

**К ВОПРОСУ О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА НАПРАВЛЕННЫХ  
ГРАФОВ ДЛЯ АНАЛИЗА ПОГРЕШНОСТЕЙ СЛОЖНЫХ  
МИКРОВОЛНОВЫХ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ**

*Д. Д. Литвинов, В. К. Киселев*

Харьков

Теоретические исследования погрешностей измерительных устройств микроволнового диапазона до сравнительно недавнего времени проводились с помощью трех основных методов — метода

эквивалентных схем, многократных отражений и метода матрицы рассеяния. Эти методы достаточно удобны и дают хорошие результаты для простых измерителей, имеющих сравнительно небольшое количество источников погрешностей. Однако при анализе более сложных систем сильно возрастают трудности математического порядка, связанные в основном с необходимостью преобразования громоздких выражений, что затрудняет, а подчас делает невозможным применение этих методов.

Поиски более совершенных путей, позволяющих достаточно легко анализировать работу сложных устройств, привели к методу направленных графов [1, 2]. Этот метод, являющийся по существу модификацией матричного, обладает рядом ценных преимуществ, к каким в первую очередь следует отнести его большую наглядность и простоту отыскания решения. Наглядность графов позволяет не только легко

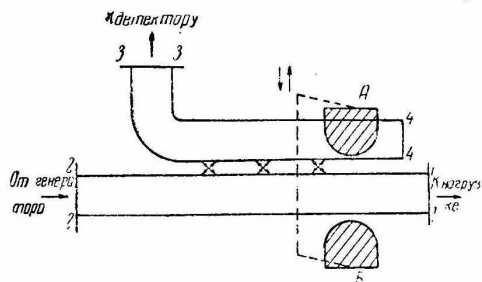


Рис. 1.

разобраться в процессах, происходящих в измерителе, но и в ряде случаев сделать физически оправданные допущения, что приводит к значительной экономии труда и времени.

В данной статье приводится способ нахождения частных погрешностей сложных измерительных устройств с использованием направленных графов. Эту методику удобно продемонстрировать на примере какого-нибудь известного устройства. В качестве такого устройства был выбран измеритель модуля коэффициента отражения, описанный в работе [4]. Выбор этого прибора обусловлен, с одной стороны, достаточной его сложностью для анализа, что позволяет продемонстрировать преимущества метода направленных графов перед другими методами, а с другой стороны, имеется возможность проверить результаты, полученные методом графов, путем сравнения с соответствующими результатами, полученными методом матрицы рассеяния.

Данный прибор представляет собой измеритель модуля коэффициента отражения мостового типа. В качестве моста здесь используется направленный ответвитель. Схема измерителя представлена на рис. 1. В основной тракт направленного ответвителя включены генератор и измеряемая нагрузка. Ответвитель ориентирован на отраженную волну. Во вторичный тракт в прямом направлении включен эталонный короткозамыкатель, в обратном — индикаторный прибор. На индикаторе производится сравнение сигналов, отраженных от эталонного короткозамыкателя и от из-

меряемой нагрузки. Этот метод, являющийся по существу модификацией матричного, обладает рядом ценных преимуществ, к каким в первую очередь следует отнести его большую наглядность и простоту отыскания решения. Наглядность графов позволяет не только легко

меряемой нагрузки; их отношение дает искомый модуль коэффициента отражения. Разделение сигналов производится с помощью коммутатора, состоящего из двух поглощающих ножей *A* и *B*, поочередно погружаемых в основной и вторичный волноводы. В зависимости от положения коммутатора различают два режима работы измерителя. В первом режиме коммутатор находится в положении, когда поглощающий нож *B* введен, а *A* — выведен. В этом случае индикатор принимает только сигнал, отраженный

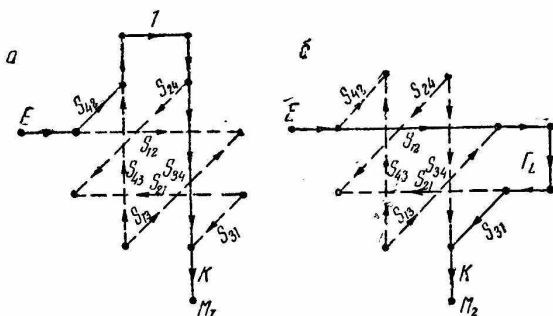


Рис. 2.

