

ГИРОМОНОТРОН С НЕОДНОРОДНЫМ МАГНИТОСТАТИЧЕСКИМ ПОЛЕМ В ПРОСТРАНСТВЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

А. А. Кураев, Е. М. Демидович, Ф. Г. Шевченко

Минск

Использование оптимальным образом выбранных неоднородностей магнитостатического поля в пространстве взаимодействия, как показано в работах [1, 2, 3], является весьма эффективным средством повышения электронного к. п. д. гиromонотрона. В указанных работах, однако, использовались «предельные» приближения для анализа явлений: в работе [1] неоднородность предполагалась достаточно большой (достаточной для вывода электронов из синхронизма), и роль переходных участков, где взаимодействие еще сохраняется, не учитывалась; в работах [2, 3] неоднородность считалась, наоборот, малой, и преобразование поперечной и продольной энергии электрона в неоднородном магнитном поле, влияющее на характер фазовой группировки электронов, не учитывалось. В результате на основе тех и других работ нет возможности оценить относительный вес различных факторов, влияющих на процесс взаимодействия в неоднородном магнитном поле. Невозможно также ввести критерий «достаточно большой» или «достаточно малой» неоднородности, так как речь идет об улучшении к. п. д. на 10—30%, и оценки, основанные на сравнении по малости членов в правых частях уравнений состояния, могут приводить к заметным неточностям.

Наконец, представляет интерес случай средней неоднородности, когда различные стороны процессов группировки и взаимодействия становятся равноценными. Существенно также, что оптимизация распределения магнитостатического поля даже в случае заданной формы неоднородности возможна лишь при снятии ограничения на амплитуду неоднородности. Последнее непосредственно приводит к необходимости построения универсальных уравнений состояния, справедливых для любой формы и амплитуды неоднородности. Этому и посвящена настоящая статья. Проведен также учет поперечного ВЧ-магнитного поля резонатора, влияющего на перераспределение продольной и поперечной энергий электронов.

Поля вблизи траектории ведущего центра ларморовской орбиты электрона

Рассмотрим следующую схему пространства взаимодействия гиромотрона (рис. 1). Трубочатый осесимметричный электронный поток I расположен соосно с трубой резонатора II , имеющей внутренний радиус B . Радиус r определяет расстояние ведущего центра электронной орбиты от оси системы. Координаты x, y характеризуют движение электрона по орбите в криволинейной системе координат x, y, l , связанной с траекторией ведущего центра ($[\vec{x}_0, \vec{y}_0] = \vec{l}_0$).

При анализе изображений схемы примем следующие упрощения.

1. Будем рассматривать взаимодействие электронного потока с аксиально-симметричными типами полей. В связи с этим все электроны с одинаковым r оказываются в равноценных условиях; кроме того, азимутальный дрейф электронов не приводит к изменению действующих на них полей.

2. Неоднородное магнитостатическое поле будем считать аксиально-симметричным; структура должна удовлетворять двум связанным условиям: медленному изменению поля по отношению к периоду электронной траектории (адиабатическая неоднородность) и малому расстоянию траектории ведущего центра от оси поля по сравнению с характерным размером неоднородности. В разложении функции распределения магнитостатического поля по r вблизи оси можно ограничиться первыми членами.

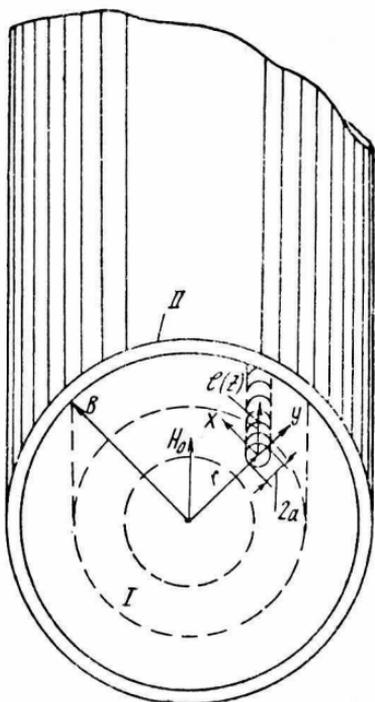


Рис. 1.

3. Будем предполагать, что электронный поток достаточно тонок, а все электроны оказываются в почти одинаковом внешнем поле.

