

К ВОПРОСУ О ДОПУСТИМОЙ ИНЕРЦИОННОСТИ ТЕЛЕМЕТРИЧЕСКОГО КАНАЛА ИЗМЕРЕНИЯ ПРОХОДЯЩЕЙ МОЩНОСТИ СВЧ, РАБОТАЮЩЕГО В УСЛОВИЯХ ПЕРЕМЕННОЙ НАГРУЗКИ

В. Н. Жендубаев, В. Д. Кукуш

Харьков

В ряде практически важных случаев радиопередающие устройства, установленные на летательных аппаратах, работают в условиях переменной нагрузки. Изменения нагрузки обусловлены, как правило, изменениями концентрации заряженных частиц в ионизированной газовой среде, окружающей антенну радиопередающего устройства, под влиянием излучаемого поля. Такой режим предъявляет особые требования к бортовому телеметрическому каналу измерения проходящей мощности и прежде всего к допустимому времени измерения (установления показаний).

В статье приводится расчет допустимого времени установления показаний $t_{\text{н}}$ в зависимости от параметров изменений нагрузки и допустимой погрешности.

1. Характеристики переменной нагрузки

Непрерывный режим излучения. Его особенностью является непериодическое изменение нагрузки под воздействием поля от режима согласования до режима короткого замыкания.

Для поперечных компонент поля плоской волны, падающей на слой плазмы (рис. 1), можно записать следующие выражения [1]:

$$E_y = |E^+| e^{\pm \frac{\omega}{c} \chi z} e^{\pm j \frac{\omega}{c} n z} e^{j \omega t}; \quad (1)$$

$$H_x = - \frac{\sqrt{n^2 + \chi^2}}{120\pi} |E^+| e^{\pm \frac{\omega}{c} \chi z} e^{\pm j \frac{\omega}{c} n z} e^{j \omega t} e^{-j \arctg \frac{\chi}{n}}, \quad (2)$$

где n — коэффициент преломления, χ — коэффициент поглощения, определяемые по методике работы [2] и зависящие от концентрации электронов, изменяющейся во времени.

Положительным выберем направление z , совпадающее с направлением распространения волны. Пользуясь методикой работы [3] для вычисления произведения $E_y H_x$, нетрудно показать, что коэффициент отражения от плазмы определится выражением

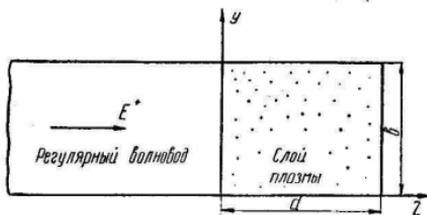


Рис. 1. Взаимодействие плоской волны с плазмой.

$$|\Gamma| = \sqrt{1 - \cos \left(\arctg \frac{\chi}{n} \right) \sqrt{n^2 + \chi^2}}. \quad (3)$$

Изменение концентрации электронов во времени под действием электромагнитного поля описывается уравнением непрерывности [4]

$$\nabla^2 \psi + \zeta |E^+|^2 \psi = \frac{dN}{dt}, \quad (4)$$

где $\psi = DN$ — диффузионный потенциал;

$D = \frac{\nu_u - \nu_n}{\zeta |E^+|^2}$ — коэффициент диффузии;

ν_u — частота ионизации;

$\nu_n \approx 2,12 \cdot 10^4 p$ — частота прилипания (потерь) [4];

ζ — коэффициент высокочастотной ионизации;

p — давление.

Интегрируя уравнение (4), накладывая граничные условия $\psi(0) = 0$ и $\psi(d) = 0$ и производя простые преобразования, получим

$$N = N_0 \exp \left\{ \left[1 - \left(\frac{\pi}{|E^+| \sqrt{\zeta} p d} \right)^2 \right] p t \left(\frac{\nu_u}{p} - 2,12 \cdot 10^4 \right) \right\}, \quad (5)$$

где N_0 — начальная концентрация электронов.

