ИССЛЕДОВАНИЕ СЕТЧАТЫХ ЭКРАНОВ В ДИАПАЗОНЕ МЕТРОВЫХ ВОЛН

Н. В. Максименко, А. Я. Северинский

Харьков

В практике борьбы с индустриальными радиопомехами и защиты человека от электромагнитного облучения широко применяются экранирующие устройства из металлической сетки. Использование сетки обусловлено тем обстоятельством, что она обеспечивает хороший визуальный контроль за работающим оборудованием в цехе или лаборатории и упрощает организацию системы вентиляции, освещения и др.

Несмотря на имеющиеся работы [1, 3] об электромагнитных экранах, расчет экранирующих устройств из металлической сетки, работающих в волновом режиме и расположенных вблизи источников поля (электрического или магнитного диполей), в литературе освещен недостаточно. В связи с этим поставлена задача исследования указанных экранов в диапазоне метровых волн.

1. Проницаемость сферической сетки для поля магнитного диполя. Рассмотрим случай, когда источником поля является магнитный диполь. На рис. 1 показано расположение сферической сетки и магнитного диполя.

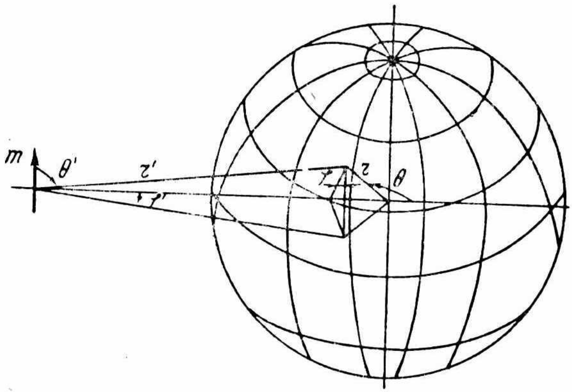

Рис. 1. Сферическая сетка и магнитный диполь.

Указанный диполь ориентирован таким образом, чтобы максимум излучения по тангенциальным компонентам поля приходился в направлении центра сетки. Поле внутри сетки находим как сумму поля диполя в свободном пространстве и вторичного поля, вызванного током в проводах сферической сетки, индуцированным полем диполя. Коэффициенты в решениях уравнений поля в сферических координатах определим при помощи граничных условий на поверхности сетки из проводов [1]. Будем считать выполненным соотношение $b \ll R$, где R — радиус сферы; b — длина стороны ячейки сферической сетки и соотношение $r_0 \ll b$, где r_0 — радиус проводов сетки.

Чтобы упростить процесс нахождения коэффициентов в решениях уравнений поля, раскладываем сначала поле диполя по собственным типам колебаний сферы, используя условия ортогональности.

Коэффициенты разложения стороннего поля по сферическим волнам находим из следующих формул [2]:

$$a_{nm} = \frac{\int\limits_0^{\pi}\int\limits_0^{2\pi} \left(\overline{E}_{\text{ст}};\ \overline{m}_{mn}\right) \sin\theta d\varphi d\theta}{\int\limits_0^{\pi}\int\limits_0^{2\pi} \left|\overline{m}_{mn}\right|^2 \sin\theta d\varphi d\theta}; \tag{1}$$

$$b_{nm}=\frac{\int\limits_0^{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\left(\bar{E}_{\text{ст}};\ \bar{n}_{mn}\right)\sin\theta d\varphi d\theta}{\int\limits_0^{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\left|\bar{n}_{mn}\right|^2\sin\theta d\varphi d\theta},\tag{2}$$

где $\bar{E}_{\text{ст}}$ — стороннее поле; $\bar{m}_{mn}$ — поле TE_{mn}-сферической волны; $\bar{n}_{mn}$ — поле TH_{mn}-сферической волны.

