

ИССЛЕДОВАНИЕ ОГРАНИЧЕННОЙ ГРЕБЕНКИ В ВОЛНОВОДЕ

В. П. Дзыган, В. В. Старостенко, А. Г. Шейн

Харьков

Одним из основных типов замедляющих систем, используемых в электронных приборах СВЧ, является система типа штыревой гребенки (рис. 1).

Наиболее полный расчет такой замедляющей системы приведен в работе Е. С. Коваленко*, где рассмотрена дисперсия в основной полосе пропускания. Данная работа посвящена исследованию основных характеристик ограниченной гребенки в волноводе в высших полосах пропускания.

В силу симметрии системы полный спектр волн разбивается на независимые группы симметричных и антисимметричных волн относительно плоскости $z = 0$. Симметричные волны, в частности LEM -волна, определяют основную полосу пропускания. Для анализа ближайших высших полос необходимо рассмотреть спектр антисимметричных LE -волн, которые можно

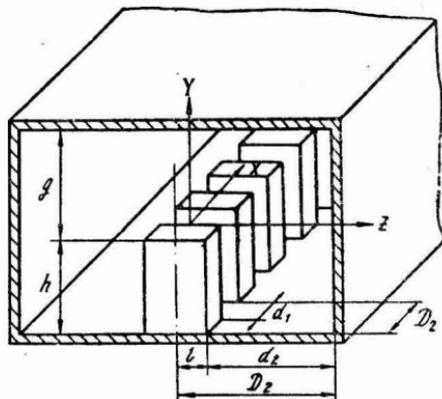


Рис. 1. Штыревая гребенка.

* Е. С. Коваленко, В. С. Коваленко. К теории замедляющей системы квантового усилителя. «Радиотехника и электроника», VIII, 8, 1963.

определить при помощи y -составляющей магнитного вектора Герца $\vec{\Pi}'$

$$\Pi'_m = G(x, z) e^{-i\gamma y}, \quad (1)$$

удовлетворяющей уравнению

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} + (k^2 - \gamma^2) G = 0 \quad (2)$$

с граничными условиями на металле

$$\frac{\partial G}{\partial n} = 0 \quad (3)$$

и условию антисимметрии

$$\left. \frac{\partial G}{\partial z} \right|_{z=0} = 0. \quad (4)$$

Решение уравнения (2) с учетом условий (3) и (4) в области I ($0 \leq x \leq d_1$ и $|z| \leq l$) имеет вид

$$G = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \frac{\cos \sqrt{g^2 - \left(\frac{\pi n}{d_1}\right)^2} z}{\sqrt{g^2 - \left(\frac{\pi n}{d_1}\right)^2} d_1 \sin \sqrt{g^2 - \left(\frac{\pi n}{d_1}\right)^2} l} \cos \frac{\pi n}{d_1} x \quad (5)$$

и в области II ($l \leq z \leq D_2$; $-\infty \leq x \leq \infty$)

$$G = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{\cos \sqrt{g^2 - \beta_s^2} (D_2 - z)}{\sqrt{g^2 - \beta_s^2} D_1 \sin \sqrt{g^2 - \beta_s^2} d_2} e^{-i\beta_s \left(x - \frac{d_1}{2}\right)}, \quad (6)$$

где

$$\beta_s = \beta_0 + \frac{2\pi s}{D_1}; \quad \beta_0 = \frac{\psi}{D_1}; \quad g^2 = k^2 - \gamma^2.$$

Приравнявая тангенциальные составляющие векторов электрического и магнитного полей на границе $z = l$, разложим получившиеся функциональные соотношения в ряды Фурье по $\exp(j\beta_s x)$ и $\cos \frac{\pi n}{d_1} x$ для \vec{E}_τ и \vec{H}_τ соответственно и, сравнивая коэффициенты Фурье, перейдем к бесконечным системам уравнений.

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{d_1}{D_1}; \quad \eta = \frac{d_2}{D_1}; \quad \zeta = \frac{l}{d_1}; \\ \psi_s &= \psi + 2\pi s; \quad \theta_s^2 = (g^2 - \beta_s^2) D_1^2; \\ \theta_n^2 &= \left[g^2 - \left(\frac{\pi n}{d_1}\right)^2 \right] d_1^2; \quad \theta = g D_1. \end{aligned}$$

Тогда система уравнений относительно A_n , B_s и θ принимает вид

$$B_s = \sum_{n=0}^{\infty} A_n a_{sn};$$

$$\frac{\text{ctg } \theta_n \zeta}{\theta_a} A_n = \sum_{s=-\infty}^{\infty} B_s \frac{\text{ctg } \theta_s \eta}{\theta_s} a_{sn}, \quad (7)$$