Как показано в работе [2], концентрация меняется от полной прозрачности ($|\Gamma| = 0$) до полной непрозрачности ($|\Gamma| = 1$). Значение концентрации $N_{кр}$, соответствующее непрозрачности [2]:

$$N_{кр} = \frac{m(\omega^2 + \nu_{эфф}^2)}{4\pi e^2 K_\epsilon \left(\frac{\omega}{\nu_{эфф}}\right)}, \quad (6)$$

где m — масса электрона;

$\nu_{эфф}$ — эффективная частота соударений;

ω — частота действующего поля;

$K_\epsilon \left(\frac{\omega}{\nu_{эфф}}\right)$ — коэффициент, зависящий от аргумента $\left(\frac{\omega}{\nu_{эфф}}\right)$; в данном случае $K_\epsilon = 1$ и введен для общности формул с работой [2].

Приравняв правые части (5) и (6), найдем время, в течение которого концентрация меняется от N_0 до $N_{кр}$ ($|\Gamma| = 1$):

$$t_{кр} = \frac{\ln \frac{m(\omega^2 + \nu_{эфф}^2)}{4\pi e^2 N_0 K_\epsilon \left(\frac{\omega}{\nu_{эфф}}\right)}}{\left[1 - \left(\frac{\pi}{|E^+|} \sqrt{\zeta} \rho d\right)^2\right] \rho \left(\frac{\nu_u}{\rho} - 2,12 \cdot 10^4\right)}. \quad (7)$$

Время $t_{кр}$ соответствует изменению нагрузки от режима согласования до короткого замыкания. Закон изменения нагрузки — экспоненциальный и определяется выражением (5).

Импульсно-модулированный режим излучения. При импульсном режиме излучения концентрация электронов возрастает по закону (5) за время $t = \tau$ длительности импульса. В паузе концентрация изменяется, согласно (4), только следует положить $\nu_u = 0$. Интегрируя уравнение (4) от 0 до τ и от τ до T , получим следующие выражения для концентрации электронов и к концу паузы:

$$N_\tau = N_0 \exp \left\{ \left[1 - \left(\frac{\pi}{|E^+|} \sqrt{\zeta} \rho d \right)^2 \right] \rho \tau \left(\frac{\nu_u}{\rho} - 2,12 \cdot 10^4 \right) \right\}; \quad (8)$$

$$N_T = N_\tau \exp \left\{ - \left[1 - \left(\frac{\pi}{|E^+|} \sqrt{\zeta} \rho d \right)^2 \right] \cdot 2,12 \cdot 10^4 \rho (T - \tau) \right\}, \quad (9)$$

где N_τ — концентрация к концу импульса; N_T — концентрация к концу паузы; T — период следования импульсов.

В зависимости от скважности импульсов изменение нагрузки (концентрации электронов) может носить периодический ($N_\tau = N_T$, $\Delta N = 0$) и непериодический ($\Delta N = N_T - N_0$) характер.

Приравняв правые части выражений (8) и (9), нетрудно показать, что изменение нагрузки имеет периодический характер при скважности, удовлетворяющий следующему уравнению:

$$Q = 47 \frac{v_{ц}}{\rho} \cdot 10^6. \quad (10)$$

При меньших скважностях наступает накопление концентрации от импульса к импульсу и по истечении количества импульсов $n_{кр}$ она принимает значение $N_{кр}$. На основании рис. 2 можно записать следующее выражение для концентрации по истечении n импульсов:

$$N = (N_T - N_0)(n - 1) + N_\tau = \Delta N(n - 1) + N_\tau. \quad (11)$$

Определим критическое количество импульсов, для чего приравняем правые части выражений (6) и (11). После простых преобразований получим

$$n_{кр} = \frac{N_{кр} - N_\tau}{N_T - N_0} + 1. \quad (12)$$

Критическое время определится выражением (рис. 2)