Уравнения для TE- и TH-сферических волн следующие:

$$\bar{m}_{mn}=\mp\frac{m}{\sin\theta}z_n(kr)P_n^m(\cos\theta)\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}m\varphi\bar{\theta}-$$

$$-z_n(kr)\left\{\frac{\partial}{\partial\theta}\left[P_n^m(\cos\theta)\right]\right\}\genfrac{}{}{0pt}{}{\cos}{\sin}m\varphi\bar{\varphi};\tag{3}$$

$$\bar{n}_{mn}=\frac{n(n+1)}{kr}z_n(kr)P_n^m(\cos\theta)\genfrac{}{}{0pt}{}{\cos}{\sin}m\varphi\bar{r}+$$

$$+\frac{1}{kr}\left\{\frac{\partial}{\partial r}\left[rz_n(kr)\right]\right\}\left\{\frac{\partial}{\partial\theta}\left[P_n^m(\cos\theta)\right]\right\}\genfrac{}{}{0pt}{}{\cos}{\sin}m\varphi\bar{\theta}\mp$$

$$\mp\frac{m}{kr\sin\theta}\left\{\frac{\partial}{\partial r}\left[rz_n(kr)\right]\right\}P_n^m(\cos\theta)\genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos}m\varphi\bar{\varphi},\tag{4}$$

где $m=0,\ 1,\ 2\ldots;\ n=0,\ 1,\ 2\ldots;$

$$z_n(kr)=\sqrt{\frac{\pi}{2kr}}Z_{n+\frac{1}{2}}(kr),\tag{5}$$

где

$$Z_{n+\frac{1}{2}}(kr)=B_nI_{n+\frac{1}{2}}(kr)+A_nH^{(2)}_{n+\frac{1}{2}}(kr).$$

Здесь $I_{n+\frac{1}{2}}$ — функция Бесселя; $H_{n+\frac{1}{2}}$ — функция Ханкеля второго рода; P_n^m — присоединенный полином Лежандра; $\bar{\theta}$, $\bar{r}$, $\bar{\varphi}$ — орты соответствующих осей координат.

В выбранной системе координат (рис. 1) электрическое поле магнитного диполя [2]

$$E_{\varphi'}=\frac{k^2}{4\pi}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\left[\frac{1}{2'}+\frac{i}{k(r')^2}\right]\sin\theta'\left|\bar{m}\right|e^{-i(\omega t-kr')}.\tag{6}$$

Однако, чтобы определить a_{nm} и b_{nm}, необходимо выразить это поле в системе координат r, θ, φ.

Пользуясь уравнениями аналитической геометрии, выражаем координаты r', θ', φ' через r, θ, φ:

$$r'=N\sqrt{1+a^2+2a\cos\theta};\tag{7}$$

$$\cos\theta'=\frac{a\sin\theta\cos\varphi}{\sqrt{1+a^2+2a\cos\theta}};\tag{8}$$

$$\sin\varphi' = \frac{a\sin\theta\sin\varphi}{\sqrt{1+a^2(1-\sin^2\theta\cos^2\varphi)+2a\cos\theta}}; \tag{9}$$

где $a = \frac{r}{N}$.

$$\tag{10}$$

В числителях (1) и (2) под знаками интегралов стоят скалярные произведения $\overline{E}_{\text{ст}}$ и векторов сферических волн. Для нахождения этого произведения спроектируем векторы сферических волн на вектор $\overline{E}_{\text{ст}}$ и перемножим $E_{\text{ст}}$ и проекции этих векторов соответственно.

Подставляя (7) и (8) в (6), затем (6) в (1) и (2), а также учитывая соотношения [2]

$$\frac{\partial P_n^1(\cos\theta)}{\partial\theta} = n(n+1)P_n(\cos\theta) - (\operatorname{ctg}\theta)P_n^1(\cos\theta); \tag{11}$$

$$(\cos\theta)P_n(\cos\theta) = \frac{(n+1)P_{n+1}(\cos\theta)+nP_{n-1}(\cos\theta)}{2n+1}; \tag{12}$$

$$(\sin\theta)P_n^1(\cos\theta) = \frac{n(n+1)P_{n-1}(\cos\theta)-n(n+1)P_{n+1}(\cos\theta)}{2n+1}; \tag{13}$$

$$j_n(kr) = \frac{i^{-n}}{2}\int_0^{\pi} e^{ikr\cos\theta}P_n(\cos\theta)\sin\theta d\theta \tag{14}$$

при условии

$$a^2 \ll 1, \tag{15}$$

получаем

$$m = 1, \tag{16}$$

$$n \geqslant 1. \tag{17}$$

Зависимость поля волны n_{1n} от φ берется по нижней строке в (4), а волны m_{1n} — по нижней строке в (3).