от эталонного короткозамыкателя. Во втором режиме нож *B* выведен, а нож *A* введен, и на индикатор поступает сигнал, отраженный от измеряемой нагрузки. На рис. 1 показан измеритель в момент работы во втором режиме.

Каждому режиму работы измерителя, естественно, соответствует свой направленный граф. На рис. 2 изображены граф а) — для режима I и граф б) — для режима II и введены следующие обозначения: *E* — амплитуда сигнала, поступающего от генератора;  $\Gamma_g$  — коэффициент отражения от генератора;  $\Gamma_l$  — коэффициент отражения ст измеряемой нагрузки;  $\Gamma_k$  — коэффициент отражения от эталонного короткозамыкателя;  $\Gamma_a$  — коэффициент отражения от детектора; *K* — скалярный коэффициент преобразования амплитуды волны, падающей на детектор, в показания *M* индикаторного прибора;  $\Gamma_A$  и  $\Gamma_B$  — коэффициенты отражения соответственно от поглощающих ножей *A* и *B*.

Направленный ответвитель представлен здесь в виде восьмиполюсника с матрицей рассеяния

$$\|S\| = \begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{vmatrix} \quad (1)$$

Полагаем, что восьмиполюсник взаимный, т. е.  $S_{nm} = S_{mn}$ .

Прежде чем приступить к отысканию частных погрешностей измерителя, нужно найти их источники. Находятся они довольно просто. Возможными источниками погрешностей являются любые отклонения величин коэффициентов отражения и передачи, характеризующие элементы измерителя, от их идеальных значений. Например, в нашем случае измеритель будет идеальным, если направленный ответвитель, генератор, детектор, короткозамыкатель, поглощающие ножи  $A$  и  $B$  идеальны, т. е. если

$$S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} = S_{23} = S_{14} = \Gamma_g = \Gamma_a = \Gamma_A = \Gamma_B = 0; \\ |\Gamma_k| = 1$$

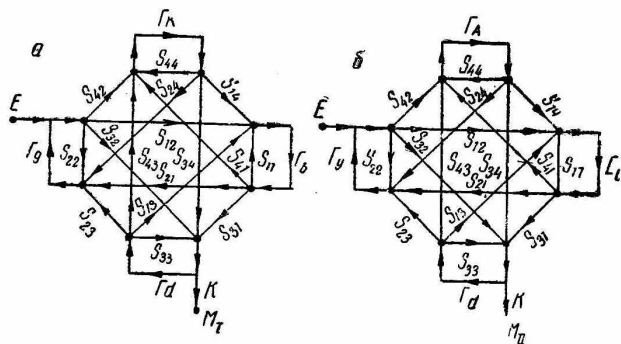


Рис. 3.

Направленные графы идеального измерителя для двух режимов изображены на рис. 3, где пунктирными линиями показаны ветви, не исчезающие при идеализации, но однако и не играющие никакой роли при решении, так как среди них нет ни одной, которая соединяла бы узел независимой переменной  $E$  с узлом искомой величины  $M$ , и ни одной, которая входила бы в какую-нибудь петлю. Поэтому их без ущерба можно исключить, что мы и сделаем в дальнейшем.

Решением графа идеального измерителя должна быть истинная величина модуля коэффициента отражения  $|\Gamma_L|$ . Убедимся в этом. Поскольку оба графа очень просты, решить их не составляет труда. Для графа «а») решение, согласно правилу некасающихся петель (см. [3]), имеет вид  $M_I = EKS_{42}S_{34}$ . Для графа «б») решение следующее:  $M_{II} = EKS_{12}S_{31}\Gamma_L$ . Отношение  $\left| \frac{M_{II}}{M_I} \right|$  должно давать искомый модуль коэффициента отражения  $|\Gamma_L|$ :

$$\left| \frac{M_{II}}{M_I} \right| = |\Gamma_L| \cdot \left| \frac{S_{12}S_{31}}{S_{42}S_{34}} \right|. \quad (2)$$

Отсюда видно, что для идеальности измерителя в нашем случае требуется еще одно условие — условие симметрии плеч моста:

$$\left| \frac{S_{12}S_{31}}{S_{42}S_{34}} \right| = 1. \quad (3)$$

Если это условие выполняется, описываемый прибор будет измерять модуль коэффициента отражения абсолютно точно.