$$t_{кр} = T(n_{кр} - 1) + \tau. \quad (13)$$

При определенной длительности $\tau = \tau_{кр}$ величина N_τ может достигать значения $N_{кр}$. Определим $\tau_{кр}$, приравняв правые части (6) и (8). Получим после преобразований

$$\tau_{кр} = \frac{\ln \frac{m(\omega^2 + v_{эфф}^2)}{4\pi e^2 N_0 K_e \left(\frac{\omega}{v_{эфф}}\right)}}{\left[1 - \left(\frac{\pi}{\frac{|E^+|}{\rho} \sqrt{\zeta} pd}\right)^2\right] \rho \left(\frac{v_{ц}}{\rho} - 2,12 \cdot 10^4\right)}. \quad (14)$$

Выражение (14) совпадает с ранее полученным выражением (7) для непрерывного режима излучения. Изменение нагрузки в этом случае носит непериодический характер.

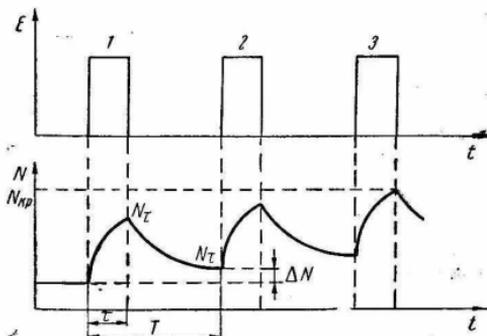


Рис. 2. Изменение концентрации электронов при импульсно-модулированном сигнале.

2. Расчет допустимой инерционности канала

С учетом рассмотренных выше изменений переменной нагрузки произведем оценку допустимой инерционности телеметрического канала измерения проходящей мощности, определяемой при переменной нагрузке выражением [5]

$$P_{\text{пр}}(t) = P^+ (1 - |\Gamma(t)|^2), \quad (15)$$

где $P_{\text{пр}}$ — проходящая мощность; P^+ — подающая мощность; $\Gamma(t)$ — коэффициент отражения от переменной нагрузки.

Пусть измеряемая величина $P_{\text{пр}}(t)$ связана с выходным параметром канала телеизмерения $I(t)$ следующим выражением:

$$I(t) = kP_{\text{пр}}(t) = kP^+ (1 - |\Gamma(t)|^2), \quad (16)$$

где K — коэффициент пропорциональности, определяемый при градуировке.

Коэффициент K находим при фиксированном значении $\Gamma(t) =$

$= \Gamma_0$; коэффициент Γ_0 соответствует постоянной нагрузке

$$I_0 = kP_0 = kP^+ (1 - |\Gamma_0|^2), \quad (17)$$

где I_0 — ток в точке калибровки; P_0 — проходящая мощность, соответствующая точке калибровки.

Определив K из (17), подставим его значение в (16) и после преобразований получим

$$I(t) = I_0 \frac{(1 - |\Gamma(t)|^2)}{(1 - |\Gamma_0|^2)}. \quad (18)$$

Произведем оценку инерционности для случаев периодического и экспоненциального изменения нагрузки.

Периодические изменения нагрузки. Нагрузка, изменяющаяся во времени по периодическому закону, может быть представлена выражением

$$|\Gamma(t)| = |\Gamma \cos(\Omega t + \arccos \Gamma_0)|, \quad (19)$$

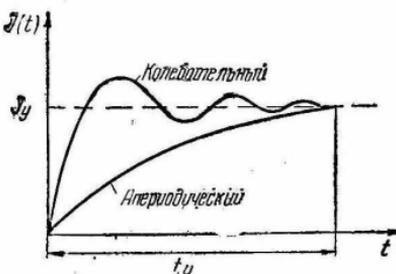
где $\Omega = \frac{2\pi}{T}$ — частота изменения нагрузки; T — период изменения нагрузки; $|\Gamma_0|$ — коэффициент отражения постоянной нагрузки.