$$I_1 = -\frac{k^2|\overline{m}|}{2N}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}e^{-i(\omega t-kN)}z_n(kr)\Bigg\{\left(1+\frac{i}{kN}\right)\Bigg[n(n+1)i^n j_n(kr) +$$
$$+ a\left(\frac{n(n+1)}{2n+1}i^{n-1}j_{n-1}(kr) - \frac{n(n+1)}{2n+1}i^{n+1}j_{n+1}(kr) +\right.$$
$$\left.+\frac{n(n+1)^2}{2n+1}i^{n+1}j_{n+1}(kr) + \frac{n^2(n+1)}{2n+1}i^{n-1}j_{n-1}(kr)\right)\Bigg] -$$
$$-a\left(2+\frac{3i}{kN}\right)\Bigg[\frac{n(n+1)^2}{2n+1}i^{n+1}j_{n+1}(kr) + \frac{n^2(n+1)}{2n+1}i^{n-1}j_{n-1}(kr) +$$
$$+a\left(\frac{n^2(n+1)}{4n^2-1}i^n j_n(kr) + \frac{n(n^2-1)}{(2n+1)(2n-3)}i^{n-2}j_{n-2}(kr) -\right.$$
$$-\frac{n(n+1)(n+2)}{(2n+1)(2n+3)}i^{n+2}j_{n+2}(kr) - \frac{n(n+1)^2}{(2n+1)(2n+3)}i^n j_n(kr) +$$
$$+\frac{n(n+1)^3(n+2)}{(2n+1)(2n+3)}i^{n+2}j_{n+2}(kr) + \frac{n(n+1)^3}{(2n+1)(2n+3)}i^n j_n(kr) +$$
$$\left.+\frac{n^3(n+1)}{4n^2-1}i^n j_n(kr) + \frac{n^2(n^2-1)}{4n^2-1}i^{n-2}j_{n-2}(kr)\right)\Bigg]\Bigg\}; \tag{18}$$

$$I_2 = \frac{k|\overline{m}|}{2rN}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\, e^{-i(\omega t - kN)}\left\{\left(1+\frac{i}{kN}\right)\left[z_n(kr)\frac{n^2(n+1)^2}{2n+1}\times\right.\right.$$

$$\times\left(i^{n+1}j_{n+1}(kr) - i^{n-1}j_{n-1}(kr)\right) + \frac{\partial}{\partial r}[rz_n(kr)]\left\{[ni^{n+1}j_{n+1}(kr) +\right.$$

$$\left.\left.+ (n+1)\, i^{n-1}j_{n-1}(kr)]\frac{n(n+1)}{2n+1} + an(n+1)\, i^n j_n(kr)\right]\right\} -$$

$$-a\left(2+\frac{3i}{kN}\right)\left[z_n(kr)\frac{n^2(n+1)^2}{2n+1}\left[\frac{n}{2n-1}i^n j_n(kr) + \frac{n-1}{2n-1}i^{n-2}j_{n-2}(kr) -\right.\right.$$

$$\left. - \frac{n+2}{2n+3}i^{n+2}j_{n+2}(kr) + \frac{n+1}{2n+3}i^n j_n(kr)\right] + \frac{\partial}{\partial r}[rz_n(kr)]\times$$

$$\times\left\{\frac{n(n+1)}{2n+1}\left[\frac{n(n+2)}{2n+3}i^{n+2}j_{n+2}(kr) + \frac{n(n+1)}{2n+3}i^n j_n(kr) +\right.\right.$$

$$\left. + \frac{n(n+1)}{2n-1}i^n j_n(kr) + \frac{n^2-1}{2n-1}i^{n-2}j_{n-2}(kr)\right] +$$

$$\left.\left.\left. + an(n+1)\left[\frac{n+1}{2n+1}i^{n+1}j_{n+1}(kr) + \frac{n}{2n+1}i^{n-1}j_{n-1}(kr)\right]\right\}\right]\right\}, \tag{19}$$

где I_1 и I_2 — числители в уравнениях (1) и (2) соответственно, а

$$j_n(kR) = \sqrt{\frac{\pi}{2kR}}\, I_{n+\frac{1}{2}}(kR).$$

Знаменатели в (1), (2) равны [2]:

$$\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}|\overline{m}_{1n}|^2\sin\theta\, d\varphi\, d\theta = \frac{2\pi}{2n+1}n^2(n+1)^2[z_n(kr)]^2; \tag{20}$$

$$\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}|\overline{n}_{1n}|^2\sin\theta\, d\varphi\, d\theta = \frac{2\pi}{(2n+1)^2}n^2(n+1)^2\{(n+1)[z_{n-1}(kr)]^2 +$$

$$+ n[z_{n+1}(kr)]^2\}. \tag{21}$$

Подставляя (18) и (20) в (1), а (19) и (21) в (2), получаем выражения для коэффициентов разложения $\overline{E}_{\text{ст}}$ по сферическим волнам.