4. Пространственный заряд учитывать не будем. Это условие вместе с перечисленными выше позволяет ограничиться рассмотрением единственной электронной траектории.

5. Рассмотрим случай слабого релятивизма, т. е.

$$\beta^2 = v^2/c^2 \ll 1.$$

Полученное в работе [4] методом усреднения уравнение движения ведущего центра электронной орбиты в адиабатически изменяющемся магнитном поле имеет вид

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = v_l \vec{l}_0 + \frac{1}{\Omega} \left[\vec{l}_0 \times \left(v_l^2 \vec{T} + \frac{v_l^2}{2\Omega} \nabla \Omega \right) \right], \quad (1)$$

где $\vec{l}_0 = \vec{H}/H$ — единичный вектор, направленный вдоль силовой линии магнитостатического поля; v_l — скорость смещения электрона вдоль силовой линии; v_t — поперечная скорость электрона ($v_t^2 = v_x^2 + v_y^2$); $\Omega = \frac{lH}{mc}$ — ларморовская частота электрона; $m = m_0 \sqrt{1 - \beta^2}$; $\vec{T} = \vec{n}/R$ — вектор кривизны силовой линии; R — радиус кривизны.

В нашем случае удобно переписать (1) в виде

$$\frac{dr}{dt} = v_l \vec{l}_0 + \frac{1}{\Omega R} \left(v_l^2 + \frac{v_t^2}{2} \right) \left[\vec{l}_0, \vec{n} \right]. \quad (2)$$

Как следует из [2], электрон в среднем дрейфует вдоль силовой линии \vec{l}_0 со скоростью v_l и смещается поперечно к силовой линии в направлении бинормали к ней $[\vec{l}_0, \vec{n}]$ со скоростью $v_d = (v_l^2 + v_t^2/2)/\Omega R$. В нашем случае (аксиально-симметричное поле) v_d определяет скорость азимутального дрейфа. Последний обусловлен центробежной силой mv_l^2/R , связанной с кривизной траектории дрейфа, а также неоднородностью магнитного поля $\nabla H/H$ в пределах орбиты электрона, приводящей к различию в кривизне ларморовской орбиты на различных ее сторонах. Для оценки v_d можно представить как

$$v_d = \frac{a}{R} (v_l/v_l + v_l/2v_l) v_l,$$

где a — радиус ларморовской орбиты. Очевидно, что в нашем случае, когда $\frac{a}{R} \ll 1$, $v_d \ll v_l$, v_l и поэтому полная скорость электронов $v = (v_l^2 + v_t^2)^{1/2}$ в рассматриваемом случае адиабати-

ческой неоднородности. Кроме того, азимутальный дрейф в рассматриваемом нами случае не приводит к изменению действующих на электрон полей. Поэтому нас будет интересовать лишь изменение радиуса ведущего центра, который, как следует из работы [2], определяется уравнением силовой линии магнитного поля H . Распределение поля вблизи оси можно представить как

$$\begin{aligned} H_z &= H_0(z) - r^2 \frac{H_0''}{4} + \dots \approx H_0(z); \\ H_r &= -\frac{r}{2} H_0'(z) + \frac{r^3}{2^2 \cdot 4} H_0''' \approx -\frac{r}{2} H_0'(z). \end{aligned} \quad (3)$$

Таким образом, уравнение для радиуса ведущего центра электронной орбиты будет иметь вид

$$\frac{dr}{dz} = \frac{H_r}{H_z} = -\frac{r}{2} \frac{H_0'(z)}{H_0(z)}.$$

Рассмотрим $F(z) = H_0(z)/H_S^0$, где H_S^0 — синхронное значение напряженности магнитостатического поля. Теперь

$$\frac{dr}{dz} = -\frac{1}{2} r \frac{F'}{F}, \quad \text{т. е. } r = r_0 F^{-1/2}, \quad (4)$$

где r — радиус ведущего центра при $H_0(z) = H_S^0$.

