

# К РАСЧЕТУ ПЕРЕХОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МАГНЕТРОНОВ

*А. Г. Шейн*

Харьков

Для объяснения стабильной работы многорезонаторных магнетронов на согласованную нагрузку необходимо знать предельную скорость нарастания анодного напряжения, подаваемого на прибор. Поскольку магнетроны представляют собой резонансные системы, то повышение предельной скорости нарастания приводит к «дрожанию» переднего фронта импульсов, возможности генерации на паразитных видах колебаний и ухудшению спектра сигнала.

Для определения предельной скорости нарастания высокочастотного напряжения воспользуемся гипотезой о взаимодействии электронного пучка с полем бегущей волны в пространстве взаимодействия, хотя результирующее поле на  $\pi$ -виде колебаний

обычно представляется в виде стоячей волны. Тогда, предполагая, что магнетрон работает на нагрузку  $B = g + jy$ , получаем, что напряжение вдоль прибора изменяется по закону [1]:

$$U = 2U_{\text{пр}} \operatorname{ch} \left( j\beta_0 - \frac{jy}{N} - \frac{\omega_0}{2v_{\text{пр}} Q_{\text{вн}}} \right) \quad (1)$$

и является почти синусоидальной функцией.

Здесь  $\beta_0 = \frac{2\pi n}{N}$  — фазовая постоянная в магнетроне;  $N$  — число резонаторов;  $y$  — реактивная составляющая проводимости нагрузки  $Q_{\text{вн}}$  — внешняя добротность системы.

Анализ взаимодействия между электронным пучком и резонаторной системой можно произвести методом, аналогичным для ЛБВ М-типа [2]. В результате получаем характеристическое уравнение

$$\left( \delta^2 - j\alpha_0 - j \frac{1}{\tau A} \right) \left( \delta + 2jy + \frac{1}{\tau v_{\text{ф}}} \right) + j\gamma^2 = 0; \quad (2)$$

$$\gamma^2 = Y_1 (2AC_{\Sigma})^{-1},$$

где  $(\tau)^{-1}$  — параметр, определяющий скорость нарастания высокочастотного сигнала (или скорость изменения частоты);  $\alpha_0$  — коэффициент затухания в системе;  $Y_1$  — проводимость электронного луча;  $C_{\Sigma}$  — суммарная емкость на щели резонатор — пространство взаимодействия;  $A$  — параметр дисперсионной характеристики, определяемый из кривой дисперсии вблизи  $\pi$ -вида при аппроксимации ее функцией

$$(\omega_{\pi} - \omega)^2 = A (\varphi - \pi)$$

(здесь  $\varphi$  — фазовый сдвиг на период системы);  $\delta = \Gamma + j\beta_0$  — параметр, определяющий отличие постоянных распределения «горячей» ( $\Gamma$ ) и «холодной» ( $\beta_0$ ) волн.

Когда электроны находятся в строгом синхронизме с волной ( $\delta = 0$ ), из уравнения (2) следует, что в приборе, внешняя нагрузка к которому подсоединена в одном резонаторе, изменение  $\tau$  равно

$$\frac{1}{\tau} = -\frac{g + A\alpha_0}{2} \pm \sqrt{\gamma^2 A v_{\text{ф}} + \left( \frac{g + A\alpha_0}{2} \right)^2}. \quad (3)$$

Параметр  $\tau$  зависит от величины анодного напряжения и равен [3]

$$\tau = \sqrt{U_a} \left( \frac{2Y_{\Sigma}}{I_0 v_{\text{ф}} \omega_0} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (4)$$

где  $I_0$  — анодный ток в магнетроне;  $Y_{\Sigma}$  — суммарная реактивная проводимость на щели, связывающей резонатор с пространством взаимодействия;  $\omega_0$  — рабочая частота.

При изменении анодного напряжения на  $\Delta U_a$  происходит изменение  $\tau$  на  $\Delta\tau$ . Получаем

$$\frac{\Delta\tau}{\tau} = \frac{\Delta U_a}{2U_a}.$$

Поскольку в магнетронах [4]

$$U_{вч} = \frac{\lambda U_a}{\sqrt{2}d_a(1-\sigma)} \frac{\omega}{\sin\left(\frac{N\omega}{2} \frac{\omega}{d_a}\right)} \quad (5)$$

