов. Если последние совмещены, то $\sum_{i=0} |\gamma_i| = \sum_{i=0} \gamma_i = 1/C_\beta$.

При рассмотрении вопросов предельной чувствительности к выходному напряжению (1) следует добавить шум калори-

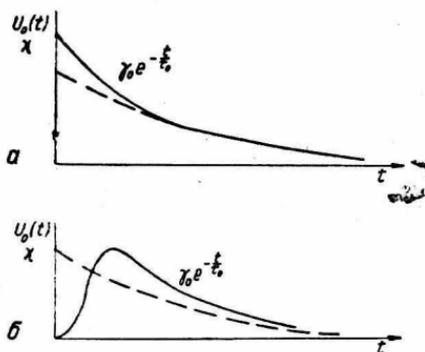


Рис. 1.

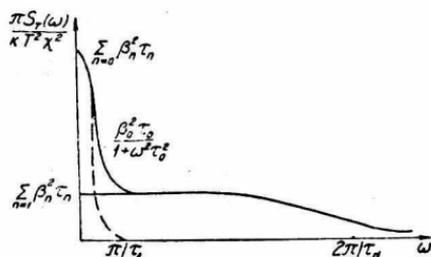


Рис. 2.

метра $U_N(t)$. Он может состоять из нескольких компонент, две из которых — тепловой $U_R(t)$ и температурный $U_T(t)$ шум — неустранимы. Они независимы между собой и в силу этого

$$\begin{aligned} \overline{U_N(t)U_N(t')} &= \overline{U_R(t)U_R(t')} + \overline{U_T(t)U_T(t')} = \\ &= F_k TR\delta(\tau) + kT^2\chi^2 \sum_{i=0} \beta_i^2 e^{-\frac{\tau}{\tau_i}}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\tau = |t - t'|$; k — постоянная Больцмана; F — коэффициент шума усилителя; R — сопротивление болометра или термопары. Примерный вид температурной составляющей спектра $S_T(\omega)$ приведен на рис. 2. Кроме сильной частотной зависимости, температурные шумы отличаются от тепловых тем, что их эффективное напряжение пропорционально температурной чувствительности χ термоэлемента и, следовательно, отношение сигнала к температурным шумам при прочих равных условиях не зависит от χ . Для болометров $\chi = \alpha_T V_0$, где α_T — температурный коэффициент сопротивления материала; V_0 — рабочее напряжение болометра. Увеличение V_0 приводит к пропорциональному росту сигнала и $U_T(t)$ и оставляет неизменным $U_R(t)$, роль которых падает. Аналогично обстоит дело с использованием термопар: увеличение их числа N в некоторых пределах приво-

дит к росту сигнала и $U_T(t)$ пропорционально N , в то же время $U_R(t)$ меняется как $N^{1/2}$.

В самобалансирующемся измерителе мощности напряжение $U(t)$ поступает на усилитель постоянного тока с полосой и усилением a_{yc} . Его выходное напряжение

$$U_{yc} = a_{yc} \int_{-\infty}^t U(\theta) e^{-\lambda(t-\theta)} d\theta \quad (6)$$

влияет на мощность подогрева линейным образом:

$$q_n(t) = a_{обр} U_{yc}(t), \quad (7)$$

где $a_{обр}$ — коэффициент, определяющий величину обратной связи.

Объединим формулы (1), (6), (7) и проведем над ними преобразование Лапласа; получим уравнение измерителя

$$g_n(p) = \frac{A}{p + \lambda} \left[g_n(p) \sum \frac{\gamma_i}{p + \lambda_i} + g_c(p) \sum \frac{\eta_i}{p + \lambda_i} \right], \quad (8)$$

где $g_n(p)$, $g_c(p)$ — преобразования Лапласа от $q_n(t)$, $q_c(t)$ и $A = \chi a_{yc} a_{обр}$.

Из формулы (8) легко получить характеристическое уравнение, определяющее устойчивость и быстродействие прибора:

$$\frac{1}{p + \lambda} \sum_{i=0} \frac{\gamma_i}{p + \lambda_i} = \frac{1}{A}. \quad (9)$$

На основании известных методов исследования [1] приходим к выводу, что для $\gamma_i \geq 0$ система устойчива при любом по абсолютному значению $A < 0$. В случае разделенных подогрева и термодатчика ситуация значительно усложняется. Полный анализ практически невозможен, но, по-видимому, он и не нужен. Можно сформулировать несколько требований, достаточных для весьма удовлетворительного функционирования измерителя.