Угол наклона траектории относительно оси z определится как

$$\sin \alpha \approx \alpha = \frac{dr}{dz} = -\frac{r}{2} \frac{F'}{F} \ll 1; \quad (5)$$

при этом

$$\cos \alpha = \left[1 - \left(\frac{r}{2} \frac{F'}{F} \right)^2 \right]^{1/2} \approx 1.$$

Определим теперь поля вблизи траектории ведущего центра, используя для них линейные разложения. Для магнитостатического поля получим

$$\begin{aligned} H_x^0 &= \frac{x}{r} H_r^0 = -\frac{x}{2} H_0'(z); \\ H_y^0 &= -\frac{r+y}{2} H_0'(z) - H_z \sin \alpha = -\frac{y}{2} H_0'(z); \\ H_z^0 &= H_z^0 \cos \alpha \approx H_z^0 = H_0(z). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь использовалось условие $\frac{a}{r} \ll 1$, которое всегда выполняется при слабом релятивизме (обычно $r > \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi l}{2\omega}$, $a = \frac{v_l}{\Omega}$), т. е.

$$\frac{a}{r} < \frac{2}{\pi} \frac{v_l}{c} \frac{\omega}{\Omega}.$$

Поскольку практический интерес представляют поля H -типа, рассмотрим колебания вида H_{01n} цилиндрического резонатора, имеющие аксиально-симметричную структуру. При линейном разложении по $\frac{a}{r}$ для них получим

$$\begin{aligned} E_x &= E_0 \left(S(F) + \overline{S(F)} \frac{y}{r} \right) \sin \left(\frac{n\pi z}{h} \right) \sin \omega t; \\ E_y &= -E_0 \left(S(F) \frac{x}{r} \right) \sin \left(\frac{n\pi z}{h} \right) \sin \omega t; \\ H_y &= -\alpha_1 E_0 \left(S(F) + \overline{S(F)} \frac{y}{r} \right) \cos \left(\frac{n\pi z}{h} \right) \cos \omega t. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь

$$S(F) = I_1 \left(\mu_i \frac{r}{b} \right) = I_1 \left(\mu_i \frac{r_0}{b} F^{-1/2} \right);$$

μ_i - i -й корень $I_1(x)$; $\overline{S(F)} = \overline{S(r)} = S'(r)r$; $\alpha_1 = [1 - (\lambda/\lambda_{кр})^2]^{1/2}$;

h — длина резонатора.

При записи (7) опущена составляющая H_z и соответственно член $\sin \alpha H_z$ в выражении для H_y , поскольку предполагается, что положение электронного пучка выбрано вблизи максимума первой или второй гармоники E_{\perp} и соответственно вблизи нуля соответствующей гармоники H_{\perp} . Учет H_z в общем случае, конечно, не приводит к каким-либо особенностям.

Следует отметить, что линейное приближение (относительно $\mu_i a/br$), в котором записаны уравнения (7), позволяет рассматривать взаимодействие только на 1-й и 2-й гармониках циклотронной частоты; эти случаи, однако, и представляют наибольший интерес.

Основные соотношения

Запишем слаборелятивистские уравнения движения электрона в системе координат x, y, l , связанной с траекторией ведущего центра электронной орбиты [5]:

$$\begin{aligned} \dot{v}_x &= \eta_0 E_x - \frac{\gamma_0}{c} \left(1 - \frac{\beta^2}{2} \right) (v_y H_l^0 - v_l H_y^0 - v_l H_y); \\ \dot{v}_y &= -\eta_0 E_y - \frac{\gamma_0}{c} \left(1 - \frac{\beta^2}{2} \right) (v_l H_x^0 - v_x H_l^0); \\ \dot{v}_l &= -\frac{\gamma_0}{c} \left(1 - \frac{\beta^2}{2} \right) (v_x H_y^0 + v_x H_y - v_y H_x^0); \end{aligned} \quad (8)$$

$$\eta_0 = \frac{l}{m_0}; \quad E_x, E_y, H_y, H_x^0;$$

H_y^0, H_x^0 определяются соотношением (7) и (6).