(здесь  $\omega$  — ширина щели резонатора,  $d_a$  — диаметр анода,  $\sigma = \frac{d_k}{d_a}$ ,  $d_k$  — диаметр катода),

$$\frac{\Delta U_a}{U_a} = \frac{\Delta U_{вч}}{U_{вч}}$$

и максимальная крутизна переходной характеристики определяется из соотношения

$$\frac{dU_{вч}}{d\tau} = \frac{2U_{вч}}{\tau}. \quad (6a)$$

Подставляя (3) в (6a), находим

$$\frac{dU_{вч}}{dt} = 2B \left[ -\frac{U_a}{2} (g + A\alpha_0) + \sqrt{\frac{\gamma_e U_a I_0 v_{\phi} \omega_0}{Y_{\Sigma}} + U_a^2 \left( \frac{g + A\alpha_0}{2} \right)^2} \right]. \quad (6)$$

Здесь используются следующие соотношения:

$\gamma_e$  — электронный к. п. д.;  $g$  — вносимое сопротивление нагрузки, приведенное к волновому сопротивлению замедляющей системы;  $v_{\phi}$  — фазовая скорость волны, равная  $\frac{\omega_0}{n}$ , где  $n$  — номер вида колебаний (для  $\pi$ -вида  $n = \frac{N}{2}$ );

$$B = \frac{\lambda \omega}{\sqrt{2}d_a(1-\sigma) \sin\left(\frac{N\omega}{2} \frac{\omega}{d_a}\right)}. \quad (7)$$

Уравнения (6) и (7) дают возможность рассчитывать предельные скорости нарастания  $\frac{dU_{вч}}{dt}$  без учета реакции резонансного контура. В то же время, поскольку анодная система магнетрона обладает высокой добротностью, скорость нарастания напряжения на нагрузке значительно уменьшится. Для нахождения переходного процесса с учетом влияния контура представим резонатор магнетрона в месте подсоединения нагрузки в виде последовательного контура, на который подается напряжение (рис. 1).

Дифференциальное уравнение, описывающее колебательные процессы в такой системе, имеет следующий вид:

$$\frac{d^2U_C}{dt^2} + 2b \frac{dU_C}{dt} + \omega_0^2 U_C = \omega_0^2 U_{вч}(t) \sin \omega t. \quad (8)$$

Здесь

$$b = \frac{R}{2L} = \frac{\omega_0}{2Q_H}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

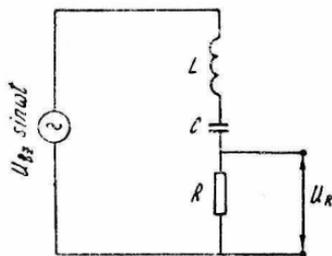


Рис. 1. Эквивалентная схема магнетрона.

Начальные условия определим из физических соображений. В неработающем магнетроне

$$U_C |_{t=0} = \frac{dU_C}{dt} |_{t=0} = 0.$$

Поскольку в окончательном виде интересуется переходной процесс в нагрузке, необходимо определить скорость нарастания (огibaющую процесса) напряжения на активном сопротивлении:

$$U_R = Ri = RC \left( \frac{dU_C}{dt} \right).$$

Огibaющая функция  $U_R(t)$  определяет переходные процессы в нагрузке. При совпадении резонансной частоты контура и частоты возбуждения

$$U_R = \frac{U_C}{Q_H},$$

где  $Q_H$  — нагруженная добротность системы.

Определение закона возрастания  $U_R(t)$  по формуле, определяющей решение уравнения (8) [5] при неявном виде функции  $U_{вч}(t)$ , представляет большие сложности. Поэтому при расчете скорости нарастания напряжения на нагрузке воспользуемся следующими приближениями.

Пусть из соотношений (5) и (7) нам известны зависимости  $U_{вч}(U_a)$  и  $\frac{dU_{вч}}{dt} = f(U_a)$  (в предположении ступенчатой функции  $U_a$ ). Методом касательных (или аналогичным) из этих зависимостей определяется закон  $U_{вч}(t)$ , необходимый для расчета переходного процесса в магнетроне. В общем случае функция  $U_{вч}(t)$  представляет собой кривую, которую не удастся с достаточной степенью точности аппроксимировать простым полиномом. Однако приблизительно для большинства приборов

$$U_{вч} = Vt^{\frac{3}{2}}, \quad (9)$$

где  $V$  — параметр, определяемый из графика  $V_{вч}(t)$ .

Если подставить высокочастотный потенциал, заданный в таком виде, в (8), то на ЭВМ несложно взять такой интеграл. В первом приближении, однако, проще гладкую кривую  $U_{вч}(t)$  заменить кусочно-ломаной зависимостью вида

$$U_{вч} = \sum_{i=0}^m (U_i + \theta_i t). \quad (10)$$

Здесь  $U_i$  — начальное напряжение;  $\theta_i$  — тангенс угла наклона к оси абсцисс;  $U_i$  и  $\theta_i$  определены во временном интервале

$$t_i < t < t_{i+1}. \quad (11)$$

Суммирование производится по всем участкам ломаной.