где

$$a_{sn} = \frac{2\psi_s \xi}{\psi_s^2 \xi^2 - \pi^2 n^2} \sin \frac{\psi_s \xi \mp \pi n}{2}.$$

Предполагая, что в области штырей распространяется только первая из спектра антисимметричных волн, а именно LE_0 -волна, полное поле в области $y < 0$ можно записать в виде

$$\Pi_m^i = A_0 \frac{\sin \gamma (y \mp h)}{k \sin \gamma h}. \quad (8)$$

Поле над штырями при $y > 0$ можно также задать y -составляющей магнитного вектора Герца

$$\Pi_m^e = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} B_{ml} \frac{\sin \kappa_{ml} (y - g)}{\sin \kappa_{ml} g} U_{ml}, \quad (9)$$

где «поперечные» собственные функции определяются как

$$U_{ml} = \cos \nu_m (D_2 - z) e^{-j\beta_s x};$$

$$\kappa_{ml}^2 = k^2 - \beta_l^2 - \frac{\nu_m^2}{D_1^2}; \quad \nu_m = (2m - 1) \frac{\pi}{2r};$$

$$r = \frac{D_2}{D_1}.$$

Сошьем на границе при $y = 0$ тангенциальные составляющие электрического поля \vec{E}

$$-jk \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} B_{ml} \text{rot} (U_{ml} \vec{y}_0) = \begin{cases} 0 & \text{на штыре} \\ jA_1 \text{rot} (G \vec{y}_0) & \text{вне штыря} \end{cases} \quad (10)$$

и, воспользовавшись соотношением ортогональности векторных функций $\text{rot} (U_{ml} \vec{y}_0)$, получим

$$B_{ml} = -A_0 \frac{(k^2 - \gamma^2) \iint_s G U_{ml}^* ds}{k (k^2 - \kappa_{ml}^2) D_1 D_2}. \quad (11)$$

Условию непрерывности вектора \vec{H}_τ на границе, т. е.

$$\vec{H}_\tau^e = \vec{H}_\tau^i \text{ вне штыря,} \quad (12)$$

где

$$\vec{H}_z^e = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} B_{ml} \chi_{ml} \operatorname{ctg} \chi_{ml} g \operatorname{grad} U_{ml},$$

$$\vec{H}_z^i = \frac{\gamma}{k} A_0 \operatorname{ctg} \gamma h \operatorname{grad} G,$$

при учете только одной антисимметричной волны в области штырей точно удовлетворить нельзя. Поэтому, воспользовавшись условием непрерывности потока энергии через границу $y=0$,

после умножения (12) векторно на \vec{E}_z^i и интегрирования составляющих полученных произведений, определяющих поток энергии вдоль ОУ, по поверхности, свободной от штырей, с учетом (11) приходим к следующему дисперсионному уравнению для антисимметричных волн в замедляющей системе:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{\chi_{ml} \operatorname{ctg} \chi_{ml} g \left| \iint_s G U_{ml}^* ds \right|^2}{(k^2 - \chi_{ml}^2) D_1 D_2} = - \frac{\gamma}{k^2 - \gamma^2} \operatorname{ctg} \gamma h \iint_s G G^* ds, \quad (13)$$

которое после введения обозначений

$$k D_1 = \varphi; \quad \frac{h}{D_1} = t; \quad \frac{g}{D_1} = \Lambda;$$

$$\omega_{ml}^2 = \psi_l^2 + \nu_m^2$$

приобретает вид

$$\frac{V_{\varphi^2 - \theta^2} \operatorname{ctg} V_{\varphi^2 - \theta^2} t}{\theta^2 D_1^2 M_c(\psi)} + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{V_{\varphi^2 - \omega_{ml}^2} \operatorname{ctg} V_{\varphi^2 - \omega_{ml}^2} \Lambda}{\omega_{ml}^2 r D_1^4 |M_{ml}|^2} = 0. \quad (14)$$

Здесь

$$\frac{1}{M_c(\psi)} = \iint_s G G^* ds =$$

$$= \frac{D_1^2}{2} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} A_n \delta_n \xi^2 \frac{2\theta_n \zeta \mp \sin 2\theta_n \zeta}{\theta_n^2 \sin^2 \theta_n \zeta} + \sum_{s=-\infty}^{\infty} B_s^2 \frac{2\theta_s \eta \mp \sin 2\theta_s \eta}{\theta_s^2 \sin^2 \theta_s \eta} \right\}; \quad (15)$$

$$\frac{1}{|M_{ml}|} = \left| \iint_s G U_{ml}^* ds \right| =$$

$$= 2D_1^2 \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} A_n \xi^2 \frac{\cos \nu_{ml} \eta \mp \frac{\nu_m \xi [\cos \theta_n \zeta \sin \nu_m \eta \mp (-1)^n]}{\theta_n \sin \theta_n \zeta}}{\theta_n^2 - \nu_m^2 \xi^2} + \right.$$

$$\left. + B_l \frac{\frac{\nu_m}{\theta_l} \operatorname{ctg} \theta_l \eta \sin \nu_m \eta \mp \cos \nu_m \eta}{\theta_l^2 - \nu_m^2} \right\}. \quad (16)$$