Для преобразования системы (8) к виду, удобному для расчетов, применим метод усреднения в следующей форме. В качестве v_l будем рассматривать величину, определяемую третьим уравнением системы (8) с усредненной по периоду ларморовского вращения электрона $T_l = 2\pi/\Omega$ правой частью, т. е.

$$\dot{v}_l = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\eta_0}{c} \left(1 - \frac{\beta^2}{2}\right) (v_x H_y^0 + v_x H_y - v_y H_x^0) d\Omega\tau. \quad (9)$$

Для определения эквивалентных усредненных переменных, характеризующих поперечное движение, сделаем следующие построения. Введем комплексную переменную $V = v_y - jv_x$, причем будем считать, что $\frac{V}{\Omega} = x + jy = \int V d\tau$, $\Omega = \eta_0 H_l^0/c$. Для новой переменной V с использованием двух первых уравнений системы (8) и выражений (6) запишем

$$\dot{V} - j\Omega V = \eta_0 \left(jE_x - E_y - j\frac{v_e}{c} H_y \right) + \frac{1}{2} \frac{\dot{F}}{F} V - j\Omega \frac{VV^*}{2} + \frac{v_c^2}{c^2} V. \quad (10)$$

Общее решение однородной части уравнения (10) имеет вид $V = \gamma e^{j\Omega\tau}$ (γ — комплексная постоянная интегрирования). Считая, что на интервале $0 \leq \tau \leq T_e$, Ω — изменяется незначительно вследствие адиабатичности изменения $H_l^0(t)$, можно записать

$$V(\tau) = \gamma e^{j\Omega\tau}. \quad (11)$$

Рассматривая (11) как порождающее решение, будем искать решение уравнения (10) в виде (11), считая γ комплексной переменной. Подставляя (11) в (10), получим

$$\dot{\gamma} = j \left\{ \eta_0 \left(E_x + jE_y - \frac{v_l}{c} H_y \right) - \Omega \frac{\gamma\gamma^* + v_l^2}{2c^2} V - j\frac{1}{2} \frac{\dot{F}}{F} V \right\} e^{-j\Omega\tau}.$$

Наконец, для усредненного по периоду T_l значения $\dot{\gamma}$ имеем

$$\dot{\gamma} = j \frac{\eta_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(E_x + jE_y - \frac{v_l}{c} H_y \right) e^{-j\Omega\tau} d\Omega\tau - \Omega \frac{\gamma\gamma^* + v_l^2}{2c^2} \gamma - \frac{1}{2} \frac{\dot{F}}{F} \gamma. \quad (12)$$

Из характера построения очевидно, что $VV^* = \gamma\gamma^* = v_l^2$ и, как ранее упоминалось, $x + jy = V/\Omega$. При интегрировании в уравнении (12) v_l , Ω , F , τ следует считать постоянными.

Используя выражения для ВЧ-полей (7) и производя интегрирование в (12), получим для взаимодействия на первой и второй гармониках циклотронной частоты следующие усредненные уравнения.

1. Взаимодействие на первой гармонике ($k = 1$, $\omega \approx \Omega$)

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} &= \frac{\eta_0 E_0}{2} \left\{ S(r) \sin\left(\frac{n\pi z}{h}\right) + j\beta_l \alpha_1 S(r) \cos\left(\frac{n\pi z}{h}\right) \right\} \times \\ &\times e^{j(\omega - \Omega)\tau + j\omega t_0} - j\Omega \frac{\gamma \dot{\gamma}^* + v_c^2}{2c^2} \gamma + \frac{1}{2} \frac{F}{F} \gamma; \\ \dot{v}_l &= \dot{\gamma} \frac{\alpha_1 \eta_0 E_0}{4c} S(r) (\gamma e^{-j(\omega - \Omega)\tau - j\omega t_0} - \\ &- \gamma^* e^{j(\omega - \Omega)\tau + j\omega t_0}) \cos\left(\frac{n\pi z}{h}\right) + \frac{1}{2} \frac{F}{F} (\gamma \dot{\gamma}^*) \frac{1}{v_l}. \end{aligned} \quad (13)$$

2. Взаимодействие на второй гармонике ($\omega \approx 2\Omega$)

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} &= \frac{\eta_0 E_0}{4\Omega} \left[j \left(\frac{\overline{S}(r)}{r} - \frac{S(r)}{r} \right) \gamma^* \sin\left(\frac{n\pi z}{h}\right) - \frac{\overline{S}(r)}{r} \gamma^* \beta_l \alpha_1 \times \right. \\ &\times \left. \cos\left(\frac{n\pi z}{h}\right) \right] e^{j(\omega - 2\Omega)\tau + j\omega t_0} - j\Omega \frac{\gamma \dot{\gamma}^* + v_l^2}{2c^2} \gamma + \frac{1}{2} \frac{F}{F} \gamma; \\ \dot{v}_l &= \frac{\eta_0 E_0 S(r)}{8\Omega c} \frac{\alpha_1}{r} [\gamma^2 e^{-j(\omega - 2\Omega)\tau - j\omega t_0} + \\ &+ (\gamma^*)^2 e^{j(\omega - 2\Omega)\tau + j\omega t_0}] \cos\left(\frac{n\pi z}{h}\right) - \frac{1}{2} \frac{F}{F} (\gamma \dot{\gamma}^*) \frac{1}{v_l}. \end{aligned} \quad (14)$$