Итак, существует 12 возможных источников погрешности собственно измерителя. Теперь для каждого источника определим соответствующую ему парциальную погрешность.

Можно найти измеренное значение модуля коэффициента отражения  $| \Gamma_L |$ , решив графы «а» и «б» (рис. 2), и затем из полученного выражения получить частные погрешности измерителя. Однако такой путь нецелесообразен ввиду трудностей, возникающих при решении, связанных в основном с учетом всевозможных ветвей и петель этих графов. Подойдем к решению этого вопроса иначе. Для каждого источника частной погрешности будем рисовать два графа измерителя, соответствующих первому и второму режиму работы, в предположении, что все остальные источники погрешностей отсутствуют, т.е. имеется только одна погрешность, соответствующая данному источнику. Эти графы легко получаются из общих графов рис. 2, а, б путем идеализации соответствующих ветвей и петель. Решая их, найдем искомую частную погрешность. Решение таких частных графов не представляет труда, так как они получаются лишь немного сложнее идеальных.

Конечно, такой метод предполагает отсутствие погрешностей «высших порядков», возникающих в результате одновременного действия нескольких источников. Это допущение вполне оправдано, поскольку во всех реальных случаях вклад, вносимый в суммарную погрешность измерителя этими погрешностями, пренебрежимо мал. Следует сказать, что с ростом порядка погрешности абсолютная величина ее очень быстро убывает. Поэтому если мы все же захотим определить суммарную погрешность измерителя с большей точностью, для этого достаточно будет учесть в дополнение к погрешностям первого порядка погрешности лишь двух-трех высших порядков. Чаще всего можно ограничиться погрешностями второго порядка. А погрешности невысоких порядков можно легко найти тем же методом, который применялся для нахождения погрешностей первого порядка, поскольку получающиеся для них графы все еще являются достаточно простыми. Например, если нам нужно определить погрешность второго порядка, возникающую в результате одновременного действия  $n$ -го и  $m$ -го источников, мы поступаем следующим образом. Сначала рисуем граф (в случае нашего мостового измерителя — два графа для двух режимов работы) измерителя в предположении, что все источники погрешностей, кроме  $n$ -го и  $m$ -го, от-

существуют. Находим решение и получаем выражение для суммарной погрешности  $\delta_{\Sigma n, m}$ , в которое входят: две погрешности первого порядка  $\delta_n$  и  $\delta_m$ , возникающие соответственно за счет  $n$ -го и  $m$ -го источников, и одна погрешность второго порядка  $\delta_{nm}$ , возникающая за счет одновременного действия обоих источников:

$$\delta_{\Sigma n, m} = \delta_n + \delta_m + \delta_{nm}.$$

Найдя описанным выше способом  $\delta_n$  и  $\delta_m$ , для  $\delta_{nm}$ , получаем

$$\delta_{nm} = \delta_{\Sigma n, m} - \delta_n - \delta_m. \quad (4)$$

Таким образом, предложенный выше метод позволяет найти практически все погрешности измерительного устройства.

Теперь приступим к отысканию частных погрешностей нашего мостового измерителя. Прежде всего заметим, что решение «частного» графа, соответствующего некоторому  $n$ -му источнику погрешности, дает значение измеренной величины модуля коэффициента отражения, отмечаемое индикатором измерителя, т. е.

$\left| \frac{M_{II}}{M_I} \right|_n$ . Соответствующая частная погрешность в измерении  $|\Gamma_L|$  находится по формуле

$$\delta_n (|\Gamma_L|) = \frac{\left| \frac{M_{II}}{M_I} \right|_n - |\Gamma_L|}{|\Gamma_L|}.$$

На практике обычно принято оценивать отражения и погрешности в их измерении не в величинах  $|\Gamma_L|$ , а в величинах коэффициента стоячей волны КСВ. Связь между погрешностью в измерении КСВ —  $\delta_n(\text{КСВ})$  и погрешностью в измерении  $|\Gamma_L| = \delta_n(|\Gamma_L|)$  записывается с помощью простого соотношения

$$\delta_n(\text{КСВ}) = \frac{2|\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|^2} \delta_n(|\Gamma_L|).$$

В нашем случае  $\delta_n(\text{КСВ})$  будет выглядеть так:

$$\delta_n(\text{КСВ}) = \frac{2 \left( \left| \frac{M_{II}}{M_I} \right|_n - |\Gamma_L| \right)}{1 - |\Gamma_L|^2}. \quad (5)$$

По этой формуле мы будем определять частные погрешности мостового измерителя.