Коэффициенты прохождения этих волн сквозь сферический сетчатый экран находим из граничных условий на поверхности сетки [1, 3]

$$E_\varphi^{\mathrm{I}} = E_\varphi^{\mathrm{II}};\quad E_\theta^{\mathrm{I}} = E_\theta^{\mathrm{II}};$$

$$E_{\varphi\text{ст}} + E_\varphi^{\mathrm{I}} = \frac{ib\rho}{\lambda}\left(\ln\frac{b}{2\pi r_0}\right)\left[(1+F)\, j_\varphi +\right.$$

$$\left. + \frac{1}{k^2(2+\chi)}\frac{\partial}{\partial l_\varphi}(\operatorname{div}\overline{j} + \chi\operatorname{div}\overline{j}_\varphi)\right]; \tag{22}$$

$$E_{\theta\text{ст}} + E_\theta^{\text{I}} = \frac{ib\rho}{\lambda}\left(\ln\frac{b}{2\pi r_0}\right)\Bigg[(1+F)\,j_\theta +$$

$$+\frac{1}{k^2(2+\chi)}\frac{\partial}{\partial l_\theta}\left(\operatorname{div}\bar{j} + \chi\operatorname{div} j_\theta\right)\Bigg],$$

где E_φ^{I}; E_φ^{II}; E_θ^{I}; E_θ^{II} — составляющие вторичного поля с внешней (I) и внутренней (II) сторон сетки; b — длина стороны квадрата ячейки сетки; ρ — волновое сопротивление среды, в которой происходит волновой процесс; λ — длина волны в среде;

$$F = \frac{(1-i)\sqrt{\mu c}}{\left(\ln\frac{b}{2\pi r_0}\right)2r_0\sqrt{2\pi\omega\sigma}}$$

для сильного скинэффекта; μ — магнитная проницаемость материала сетки; σ — проводимость материала сетки;

$$\bar{j} = H_\varphi\bar{\theta} - H_\theta\bar{\varphi};$$

χ — коэффициент, характеризующий контакт в узлах сетки; для запаянной сетки $\chi = 0$;

$$k = \frac{2\pi}{\lambda};$$

$$\frac{\partial}{\partial l_\theta}\operatorname{div} j = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\theta}\operatorname{div}\bar{j}; \quad \operatorname{div} j_\theta = \frac{1}{2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(j_\theta\sin\theta\right);$$

$$\frac{\partial}{\partial l_\varphi}\operatorname{div} j = \frac{1}{2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi}\operatorname{div}\bar{j}; \quad \operatorname{div} j_\varphi = \frac{1}{2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi}j_\varphi;$$

$$\operatorname{div}\bar{j} = \frac{1}{2\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}(j_\theta\sin\theta) + \frac{\partial\bar{j}_\varphi}{\partial\varphi}\right].$$

Для полей E^{I} и E^{II} соблюдаются условия излучения, поэтому в (3) и (4) для $E^{\text{I}} - B_n = 0$, а для $E^{\text{II}} - A_n = 0$.

Подставляя $\bar{E}_{\text{ст}}$, выраженное через суперпозицию сферических волн, в (22) и используя (3), получаем

а) для случая $\chi = 0$:

$$\frac{1}{B_n^{TE}} = \frac{\frac{b}{\lambda k}\left(\ln\frac{b}{2\pi r_0}\right)(1+F)}{a_n kR z_n(kR)}\frac{\partial}{\partial r}\left\{\sqrt{kr}\left[\frac{I_{n+\frac{1}{2}}(kR)}{H^{(2)}_{n+\frac{1}{2}}(kR)}H^{(2)}_{n+\frac{1}{2}}(kr) -\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. - I_{n+\frac{1}{2}}(kr)\right]\right\}\right|_{r=R} - \frac{\sqrt{kR}\,I_{n+\frac{1}{2}}(kR)}{a_n kR z_n(kR)}; \qquad (23)$$

$$A_n^{TE} = B_n^{TE}\frac{I_{n+\frac{1}{2}}(kR)}{H^{(2)}_{n+\frac{1}{2}}(kR)}; \qquad (24)$$