Обозначим через $\lambda_{\beta q} = 1/\tau_{\beta q}$ наименьшее собственное значение задачи теплопроводности, для которого $\gamma_{\beta q} < 0$. По порядку величины $\tau_{\beta q}$ равно времени передачи тепла от подогреваемого элемента к термочувствительному. Для не очень тонких проволочных элементов, намотанных так, что к любому участку каждой обмотки плотно прилегают участки другой обмотки, $\tau_{\beta q}$ пропорционально $(d\beta + dq)^2$, где $d\beta$, dq — диаметры болометрической и подогревной проволочек. Для очень тонких обмоток зависимость $\tau_{\beta q}$ от диаметров уменьшается, поскольку в этом случае $\tau_{\beta q}$ определяется, главным образом, распространением теп-

ла по изоляции проволоч. Время характеризует процесс выравнивания температуры в теле калориметра и пропорционально L^2 , где L — характерный линейный размер калориметра. Из сказанного ясно, что условие $\tau_1/\tau_{\beta q} \gg 1$ легко достижимо. Из него, естественно, следует $\gamma_i > 0$. Выберем полосу усилителя так, чтобы

$$1 \ll \lambda \tau_1 < \frac{1}{4} \left(\frac{\tau_{11}}{\tau_{\beta q}} \right)^2;$$

тогда система сохраняет устойчивость, во всяком случае, при

$$A < 0, |A| < \frac{\lambda^2}{\gamma_0 + \Gamma \lambda \tau_{\beta q}}. \quad (10)$$

В этих условиях быстродействие измерителя определяется наименьшим по абсолютному значению корнем $\lambda_\sigma = 1/\tau_\sigma$ характеристического уравнения (9). С достаточной точностью

$$\frac{1}{\tau_B} = \frac{\lambda_0 + \lambda_1 - \frac{A}{\lambda}(\gamma_0 + \gamma_1)}{2} - \sqrt{\left| \frac{\lambda_0 - \lambda_1 - \frac{A}{\lambda}(\gamma_0 + \gamma_1)}{2} \right|^2 + \dots} + \dots + \frac{A\gamma_1}{\lambda}(\lambda_0 - \lambda_1).$$

При очень малых $|A| \tau_B = \tau_0$ с ростом $|A|$ сверх $\lambda|\gamma_0\tau_0$ τ_B убывает к своему предельному значению $\tau_1/(1 + \gamma_1/\gamma_0)$, которое практически достигается при усилении $|A| \approx \lambda|\gamma_0\tau_1$. Дальнейшее повышение $|A|$ не дает существенного выигрыша в быстродействии. Используя (10), можно заключить, что предельное быстродействие обеспечивается, если для калориметра имеет место

$$\frac{\Gamma}{\gamma_0} \ll \frac{C}{2\sqrt{C_\beta C_q}} < \frac{\tau_1}{\tau_{\beta q}}. \quad (11)$$

О возможности осуществления этого условия можно судить по следующему примеру. При плотной однородной намотке болометрической и подогревной обмоток $\sqrt{C_\beta C_q}$ убывает как $d_\beta + d_q$. Более быстрое убывание $\tau_{\beta q}$ обеспечивает выполнение неравенства (11).

Попрешность измерения постоянной мощности $q_c(t > 0) = \text{const}$ можно определить путем использования факта, что по истечении времени мощность подогрева также станет постоянной. Отношение

$$C = - \frac{q_n(t \rightarrow \infty)}{q_c(t > 0)} = - \frac{g_n(0)}{g_c(0)}$$

отвечает за полноту замены одной мощности другой. Из (8) следует

$$C = \frac{\eta_0}{\gamma_0} \frac{1 + \sum_c / \eta_0 \tau_0}{1 + \sum_n / \gamma_0 \tau_0} \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{A \sum_{l=0}^{\infty} \gamma_l \tau_l}} \approx \frac{\eta_0}{\gamma_0} \left[1 - \frac{\sum_n}{\gamma_0 \tau_0} + \frac{\sum_c}{\eta_0 \tau_0} + \frac{\lambda}{A \gamma_0 \tau_0} \right].$$

Выбором конструкции калориметра можно сделать так, чтобы член $\sum_n / \gamma_0 \tau_0$ был меньше 10^{-2} . Если это по каким-либо причинам невозможно или нужна большая точность, то данный член может быть определен графическим исследованием отклика калориметра с погрешностью 10^{-4} . То же можно сказать и о члене $\sum_c / \eta_0 \tau_0$ с той лишь разницей, что при его определении должны быть сняты импульсные отклики калориметра при различных положениях пучка света. Результаты необходимо усреднить. Погрешность, которая зависит от их разброса, зависит также от конструкции калориметра. Член $\lambda / A \gamma_0 \tau_0$ представляет собой известную погрешность недобаланса. Она уменьшается с ростом $|A|$ и при подходе к возбуждению схемы в соответствии с формулами (9), (11) снижается до величины

$$\frac{\lambda}{A \gamma_0 \tau_0} = \frac{1 + \frac{\Gamma}{\gamma_0} \Lambda \tau_{\beta q}}{\Lambda \tau_0} < \frac{\tau_1}{\tau_0}.$$