Вводя безразмерные переменные

$$u + jv = \frac{\gamma}{v_l} e^{j[(\omega + k\Omega)\tau + \omega t_0]/k},$$

$\omega = v_l/v_{\parallel}$ (v_{\perp}, v_{\parallel} — начальные значения поперечной и продольной скоростей при $H_i^0 = H_s^0$), получим рабочие уравнения в следующей форме:

1. Для взаимодействия на первой гармонике ($k = 1$)

$$\begin{aligned} \omega \frac{du}{dT} &= \Pi(F) \sin\left(\frac{\pi T}{T_1}\right) + \frac{1}{2} \omega u \frac{dF}{dT} / F + v \left[-\Phi + \frac{2\mu}{\beta_{\perp}^2} \times \right. \\ &\times \left. (1 - F) + \mu (u^2 + v^2 + \omega^2 q^{-2}) F \right]; \\ \omega \frac{dv}{dT} &= \omega \alpha_1 \beta_{\parallel} \Pi(F) \cos\left(\frac{\pi T}{T_1}\right) + \frac{1}{2} \omega v \frac{dF}{dT} / F - \\ &- u \left[-\Phi + \frac{2\mu}{\beta_{\perp}^2} (1 - F) + \mu (u^2 + v^2 + \omega^2 q^{-2}) F \right]; \\ \omega \frac{d\omega}{dT} &= -\frac{1}{2} q^2 (u^2 + v^2) \frac{dF}{dT} / F - \alpha_1 \beta_{\parallel} q^2 v \cos\left(\frac{\pi T}{T_1}\right). \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь

$$T = \frac{\eta_0 E_0 S(1)}{2\omega \beta_{\perp} v_{\perp}} \frac{\omega}{c} l = A_1 \frac{\omega}{c} l = \beta_{\perp} \frac{E_0 S(1) l}{4V_{\perp}};$$

$$\Pi(F) = \frac{S(F)}{S(1)} = \frac{S(r)}{S(r_0)}; \quad T_1 = A_1 \frac{\omega}{c} \frac{h}{n}; \quad q^2 = \frac{\beta_1^2}{\beta_{\parallel}^2};$$

$$\Phi = \frac{\Omega^0 - \omega}{\omega} \frac{1}{A_1 \beta_{\parallel}}; \quad \mu = \frac{\beta_{\perp}^2 \Omega^0}{2} \frac{1}{A_1 \omega \beta_{\parallel}}; \quad \Omega^0 = \gamma_0 \frac{H_S^0}{c}.$$

2. Для взаимодействия на второй гармонике ($k=2$)

$$\begin{aligned} \omega \frac{du}{dT} &= \Pi_1(F) v \sin\left(\frac{\pi T}{T_1}\right) - \alpha_1 \beta_{\parallel} \omega v \Pi_2(F) \cos\left(\frac{\pi T}{T_1}\right) + \\ &+ \frac{1}{2} \omega u \frac{\dot{F}}{F} + v \left[-\Phi + \frac{2\mu}{\beta_{\perp}^2} (1-F) + \mu (u^2 + v^2 + \omega^2 q^{-2}) F \right]; \\ \omega \frac{dv}{dT} &= \Pi_1(F) u \sin\left(\frac{\pi T}{T_1}\right) + \alpha_1 \beta_{\parallel} v \omega \Pi_2(F) \cos\left(\frac{\pi T}{T_1}\right) + \\ &+ \frac{1}{2} \omega v \frac{\dot{F}}{F} - u \left[-\Phi + \frac{2\mu}{\beta_{\perp}^2} (1-F) + \mu (u^2 + v^2 + \omega^2 q^{-2}) F \right]; \quad (16) \\ \omega \frac{d\omega}{dT} &= -\frac{1}{2} q^2 (u^2 + v^2) \frac{dF}{dT} / F + \alpha_1 \beta_{\parallel} q^2 \Pi_2(F) (u^2 - v^2) \cos\left(\frac{\pi T}{T_1}\right). \end{aligned}$$