$$\frac{1}{B_n^{TH}} = \frac{-\frac{b}{\lambda k}\left(\ln\frac{b}{2\pi r_0}\right)(1+F)\sqrt{kR}\left[1-\frac{n(n+1)}{2k^2R^2}\right]}{\frac{b_n}{k}\frac{\partial}{\partial r}\left[rz_n(kr)\right]\Big|_{r=R}} \times$$

$$\times\left[\frac{\frac{\partial}{\partial r}\left[\sqrt{kr}\,I_{n+\frac{1}{2}}(kr)\right]}{\frac{\partial}{\partial r}\left[\sqrt{kr}\,H^{(2)}_{n+\frac{1}{2}}(kr)\right]}\Bigg|_{r=R} H^{(2)}_{n+\frac{1}{2}}(kR) - I_{n+\frac{1}{2}}(kR)\right] -$$

$$-\frac{\frac{1}{k^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[\sqrt{kr}\,I_{n+\frac{1}{2}}(kr)\right]\Big|_{r=R}}{\frac{b_n}{k}\frac{\partial}{\partial r}\left[rz_n(kr)\right]\Big|_{r=R}}; \tag{25}$$

$$A_n^{TH} = B_n^{TH}\frac{\frac{\partial}{\partial r}\left[\sqrt{kr}\,I_{n+\frac{1}{2}}(kr)\right]}{\frac{\partial}{\partial r}\left[\sqrt{kr}\,H^{(2)}_{n+\frac{1}{2}}(kr)\right]}\Bigg|_{r=R}; \tag{26}$$

б) для случая $\chi \neq 0$,

магнитные и электрические волны становятся связанными, а потому коэффициенты A_n и B_n определяются из системы уравнений с бесконечным числом неизвестных. Этот случай далее не рассматривается. Находим поле внутри сетки:

$$\overline{E}_{\text{внутр}} = \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n + B_n^{TE}\right)\overline{m}_{1n} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(b_n + B_n^{TH}\right)\overline{n}_{1n}. \tag{27}$$

Коэффициент эффективности экранирования

$$K_э = \frac{\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\overline{m}_{1n} + b_n\overline{n}_{1n}\right)}{\sum_{n=1}^{\infty}\left[\left(a_n + B_n^{TE}\right)\overline{m}_{1n} + \left(b_n + B_n^{TH}\right)\overline{n}_{1n}\right]} = \frac{\overline{E}_{\text{ст}}}{\overline{E}_{\text{внутр}}}. \tag{28}$$

В формулах (1), (2), (23) и (25) для внутреннего пространства в качестве функции z_n следует брать только функцию Бесселя, так как только она в этом пространстве отвечает условиям излучения.

2. Проницаемость сферической сетки для электрического диполя

Действуя как и в предыдущем случае, находим коэффициенты разложения a'_n и b'_n поля электрического диполя по сферическим волнам, а затем $K_э$ по (28), заменяя a_n и b_n на a'_n и b'_n соответственно.

Сравнивая магнитное поле электрического диполя [2]

$$H_\varphi = -\frac{\omega k}{4\pi}\left[\frac{1}{r'} + \frac{i}{k(r')^2}\right](\sin\theta')\,|\bar{p}|\,e^{-i(\omega t - kr')}$$

с электрическим полем магнитного диполя (6), видим, что они отличаются только коэффициентом. Сравнивая электрические и магнитные поля сферических волн [2], находим, что уравнения (3) и (4) могут определять TH- и TE-волны применительно к магнитному полю, поэтому можно записать

$$a_n' = -\frac{1}{\mu}\frac{|\bar{p}|}{|\bar{m}|}b_n; \quad b_n' = -\frac{1}{\mu}\frac{|\bar{p}|}{|\bar{m}|}a_n.$$

Для проверки полученных результатов был измерен $K_э$ в центре сферы, результаты измерений сопоставлены с расчетом.

Расчетная формула для $K_э$ $(r = 0)$ упрощается по сравнению с (28), так как при $r = 0$ существует только волна n_{11}. В этом случае путем несложных преобразований, учитывая рекуррентные соотношения для функций Бесселя, можно получить для больших $K_э$

$$K_э' = \frac{2j_1(kR) - kRj_2(kR)}{\frac{b}{\lambda}\left(\ln\frac{b}{2\pi r_0}\right)(1 + F)\left(kR - \frac{1}{kR}\right)} \times$$

$$\times\left\{\frac{[2j_1(kR) - kRj_2(kR)]\,[j_1(kR) - ij_{-1}(kR)]}{2j_1(kR) - kRj_2(kR) + ij_{-1}(kR) + ikRj_{-0}(kR)} - j_1(kR)\right\}^{-1} \quad (29)$$

в случае малых $K_э'$: $K_э \approx 1$. Из (29) видно, что при $2j_1(kR) - kRj_2(kR) = 0$, что соответствует условиям резонансов волны n_{11q} — $K_э = 1$. В случае $kR \ll 1$ легко показать, что

$$K_э \to \frac{2}{3}\frac{2\pi R}{b(1 + F)\ln\frac{b}{2\pi r_0}}.$$

Это совпадает с ранее полученными результатами [4].