1. Определим сначала погрешность, возникающую за счет асимметрии плеч моста. В этом случае  $\left| \frac{S_{12}S_{31}}{S_{42}S_{34}} \right| \neq 1$ , все же остальные источники отсутствуют. Соответствующие «частные» графы представлены на рис. 3. а, б, а их решения  $|M_I|_1$  и  $|M_{II}|_1$  известны. Выражение для измеренного значения  $|\Gamma_L|$  имеет вид

$$\left| \frac{M_{II}}{M_I} \right|_1 = |\Gamma_L| \left| \frac{S_{12}S_{31}}{S_{42}S_{34}} \right|.$$

Отсюда легко, используя (5), получить искомую частную погрешность

$$\delta_1 (\text{КСВ}) = \frac{2 |\Gamma_L| \left| \frac{S_{12}S_{31}}{S_{42}S_{34}} - 1 \right|}{1 - |\Gamma_L|^2}. \quad (6)$$

Знак ее зависит от соотношения между коэффициентами передачи

$$S_{12}S_{31} \text{ и } S_{42}S_{34}.$$

2. Определим погрешность, возникающую в результате неидеальной направленности ответвителя. В этом случае полагаем  $S_{32} \neq 0$ . Соответствующие «частные» графы изображены на рис. 4, а, б. В них все ветви, не участвующие в решении, исключены, и графы представлены в «чистом виде».

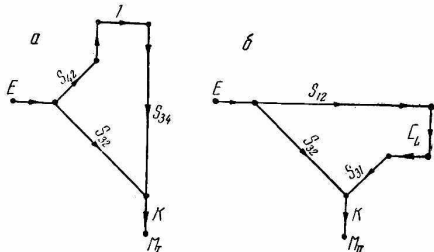


Рис. 4.

Их решения легко находятся обычным образом, а измеренное значение  $|\Gamma_L|$  имеет вид

$$\left| \frac{M_{11}}{M_1} \right|_2 = \left| \frac{S_{12}S_{31}\Gamma_L + S_{32}}{S_{42}S_{34} + S_{32}} \right|. \quad (7)$$

Для погрешности  $\delta_2 (\text{КСВ})$  получаем выражение

$$\delta_2 (\text{КСВ}) = \frac{2 (|S_{12}S_{31}\Gamma_L + S_{32}| - |S_{42}S_{34}\Gamma_L + S_{32}\Gamma_L|)}{(1 - |\Gamma_L|^2) (|S_{42}S_{34} + S_{32}|)}. \quad (8)$$

Отсюда максимальная погрешность, возникающая за счет неидеальной направленности ответвителя:

$$\delta_2 (\text{КСВ}) \approx \frac{\pm 2 |S_{23}|}{(1 + |\Gamma_L|) (|S_{24}S_{34}| - |S_{23}|)}. \quad (9)$$

Таким же способом находим и все остальные погрешности. Частные графы и выражения для соответствующих частных погрешностей сведены в таблицу.

В таблице не представлены три из всех предполагавшихся источников ( $S_{14}$ ,  $S_{22}$ ,  $S_{33}$ ), так как соответствующие им погрешности первого порядка  $\delta_{10}$ ,  $\delta_{11}$  и  $\delta_{12}$  равны нулю. Следовательно, эти источники в первом приближении не вносят погрешности в измерения. Однако, если рассмотреть второе приближение, т. е. учесть погрешности второго порядка, то, воспользовавшись общим