Предполагая, что контур возбуждается на резонансной частоте и учитывая, что  $b \ll \omega_0$ , после интегрирования (8) получаем

$$\begin{aligned} & \frac{U_i \omega_0}{2} e^{-bx} \left\{ -\frac{\cos \omega_0 t}{b} + \frac{b \cos \omega_0 (2x - t) + 2\omega_0 \sin \omega_0 (2x - t)}{4\omega_0^2} \right\} \Big|_{t_i}^t + \\ & + \frac{\theta_i \omega_0}{2} e^{-bx} \left\{ \frac{(t - bx)}{b^2} \cos \omega_0 t + x \frac{b \cos \omega_0 (2x - t) + 2\omega_0 \sin \omega_0 (2x - t)}{4\omega_0^2} - \right. \\ & \left. - \frac{1}{4\omega_0^2} \left[ -4\omega_0^2 \cos \omega_0 (2x - t) + 4\omega_0 b \sin \omega_0 (2x - t) \right] \right\} \Big|_{t_i}^t = U_C. \end{aligned}$$

Произведем дальнейшие преобразования. Поскольку  $t > t_i$  и нарастание колебательного процесса происходит не мгновенно, за конечный (и причем значительный) промежуток времени величина  $\omega_0 t_i$  имеет достаточно большую величину, соответствующую  $12\pi p$  ( $p$  — целое число). В этом случае целесообразно переходный процесс рассчитывать по амплитудным значениям  $U_C$  (величины  $\omega_0 t$  выбираются кратными  $2\pi$ ):

$$U_{Ci} = C_2 e^{-bt} + U_i Q_H (1 - e^{-\nu_i}) + 2 \frac{\theta_i Q_H^2}{\omega_0} [-\nu_i + e^{-\nu_i} (1 - bt_i)], \quad (12)$$

где

$$\nu_i = b(t - t_i).$$

Как было указано, при резонансе  $U_R = \frac{U_C}{Q_H}$ . Обычно знак  $U_R$  не играет значения, поэтому в дальнейшем в правой части (12) можно учитывать только абсолютную величину.

Начальные условия для кусочно-ломаной зависимости требуют, чтобы

$$U_{Ri} |_{t=t_i} = U_{R(i-1)} |_{t=t_i}.$$

Иначе, из (12)

$$U_{R(i-1)} |_{t=t_i} = \left( \frac{C_2}{Q_H} \right) e^{-bt_i}; \quad \frac{C_2}{Q_H} = U_{R(i-1)} e^{bt_i}.$$

Окончательно получаем

$$U_R = \sum_{i=1}^n \left\{ U_{R(i-1)} e^{-\gamma_i t} + U_i (1 - e^{-\gamma_i t}) + \frac{\theta_i}{b} [(1 - bt_i) e^{-\gamma_i t} - \gamma_i] \right\}. \quad (13)$$

Необходимо помнить, что при  $t = 0$   $U_{R_0} = 0$  и  $U_i = 0$ , что следует из начальных условий задачи.

Соотношение (13) дает возможность достаточно просто рассчитать форму огибающей высокочастотного напряжения на нагрузке и тем самым определить переходный процесс.

В реальном магнетроне высокочастотное напряжение возникает при анодном напряжении, превышающем или равном  $U_{\text{пор}}$  прибора. Поэтому рассчитанная по соотношению (13) с учетом (6) и (7) скорость нарастания  $U_{\text{вч}}(t)$  занижена. Приблизиться к реальной схеме можно, если закон нарастания  $U_{\text{вч}}(t)$  определить следующим образом:

$$\begin{aligned} U_{\text{вч}} &= 0 \text{ при } U_a < U_{\text{пор}}; \\ U_{\text{вч}} &= F(U_a) \text{ при } U_p \geq U_a \geq U_{\text{пор}}, \end{aligned} \quad (14)$$

где под  $U_p$  понимается рабочее напряжение на аноде. Тогда все соотношения для определения  $U_{\text{вч}}(t)$  остаются в силе, но в соотношении (13) под  $U_{R(i-1)}$ ,  $U_i$  и  $\theta_i$  необходимо подразумевать величины, лежащие при значениях  $U_a \geq U_{\text{пор}}$ . При  $t_i = t_{\text{пор}}$   $U_{R(i-1)} = 0$ , поскольку рост напряжения начинается от нуля.