Расчет $K_э'$ по (29) был проведен на ЭЦВМ (рис. 2). Установлено, что существует большой максимум $K_э'$ перед первым резонансом ($K_э = 1$); величина $K_э'$ в максимуме может в сотни раз превышать среднее значение. В точке максимума $\pi D = \lambda$, что соответствует максимуму наведенного тока, а следовательно, максимуму $K_э'$.

Измерение $K_э'$ было проведено для сетчатого куба с размерами $500 \times 500 \times 500$, $b = 20$, $r_0 = 0{,}5$. Материал сетки — сталь. Сравнение с расчетными данными проводилось методом замены кубического экрана равновеликим по объему сферическим, относительная магнитная проницаемость стали принималась равной 100 (выражение (29) слабо зависит от μ).

Результаты эксперимента и расчетные данные помещены на рис. 3. Из рисунка видно, что результаты эксперимента хорошо согласуются с расчетными данными. Смещение минимума $K_э$ объясняется различием резонансных частот равновеликих куба и шара, а также влиянием экрана измерительной антенны.

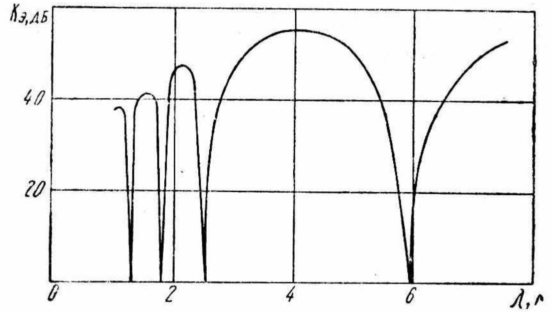

Рис. 2. Зависимость коэффициента экранирования от длины волны ($R = 2{,}6$ *м*; $b = 20$ *мм*; $r_0 = 0{,}5$ *мм*, материал сетки — сталь).

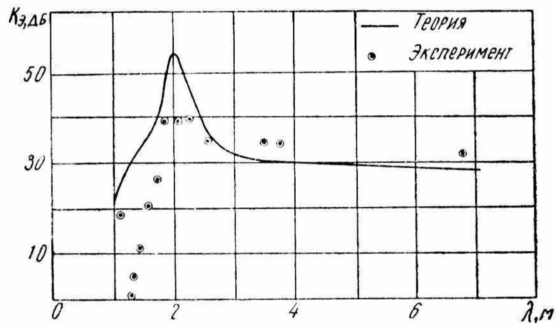

Рис. 3. Сравнение расчетных и экспериментальных данных.

Расчет эффективности сетчатого сферического экрана показал, что в области квазистационарного поля коэффициент экранирования с частотой почти не меняется и пропорционален радиусу экрана [4], в волновой области при некоторых (резонансных) частотах отсутствует экранирующуй эффект, но в так называемом электромагнитном режиме перед первым минимумом $K_э$ существует очень большой максимум $K_э$ при $\pi D = \lambda$, что объясняется максимумом наведенного тока вследствие резонансного уменьшения импеданса сетчатой поверхности. $K_э$ слабо зависит от магнитной проницаемости и проводимости материала сетки, но сильно от размеров экрана и ячейки сетки.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. И. Конторович. Об усредненных граничных условиях на поверхности сетки с квадратными ячейками. «Радиотехника и электроника», 1963, № 9.
2. Дж. А. Стреттон. Теория электромагнетизма. Гостехиздат, 1948.
3. М. Н. Спирина. Применение приближенных граничных условий на сетчатых поверхностях для нахождения коэффициента отражения и проницаемости некоторых сетчатых экранов. Труды ЛПИ, вып. 255, 1965.
4. М. И. Конторович. Об экранирующем действии замкнутых сеток. ЖТФ, т. 9, № 24, 1939.