Найдем время измерения t_u канала, которое определяет его инерционность. Под временем измерения понимается время установления показаний прибора. Характеристика установления может быть колебательной или аperiodической (рис. 4). При медленных изменениях нагрузки ($T \gg t_u$) показания пропорциональны среднему за период СВЧ колебаний значению проходящей мощности.

При быстрых изменениях нагрузки показания канала дают за счет инерционности значительную погрешность. В этом случае имеет смысл измерять среднее значение проходящей мощности за период изменения нагрузки. Определим соотношение между временем измерения, периодом изменения нагрузки и заданной погрешностью измерения среднего значения проходящей мощности за период изменения нагрузки. Найдем значения выходного параметра \bar{I} канала измерения за период T -изменения нагрузки и установившееся I_y значение за время t_u , используя выражения [5]:

$$\bar{I} = \frac{1}{T} \int_0^T I(t) dt; \quad (20)$$

$$I_y = \frac{1}{t_u} \int_0^{t_u} I(t) dt. \quad (21)$$



Относительная погрешность измерения определится выражением

Рис. 4. Характеристики измерительного канала.

$$\delta_p(t) = \frac{I_y - \bar{I}}{\bar{I}} = \frac{\frac{1}{t_u} \int_0^{t_u} I(t) dt - \frac{1}{T} \int_0^T I(t) dt}{\frac{1}{T} \int_0^T I(t) dt}. \quad (22)$$

Используя выражения (18), (19) и (20), нетрудно после простых преобразований получить значение \bar{I}

$$\bar{I} = \frac{I_0}{2[1 - |\Gamma_0|^2]} \left[1 - \frac{1}{2\pi} (\sin 2[2\pi + \arccos \Gamma_0] - \sin 2[\arccos \Gamma_0]) \right]. \quad (23)$$

Подобные преобразования с учетом выражений (18), (19) и (21) дают значение I_y

$$I_y = \frac{I_0}{2[1 - |\Gamma_0|^2]} \left[1 - \frac{T}{2\pi t_u} \left(\sin 2 \left[2\pi \frac{t_u}{T} + \arccos \Gamma_0 \right] - \sin 2[\arccos \Gamma_0] \right) \right]. \quad (24)$$

Подставив (23) и (24) в (22), после преобразований получим для среднего значения относительной погрешности измерения при условии $|\Gamma_0| = 0$

$$\delta_p = \frac{T}{2\pi t_u} \sin 4\pi \frac{t_u}{T}. \quad (25)$$

Обозначим заданную погрешность Δ и приведем (25) к виду

$$\frac{T}{4\pi t_u} \sin 4\pi \frac{t_u}{T} = \frac{\Delta}{2}. \quad (26)$$

Используя выражение вида [6]

$$\frac{1}{x} \sin x = \frac{1}{x} \left[x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots \right] \quad (27)$$

и учитывая в (27) три члена ряда, получим

$$1 - \frac{1}{3!} \left(\frac{4\pi}{T} \right)^2 t_u^2 + \frac{1}{5!} \left(\frac{4\pi}{T} \right)^4 t_u^4 \approx \frac{\Delta}{2}. \quad (28)$$

Решение биквадратного уравнения (28) дает

$$t_u \approx \frac{T}{4\pi} \sqrt{10 + \sqrt{60\Delta - 20}}. \quad (29)$$

Формула (29) позволяет оценить время измерения и, следовательно инерционность телеметрического канала для случая периодического изменения нагрузки. Этот случай имеет место для импульсных сигналов, удовлетворяющих уравнению (10). Более важными являются расчетные соотношения для случая экспоненциально-изменяющейся нагрузки. На нем остановимся более подробно.