Численный расчет характеристик данной системы может быть выполнен по этапам. Приравнявая определитель (7) нулю, получаем уравнение для определения θ . Решив полученное уравнение, находим амплитуды пространственных гармоник B_s и нормированные амплитуды высших типов волн между штырями $\frac{A_n}{A_0}$,

с помощью которых вычисляются интегралы $\frac{1}{M_l(\psi)}$ и $\frac{1}{|M_{ml}|}$, после чего может быть решено дисперсионное уравнение (14). Из соотношения (11), положив $A_0 = 1$, определяются амплитуды пространственных гармоник над штырями.

Аналогично проводится расчет всех характеристик для высших полос пропускания LEM -волн в замедляющей системе.

Для исследования влияния различных геометрических размеров штыревой гребенки в волноводе на дисперсию и амплитудный спектр пространственных гармоник производился расчет по описанной выше схеме на ЭВМ М-20. Некоторые результаты расчета обсуждаются ниже.

На рис. 2 приведены кривые дисперсии, соответствующие различной ширине штырей $l = 1, 3, 5, 7$. На данном и последующих рисунках можно видеть пересечение дисперсионных кривых волн различных типов, что, безусловно, связано с предположением ополной симметрии замедляющей системы относительно плоскости $z = 0$. В такой системе типы волн LEM и LE_0 оказываются независимыми и возбуждать поле над штырями может лишь одна из них. При наличии в системе некоторой асимметрии наблюдается взаимодействие этих типов волн; пересечение кривых исчезает, а на этом месте появляется разрыв дисперсионных кривых. Как видно из рис. 2, влияние ширины штырей слабо сказывается на поведении полос пропускания, соответствующих LEM -волнам, за исключением положения длинноволновых отсечек, по величине примерно равных критической длине волны соответствующего Π -волновода. В то же время положение полос пропускания, соответствующих LE -волнам в системе, в наибольшей степени определяется именно этим размером, поскольку критическая длина волны для этого типа волн в многопроводной линии в основном зависит от ширины l и, ввиду наличия емкости между штырями и металлическим экраном, несколько больше $4l$ (см. рис. 2, кривые

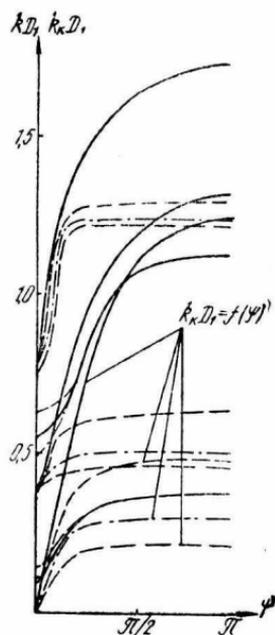


Рис. 2. Влияние параметра l на дисперсию штыревой гребенки

$$\begin{aligned} (D_2/D_1 = 8; \quad h/D_1 = 4; \\ g/D_1 = 1; \quad d_1/D_1 = 0,5; \\ \frac{\text{---}}{\text{---}} l = 1; \quad \frac{\text{---}}{\text{---}} l = 3; \\ \text{---} l = 5; \\ \text{---} l = 7). \end{aligned}$$

взаимодействие этих типов волн; пересечение кривых исчезает, а на этом месте появляется разрыв дисперсионных кривых. Как видно из рис. 2, влияние ширины штырей слабо сказывается на поведении полос пропускания, соответствующих LEM -волнам, за исключением положения длинноволновых отсечек, по величине примерно равных критической длине волны соответствующего Π -волновода. В то же время положение полос пропускания, соответствующих LE -волнам в системе, в наибольшей степени определяется именно этим размером, поскольку критическая длина волны для этого типа волн в многопроводной линии в основном зависит от ширины l и, ввиду наличия емкости между штырями и металлическим экраном, несколько больше $4l$ (см. рис. 2, кривые

$k_{\kappa} D_1 = f(\psi)$ на $\pi =$ виде). Следовательно, с увеличением ширины штырей полосы пропускания, соответствующие LE_0 -волнам, сдвигаются в сторону длинных волн, в результате чего первая из полос пропускания LE_0 -волны приближается к основной полосе пропускания замедляющей системы и при зазоре между штырем и экраном, равном 0, т. е. при переходе к диафрагмированному прямоугольному волноводу, занимает ее место, так как LEM -волна в этом случае исчезает.