Соотношение (14) совместно с (6) и (7) дает возможность рассчитать  $U_{\text{вч}}(t)$  при заданных  $U_a(t)$  и произвольном законе кривой нарастания анодного напряжения. Однако необходимо учесть, что если скорость нарастания  $U_{\text{вч}}$  при ступенчатом анодном напряжении меньше скорости нарастания переднего фронта импульса, зависимость ВЧ напряжения от времени полностью определяется кривой анодного импульса. Тем не менее, предельный случай роста  $U_{\text{вч}}(t)$  и напряжения на нагрузке при ступенчатой форме импульса представляет несомненный интерес для определения предельно допустимых значений крутизны нарастания мощности в импульсе.

Соотношения (7) и (13) позволяют определить скорость нарастания ВЧ напряжения на нагрузке и рассчитать переходный процесс в приборе по данным теоретического или экспериментального анализа магнетрона.

На рис. 2 штриховыми линиями приведены типичные кривые  $U_{\text{вч}}(t)$  для нерезонансных систем — совместное решение уравнений (6) и (7) — для различных величин начальной скорости нарастания анодного напряжения. Видно, что уже при  $\frac{dU_a}{dt} = 550 \text{ кв/мксек}$  кривые  $U_{\text{вч}}(t)$  практически следуют за ходом зависимости анодного напряжения. Изменение  $U_R(t)$  с учетом реакции контура

(уравнение (13)) для тех же величин  $\frac{dU_a}{dt}$  показаны на рис. 2 сплошными линиями, а на рис. 3 приведены графики нарастания напряжения на нагрузке при фиксированной величине  $\frac{dU_a}{dt}$  и для различных нагруженных добротностей системы.

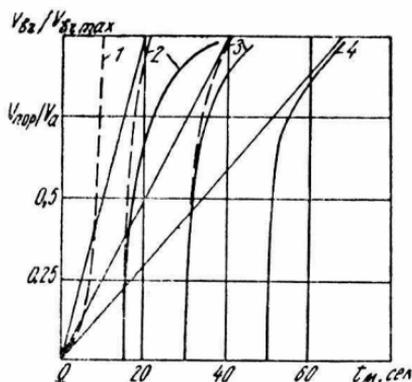
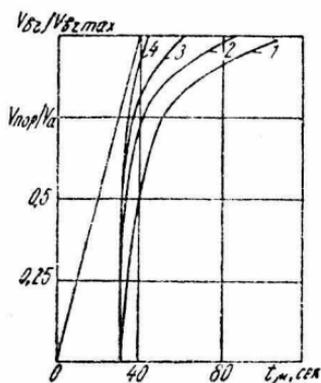


Рис. 2. Графики изменения высокочастотного напряжения на нагрузке в зависимости от скорости нарастания анодного напряжения (кривая 1 —  $\frac{dU_a}{dt} = \infty$ ; 2 —  $\frac{dU_a}{dt} = 500$  кв/мсек; 3 —  $\frac{dU_a}{dt} = 250$  кв/мсек; 4 —  $\frac{dU_a}{dt} = 150$  кв/мсек;  $Q_H = 250$ ).

Рис. 3. График изменения высокочастотного напряжения на нагрузке при различных значениях нагруженной добротности системы ( $1 - Q_H = 600$ ; 2 —  $Q_H = 400$ ; 3 —  $Q_H = 300$ ; 4 —  $Q_H = 200$ ;  $\frac{dU_a}{dt} = 250$  кв/мсек).

Из анализа результатов следует, что при  $\frac{dU_a}{dt} \leq 230$  кв/мсек переходная характеристика практически полностью повторяет ход анодного напряжения. Крутизна нарастания ВЧ напряжения на нагрузке при малых отклонениях анодного напряжения от порогового превышает скорость нарастания анодного импульса, но окончательное установление процесса происходит с задержкой, вызванной реакцией контура.

Анализ результатов позволяет также сделать вывод, что в случае нарастания анодного напряжения по времени, превышаемому время переходного процесса при ступенчатом напряжении (6) и (7), закон изменения ВЧ сигнала будет мало отличаться от закона  $U_a(t)$ , т. е. большинство нежелательных явлений, связанных с процессом установления колебаний, исключается.

## ЛИТЕРАТУРА

1. R. Dunsmuir. Proc. IEE; 105B, 1958, p. 10.
  2. R. Gould. J. Appl. Phys., 1957, v. 28, № 5, p. 599.
  3. R. Dunsmuir. Tag. Int. «Mikrowellenröhren», v. 1, Z. 47, 1960, München.
  4. Э. Д. Шлифер. Расчет многорезонаторных магнетронов. издание 2-е. Изд-во МЭИ, 1966.
  5. Э. Камке. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям, издание 2-е. Физматгиз, 1961.
-