Здесь введены обозначения:

$T = \frac{\gamma_0 E_0 S(1)}{4\omega \beta_{\parallel} v_{\perp}} \cdot \frac{a_0}{r_0} \cdot \frac{\omega}{c} l = A_2 \frac{\omega}{c} l$, a_0 — начальный радиус ларморовской орбиты при $H_0(l) = H_S^0$; r_0 — радиус ведущего центра при том же условии;

$$S_2(1) = \overline{S(1)} - S(1) = \overline{S(r_0)} - S(r_0);$$

$$\Pi_1(F) = F^{-1/2} \frac{\overline{S(F)} - S(F)}{S_2(1)} = \frac{\overline{S(r_0 F^{-1/2})} - S(r_0 F^{-1/2})}{S_2(r_0)} F^{-1/2};$$

$$\Pi_2(F) = F^{-1/2} \frac{\overline{S(r_0 F^{-1/2})}}{S_2(r_0)} = F^{-1/2} \frac{\overline{S(F)}}{S(1)}.$$

Остальные обозначения совпадают с предыдущими при замене A_1 на A_2 .

Граничные условия к системам (15) и (16) при отсутствии предварительной модуляции электронного потока можно сформулировать следующим образом:

$$u(0) = \cos \vartheta_0, \quad v = \sin \vartheta_0, \quad \omega(0) = 1;$$

ϑ_0 — начальная фаза электрона ($\vartheta_0 = \omega t_0$).

Уравнения (15) и (16) получены методом усреднения в его простейшей форме. Применение более строгих методов, разработанных для систем с медленно меняющимися параметрами [6], приводит к тем же усредненным уравнениям. Следует заметить, что применение метода усреднения в традиционной для магнетронов форме при введении координатной переменной $R = x + jy$ приводит к ошибочным результатам: по форме уравнения совпа-

дают с полученными (13) и (14), но относятся к другой переменной

$$\alpha_0 \frac{a}{a_0} e^{j\vartheta} e^{[j(\omega - k\Omega)\tau + j\omega t_0]/k} = \gamma \text{ вместо } \gamma = v_{\perp} \frac{v_t}{v_{\perp}} e^{j\vartheta} e^{[j(\omega - k\Omega)\tau + j\omega t_0]/k}. \text{ Переход от } \bar{\rho} = \frac{a}{a_0} \text{ к } \rho = \frac{v_t}{v_{\perp}}$$

дает $\dot{\rho} = -F^{-2}F\dot{\rho} + F^{-1}\rho$, что в дальнейшем и приводит к различию уравнений. Дрейфовые же уравнения, не содержащие $\dot{\rho}$, остаются справедливыми и в данном случае. В частности, в рассматриваемом случае дрейф ведущего центра, связанный с неоднородностью ВЧ-поля (резонансным действием $k+1$ гармоники поля), для $k=1$ выражается следующими уравнениями:

$$\frac{d\bar{r}}{dT} = -\frac{a_0^2}{r_0^2} \Pi(F) F^{-1/2} v \sin\left(\frac{\pi T}{T_1}\right);$$

$$\frac{d\varphi}{dT} = -\frac{a_0^2}{r_0^2} \Pi(F) F^{-3/2} u \sin\left(\frac{\pi T}{T_1}\right), \quad \bar{r} = \frac{\tilde{r}}{r_0}.$$

Поскольку $\frac{a_0}{r_0} \propto \beta_{\perp}$ и дрейфовые эффекты имеют порядок β_{\perp}^2 по сравнению с основными, их учет в рамках проводимого анализа не имеет смысла, так как другие величины того же порядка не учитываются.