Однако наиболее влияющим на дисперсию системы параметром является высота штырей (рис. 3, $h = 2, 3, 4, 5$), так как последняя определяет замедляющие свойства данной системы. Полосы пропускания пропорционально сдвигаются в сторону длинных волн при увеличении высоты штырей. Высота штырей определяет положение длинноволновых полос пропускания, соответствующих LE_0 -волнам, которые незначительно отличаются от $4h$ и $2h$ для первой и второй полос пропускания соответственно. Это связано с тем, что при нулевом сдвиге фазы на период системы $\lambda_{\kappa} = \infty$ и λ , как и для LEM -волны, определяются высотой штыря. Небольшое расхождение связано с наличием конечной емкости.

Расстояние между штырями и верхней стенкой волновода, т. е. величина пространства взаимодействия, определяющая конечную емкость, мало сказывается на дисперсии в высших полосах пропускания и незначительно изменяет дисперсию лишь в основной, наиболее длинноволновой полосе.

Небольшие изменения в поведении дисперсионных кривых вносит изменение другого расстояния, определяющего емкость между штырями и узкой боковой стенкой волновода. Это величина незначительно влияет на критическую длину волны типа LE_0 в многопроводной линии и вносит малые изменения в первых двух длинноволновых полосах

пропускания замедляющей системы.

Вид амплитудного спектра пространственных гармоник определяется характером граничных условий. Следовательно, основным параметром, определяющим вид амплитудного спектра, является густота штырей или относительное расстояние между штырями. При малых зазорах между штырями амплитудный спектр про-

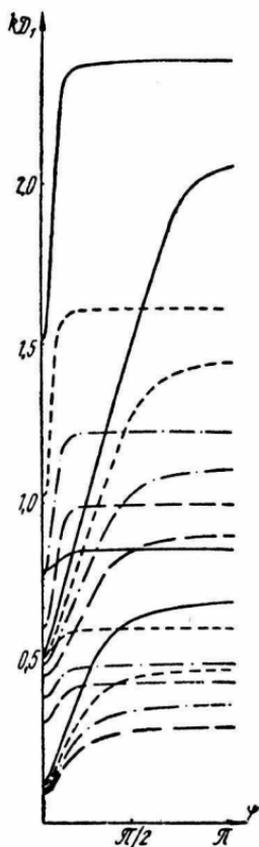


Рис. 3. Влияние высоты гребенки на дисперсионные характеристики штыревой гребенки

$(D_2/D_1 = 8; l/D_1 = 5;$
 $d_2/D_1 = 3; d_1/D_1 =$
 $= 0,5; g/D_1 = 1;$
 $--- h = 2; --- h = 3;$
 $— · — h = 4;$
 $— — — h = 5).$

пространственных гармоник выравнивается, так как должен описывать функцию, приближающуюся к δ -функции. При больших зазорах, наоборот, выделяется нулевая пространственная гармоника, так как поле на границе становится практически постоянным.

Относительная величина амплитуд пространственных гармоник с разными m (m — индекс, указывающий на количество полуволн вдоль oz) зависит от зазора между штырем и узкой боковой стенкой волновода. При большом и малом зазорах существенный вклад в поле вносят пространственные гармоники с высокими номерами, т. е. большим числом вариаций по ширине волновода.

Если рассмотреть сдвоенную штыревую гребенку, симметричную относительно плоскости $y = g$, полный спектр волн такой замедляющей системы разбивается на две независимые группы: симметричные и антисимметричные относительно плоскости симметрии $y = g$, или, иначе, на синфазные и противофазные волны.

Противофазной группе волн соответствует электрическая стенка в плоскости $y = g$, и, следовательно, эти волны совпадают с ранее рассмотренными в обыкновенной гребенке.

Для рассмотрения синфазных волн в системе необходимо в дисперсионных уравнениях (15) и (16) заменить $\text{ctg} \sqrt{\varphi^2 - \omega_{ml}^2} \Lambda$ на $\text{tg} \sqrt{\varphi^2 - \omega_{ml}^2} \Lambda$, что соответствует уменьшению влияния конечных емкостей и, следовательно, сдвигу полос пропускания синфазных волн в более длинноволновую область по сравнению с соответствующими полосами пропускания противофазных волн. Решение этих дисперсионных уравнений производится аналогичным образом. Амплитудный спектр пространственных гармоник остается прежним ввиду неизменности характера граничных условий.