№ п/п	Источник погрешности	Граф «а»	Граф «б»	Погрешности
1	Асимметрия плеч моста $\left  \frac{S_{12}S_{13}}{S_{42}S_{34}} \right  - 1 \neq 0$			$\delta_1 = \frac{2 \Gamma_L  \times}{1 -  \Gamma_L ^2} \times \left( \left  \frac{S_{12}S_{31}}{S_{42}S_{34}} \right  - 1 \right) \frac{1}{1 -  \Gamma_L ^2}$
2	Неидеальная направленность ответвителя $S_{23} \neq 0$			$\delta_2 = \frac{\pm 2 S_{23} }{(1 +  \Gamma_L )} \times \frac{\pm 2 S_{23} }{( S_{24}S_{34}  -  S_{23} )}$
3	Отражение от ответвителя в сторону нагрузки $S_{11} \neq 0$			$\delta_3 = \frac{\pm 2 S_{11}  \cdot  \Gamma_L ^2}{(1 -  \Gamma_L ^2)} \times \frac{\pm 2 S_{11}  \cdot  \Gamma_L ^2}{(1 -  \Gamma_L S_{11} )}$
4	Отражение от ответвителя в сторону КЗ $S_{44} \neq 0$			$\delta_4 = \frac{\pm 2 S_{44}  \cdot  \Gamma_L }{1 -  \Gamma_L ^2}$
5	Рассогласованные генератора $\Gamma_g \neq 0$			$\delta_5 = \frac{\pm 2 \Gamma_g \Gamma_L  \times}{(1 -  \Gamma_L ^2)} \times ( S_{24} ^2 +  \Gamma_L S_{12}^2 ) \times (1 -  \Gamma_L \Gamma_g S_{12}^2 )$
6	Рассогласованные детектора $\Gamma_d \neq 0$			$\delta_6 = \frac{\pm 2 \Gamma_d \Gamma_L  \times}{(1 -  \Gamma_L ^2)} \times ( S_{34} ^2 +  \Gamma_L S_{13}^2 ) \times (1 -  \Gamma_L \Gamma_d S_{13}^2 )$
7	Неидеальность КЗ $ \Gamma_k  - 1 \neq 0$			$\delta_7 = \frac{2 \Gamma_L  \times}{ \Gamma_k } \times (1 -  \Gamma_k ) \times (1 -  \Gamma_L ^2)$
8	Неидеальность поглотителя А $\Gamma_A \neq 0$			$\delta_8 = \frac{\pm 2 \Gamma_A }{1 -  \Gamma_L ^2}$
9	Неидеальность поглотителя Б $\Gamma_B \neq 0$			$\delta_9 = \frac{\pm 2 \Gamma_L \Gamma_B }{(1 -  \Gamma_L ^2)} \times \frac{\pm 2 \Gamma_L \Gamma_B }{(1 -  \Gamma_B )}$



методом, нетрудно, например, для  $\delta_{5,11}$  (КСВ) и  $\delta_{6,12}$  (КСВ) получить

$$\delta_{5,11} \text{ (КСВ)} \approx \frac{\pm 2 |\Gamma_L \Gamma_g| (|S_{24}|^2 + |\Gamma_L S_{12}^2|)}{(1 - |\Gamma_L|^2) (1 - |\Gamma_L S_{22}| - |\Gamma_L \Gamma_8 S_{12}^2|)}; \quad (10)$$

$$\delta_{6,12} \text{ (КСВ)} \approx \frac{\pm 2 |\Gamma_L \Gamma_d| (|S_{34}|^2 + |\Gamma_L S_{13}^2|)}{(1 - |\Gamma_L|^2) (1 - |\Gamma_L S_{33}| - |\Gamma_L \Gamma_d S_{13}^2|)}. \quad (11)$$

Отсюда можно легко с помощью (4) и таблицы получить выражения для погрешностей второго порядка  $\delta_{5,11}$  (КСВ) и  $\delta_{6,12}$  (КСВ). Остальные погрешности второго порядка находятся точно так же. Все выражения для частных погрешностей, полученные выше, с точностью до обозначений совпадают с соответствующими выражениями, полученными матричным методом в работе [4].

Из проведенного исследования вытекает, что методика отыскания частных погрешностей с использованием направленных графов лишена сколько-нибудь затруднительных математических преобразований, очень наглядна и может быть применена для микроволновых измерительных схем любой сложности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. Мэзон, Г. Циммерман. Электронные цепи, сигналы, системы. Изд-во иностр. лит., 1963.
2. J. K. Hutton. IRE-TR. MTT—8, 1960, pp. 206—212.
3. М. А. Силаев, С. Ф. Брянецев. Приложение матриц и графов к анализу СВЧ-устройств. Изд-во «Советское радио», 1970.
4. Е. М. Кулешов, Д. Д. Литвинов, Н. И. Толмачев, М. С. Яновский. Прямопоказывающий измеритель коэффициента стоячей волны миллиметрового диапазона. «Радиотехника», вып. 11. Изд-во ХГУ, Харьков, 1969.