В соответствии с работой [7] «активный» и «реактивный» к. п. д. взаимодействия могут быть определены по изменению энергии электронов в нерелятивистском приближении. Мы будем рассматривать приведенный к поперечной энергии к. п. д. $\eta_{\perp} = \eta_a + j\eta_r$. При этом

$$\eta_a = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [1 - u^2 - v^2 + q^{-2}(1 - \omega^2)] d\vartheta_0,$$

соответственно

$$\frac{d\eta_a}{dT} = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} 2 \left(u \frac{du}{dT} + v \frac{dv}{dT} + q^{-2} \omega \frac{d\omega}{dT} \right) d\vartheta_0.$$

Используя систему (15) для определения $\frac{du}{dT}$, $\frac{dv}{dT}$, $\frac{d\omega}{dT}$, получим для взаимодействия на первой гармонике

$$\begin{aligned} \frac{d\eta_a}{dT} &= -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{u}{\omega} \Pi(F) \sin\left(\frac{\pi T}{T_1}\right) d\vartheta_0 = \\ &= -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\Pi(F) \sin\left(\frac{\pi T}{T_1}\right)}{\omega} \operatorname{Re}(\rho l^{j\vartheta}) d\vartheta_0, \end{aligned} \quad (17)$$

где

$$u + jv = \rho l^{j\theta}.$$

Соответственно для мнимой составляющей $\dot{\eta}_\perp$ получим

$$\begin{aligned} \frac{d\eta_r}{dT} &= -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \Pi(F) \frac{\sin\left(\frac{\pi T}{T_1}\right)}{\omega} \operatorname{Im}(\rho l^{j\theta}) d\vartheta_0 = \\ &= -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{v}{\omega} \Pi(F) \sin\left(\frac{\pi T}{T_1}\right) d\vartheta_0. \end{aligned} \quad (18)$$

Аналогичным путем, используя систему (16), найдем для взаимодействия на второй гармонике

$$\begin{aligned} \frac{d\eta_a}{dT} &= -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \Pi_1(F) \frac{\sin\left(\frac{\pi T}{T_1}\right)}{\omega} \operatorname{Re}\left[\frac{(\rho l^{j\theta})^2}{j}\right] d\vartheta_0 = \\ &= -\frac{2}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{uv}{\omega} \Pi_1(F) \sin\left(\frac{\pi T}{T_1}\right) d\vartheta_0; \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\eta_r}{dT} &= -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \Pi_1(F) \frac{\sin\left(\frac{\pi T}{T_1}\right)}{\omega} \operatorname{Im}\left[\frac{(\rho l^{j\theta})^2}{j}\right] d\vartheta_0 = \\ &= -\frac{2}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{u^2 - v^2}{2} \Pi_1(F) \sin\left(\frac{\pi T}{T_1}\right) d\vartheta_0. \end{aligned} \quad (20)$$

Как следует из вывода соотношений (17)–(20) с использованием усредненных уравнений (15) и (16), полная энергия электрона не изменяется за счет действия ВЧ-магнитного поля и при изменении магнитостатического поля, т. е. усредненные уравнения (15) и (16) в данном случае справедливы в энергетическом отношении.

Если в уравнениях (15) и (16) перейти к переменной интегрирования $\xi = \omega l/c$ и положить $A_1 = 0$ (или $A_2 = 0$), т. е. рассмотреть случай отсутствия ВЧ-полей, то следствием уравнений (15) и (16) будет известный закон сохранения адиабатического инварианта [8]: $(u^2 + v^2)/F(\xi) = \text{const}$ или с учетом того, что в рассматриваемом случае, как указывалось выше, $\omega_k = \text{const}$, $m = \text{const}$, $mv_t = p_t = \text{const}$, $\frac{3ep_t^2}{2cH(l)} = \text{const}$.

Численные результаты для простейшей оптимизированной схемы

Рассмотрим следующую схему гиромонотрона с цилиндрическим резонатором и неоднородностью магнитостатического поля заданной формы: $F(T) = 1 + a \sin^2(\pi(T - \Delta T_1)/\Delta T_2)$. Амплитуда неоднородности a может иметь положительное и отрицательное значение. Схема области взаимодействия прибора и обозначения различных его участков показаны на рис. 2. Трубочатый спирализированный электронный поток I взаимодействует на первой гармонике $k-1$ с полем H_{01z} цилиндрического резонатора II .