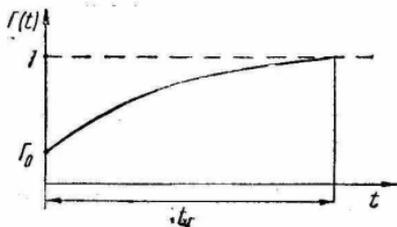


Рис. 5. Экспоненциальное изменение нагрузки.

Экспоненциальные изменения нагрузки. В данном случае функцию изменения $\Gamma(t)$ с учетом начального согласования постоянной нагрузки можно записать в виде (рис. 5)

$$\Gamma(t) = 1 - (1 - |\Gamma_0|) e^{-kt}, \quad (30)$$

где k — коэффициент, определяющий изменение функции в e раз. Обозначим время изменения нагрузки t_r . Подставив (30) в (18), получим уравнение

$$I(t) = \frac{I_0}{(1 - |\Gamma_0|^2)} [1 - |1 - (1 - |\Gamma_0|) e^{-kt}|^2]. \quad (31)$$

Используя (20) и (31), после интегрирования и преобразований получим следующее уравнение для среднего значения параметра \bar{I} :

$$\bar{I} = \frac{I_0 (1 - |\Gamma_0|)}{(1 - |\Gamma_0|^2) kt_r} \left[\frac{1 - |\Gamma_0|}{2} (e^{-2kt_r} - 1) - 2(e^{-kt_r} - 1) \right]. \quad (32)$$

Подобные преобразования с учетом (21) и (31) дают следующее выражение для установившегося значения I_y :

$$I_y = \frac{I_0 (1 - |\Gamma_0|)}{(1 - |\Gamma_0|^2) kt_u} \left[\frac{1 - |\Gamma_0|}{2} (e^{-2kt_u} - 1) - 2(e^{-kt_u} - 1) \right]. \quad (33)$$

Подставив (32) и (33) в (22), после элементарных преобразований получим с учетом заданной погрешности Δ следующее уравнение:

$$\frac{e^{-2kt_r}}{2t_r} - 2 \frac{e^{-kt_r}}{t_r} + \frac{3}{2t_r} = (\Delta + 1) \left[\frac{e^{-2kt_u}}{2t_u} - 2 \frac{e^{-kt_u}}{t_u} + \frac{3}{2t_u} \right]. \quad (34)$$

Используя выражение вида [6]

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \quad (35)$$

и учитывая в (35) четыре члена разложения, приведем (34) к виду

$$\frac{1}{3} k^2 t_u^2 = 1 - \frac{\left(1 - \frac{1}{3} k^2 t_{\Gamma}^2\right)}{(\Delta + 1)}. \quad (36)$$

Решая (36) относительно t_u , получим

$$t_u = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{3\Delta + k^2 t_{\Gamma}^2}{(\Delta + 1)}}. \quad (37)$$

Формула (37) позволяет рассчитать время измерения и, следовательно, оценить инерционность канала измерения для случая экспоненциальной (непериодической) нагрузки.

При определении инерционности канала для непрерывного режима излучения и для импульсных режимов, не удовлетворяющих условию (10), в формулу (37) следует подставить вместо t_{Γ} время $t_{кр}$, определяемое соответственно формулами (7), (13) и (14), так как последние определяют изменение нагрузки, соответствующее предельным значениям $\Gamma(t)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. П. Долуханов. Распространение радиоволн. Связьиздат, 1960.
2. В. Л. Гинзбург. Распространение электромагнитных волн в плазме. Изд-во «Наука», 1967.
3. Я. Д. Ширман. Радиоволноводы и объемные резонаторы. Изд-во «Советское радио», 1958.
4. Е. С. Кухаркин, Б. В. Сестрорецкий. Электрическая прочность волноводных устройств. Изд-во «Высшая школа», 1963.
5. Р. А. Валитов. Радиоизмерения. Изд-во «Советское радио», 1963.
6. И. Н. Бронштейн и К. А. Семендяев. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. Изд-во «Наука», 1967.