Таким образом, решающее влияние на эквивалентность замещения q_n и q_c оказывает множитель

$$\frac{\eta_0}{\gamma_0} = \frac{\int_s \alpha(s) q_c(s) \varphi_0(s) ds}{\int_V q_n(r) \varphi_0(r) dv}.$$

Наибольшее изменение η_0 / γ_0 наблюдается, когда свет очень хорошо сфокусирован $q_c(s) = \delta(s)$. В этом случае

$$\frac{\eta_0}{\gamma_0} = \frac{\alpha(s) \varphi_0(s)}{\int_V q_n(r) \varphi_0(r) dv}$$

и видно влияние, которое оказывает на эквивалентность вариация коэффициента поглощения $\alpha(s)$ и непостоянство собственной функции $\varphi_0(s)$ в области возможного падения луча. Размазывание луча ведет к уменьшению вариации η_0 / γ_0 , но мало что дает для определения его среднего значения. Радикальным средством является достижение условий, когда $\varphi_0 = \text{const}$ на по-

догревной обмотке и приемной поверхности калориметра. В этом случае

$$\frac{\eta_0}{\gamma_0} = \alpha(s).$$

Как указывалось, способ достижения таких условий заключается в создании калориметров с возможно меньшим отношением

τ_1/τ_0 . Средством проверки

является снятие зонных ха-

рактеристик: зависимости

показаний прибора от места

попадания узкого пучка све-

та на различные участки

приемной поверхности кало-

риметра. Если снять зонные

характеристики на разных

длинах волн света, послед-

ующий анализ позволяет с

уверенностью отделить из-

менения $\alpha(s)$ от изменений, связанных с другими факторами.

При определении предельной чувствительности $q_{\text{пред}}$ условимся, что она соответствует отношению сигнала к шуму, равному единице. Тогда можно получить

$$q_{\text{пред}} = \frac{\kappa}{\chi} \left[\int S_N(\omega) \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + \omega^2} |k(\omega)|^2 d\omega \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (12)$$

где κ — коэффициент теплоотдачи калориметра; $S_N(\omega)$ получается с помощью формулы (5) и

$$|k(\omega)|^2 = \left| \frac{\frac{1}{A} - \frac{1}{\Lambda} \sum_{i=0} \frac{\gamma_i}{\Lambda_i}}{\frac{1}{A} - \frac{1}{\Lambda + j\omega} \sum \frac{\gamma_i}{\Lambda_i + j\omega}} \right|^2$$

Примерная зависимость $|k(\omega)|^2$ иллюстрируется рис. 3. При малом усилении $|A_1|$ $|k(\omega)|^2 \approx 1$. Можно показать, что такое усиление отвечает большой погрешности недобаланса. С увеличением $|A|$ на кривой $|k(\omega)|^2$ появляются максимумы и она поднимается на высоких частотах. Величина интеграла в формуле (12) растет. Таким образом, использование принципа автобалансировки и получающееся при этом быстродействие неразрывно связаны с ухудшением чувствительности.

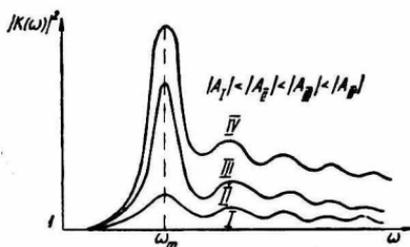


Рис. 3.

Описанная методика пригодна также для анализа поведения компенсационного измерителя энергии одиночных импульсов [2]. Импульс света $q_c(t)$ длительностью τ_c связан с длительностью τ выключения подогрева мощностью q_0 формулой

$$\int_0^{\tau_c} q_c(\theta) e^{\frac{\theta}{\tau_0}} d\theta = \tau_0 q_0 \frac{\gamma_0}{\eta_0} e^{\frac{\tau_{\text{зад}}}{\tau_0}} \left(e^{\frac{\tau}{\tau_0}} - 1 \right), \quad (13)$$

где время задержки выключения подогрева $\tau_{\text{зад}} \geq \max\{\tau_c, \tau_1\}$. В (13) не входят величины, которые относятся к характерным временам, отличным от τ_0 . И, следовательно, теплопроводность сказывается лишь в присутствии коэффициента γ_0/η_0 .

Предел чувствительности такого измерителя равен

$$\omega_{\text{пред}} = \frac{\Lambda}{\chi} C \left[\int \frac{S_N(\omega)}{\Lambda^2 + \omega^2} d\omega \right]^{1/2}.$$

Естественно, сужение полосы Λ улучшает предельную чувствительность. Нужно помнить, однако, что при росте $1/\Lambda$ сверх τ_1 увеличивается время готовности прибора к следующему измерению, другими словами, уменьшается его эффективное быстроедействие.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. И. Неймарк. Устойчивость линеаризованных систем. Изд-во ЛВВИА, 1949.
2. С. И. Боровицкий. Измеритель средней мощности и энергии импульсов ОКГ типа МЗ-24. Сб. 2. Импульсная фотометрия, 1970.