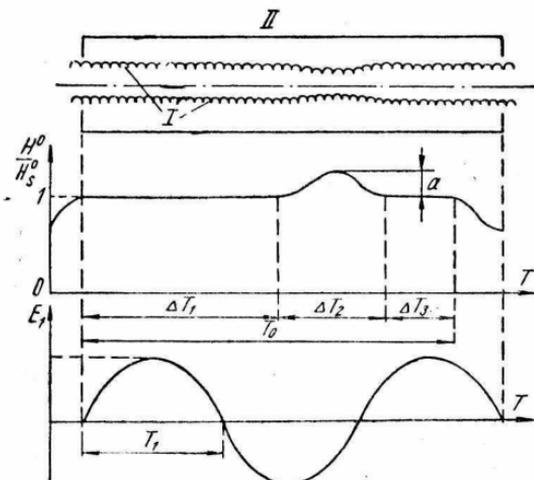


Рис. 2.

принимался в виде $F_{T > T_0} = 1 - 0,3 \sin^2(5\pi T/T_1)$ на участке $T_0, T_0 + T_1/10\pi$, затем $F(T) \equiv 0,7$.

Задача оптимизации для описанной модели гиромонотрона заключается в отыскании точки минимума семимерной целевой функции:

$$\Phi_7(\Delta T_1, \Delta T_2, \Delta T_0, T_1, \mu, \Phi, a) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [u^2 + v^2 + q^{-2} \times \\ \times (\omega^2 - 1)] d\vartheta_0,$$

где

$$u, v, \omega = f(\Delta T_1, \Delta T_2, T_0, T_1, \mu, \Phi, a, \vartheta_0)$$

определяются путем решения системы (15). При численном интегрировании по ϑ_0 использовалась формула трапеций при делении $\vartheta_{0i} = \frac{2\pi i}{N}$. Минимизация Φ_7 проводилась методом Розенброка при $N = 30$ и $h_T = 0,05$. Затем проводилось уточнение результата при $N = 100$ и $h_T = 0,025$.

Оптимизированные параметры приведенной схемы гириноотрона имеют следующие значения при $q^2 = 3$ и $\beta_{\perp} = 0,3$:

$$\begin{aligned} \Delta T_1 &= 0; & T_1 &= 1,72; & \eta_a &= 0,79; \\ \Delta T_2 &= 2,096; & \mu &= 5,538; & \eta_r &= 0,97 \cdot 10^{-4}. \\ \Delta T_3 &= 2,05; & a &= -0,1102; \\ T_0 &= 4,046; \end{aligned}$$

На рис. 3 изображена зависимость $\eta_a(T)$, определяющая энергообмен на различных участках гириноотрона. Как видно из этой зависимости, участок с неоднородным полем является формирующим для электронного сгустка.

Энергообмен здесь в результате достаточно большой расстройки имеет периодический характер.

После участка неоднородности происходит эффективный энергообмен сгруппированного электронного потока с сильным внешним полем; причем, как видно из схемы расположения полей, ВЧ-поле меняет в конце участка синхронного взаимодействия знак; электроны после перегруппировки и образования противофазного пакета отдают полю дополнительную энергию, повышая общий к. п. д. взаимодействия.

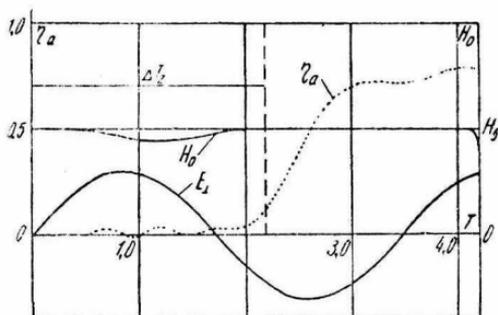


Рис. 3.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Кураев, В. А. Степухович, В. А. Жураховский. Письма в ЖЭТФ, т. II, 1970.
2. С. В. Кошечая, Т. А. Грязнова, Г. Н. Рапопорт. «Изв. вузов, Радиоэлектроника», 12, № 9, 1969.
3. В. Н. Глущенко, С. В. Кошечая, В. А. Прус. «Изв. вузов, Радиоэлектроника», т. 13, № 13, 1970.
4. А. И. Морозов, Л. С. Соловьев. Вопросы теории плазмы, вып. 2, 1963.
5. А. А. Кураев. «Радиотехника и электроника», XIV, 9, 1969.
6. Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. Физматгиз, 1963.
7. Г. Н. Рапопорт, В. А. Жураховский, С. В. Кошечая, Т. А. Грязнова. «Изв. вузов, Радиоэлектроника», X, 11, 1967.
8. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теория поля. Изд-во «Наука», 1967.