ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ВЕЩЕСТВА, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ ОТЛИЧИЕМ ПОЛЯ КВАЗИОПТИЧЕСКОГО ПУЧКА ОТ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ

Г. И. Хлопов

Харьков

Методы измерения диэлектрических параметров вещества в свободном пространстве обладают рядом достоинств и находят широкое применение. Однако одним из существенных недостатков упомянутых методов являются большие габариты установки [1] и необходимость применения образцов со значительными линейными размерами [2] порядка $100\lambda \times 100\lambda$. В миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах ввиду небольшого динамического диапазона установки приходится использовать большие раскрывы приемной и передающей антенн, что также не позволяет существенно уменьшить габариты установки [3]. В связи с этим перспективны квазиоптические методы измерений [4, 5], несмотря на то, что поле квазиоптического пучка существенно отличается от поля плоской волны [6].

При расчете диэлектрических параметров по данным измерений мы используем решение соответствующих электродинамических задач в предположении плоской падающей волны [1], поэтому необходимо оценить систематическую погрешность, возникающую при аппроксимации поля квазиоптического пучка — плоской волной.

В работе [7] анализировались погрешности, связанные с неплоским фазовым фронтом падающей волны, однако рассмотрение было приведено для диаграмм направленности антенн в дальней зоне; поправки оказались порядка λ/L, где L — расстояние между приемной и передающей апертурами. В квазиоптических трактах условие $\lambda/L \ll 1$ выполняется всегда, в то время как исследуемый образец и антенны находятся в ближней зоне и структура поля может быть весьма сложной.

В настоящей работе рассматриваются потери передачи в квазиоптическом пучке, в котором помещен образец диэлектрика. При анализе выражений основное внимание уделено сравнению с аналогичными измерениями коэффициента в предположении плоского характера падающего поля, а также выбору параметров квазиоптического пучка и оптимальной методике измерений.

В работе не затрагиваются вопросы, связанные с интерференцией поля, отраженного от антенн и образца, а также рассеянием поля на апертуре.

Связь коэффициента передачи квазиоптического пучка с диэлектрическими параметрами образца

Фактически измерение диэлектрических констант производится на основе измерения коэффициента передачи между двумя антеннами при различной поляризации и угле падения [1], поэтому рассмотрим потери передачи квазиоптического пучка, в котором помещен образец диэлектрика

$$\eta = \frac{P_{\text{пр}}}{P_{\text{пер}}} = \frac{\left| \int\limits_{S_1} E_1 E_2^* ds \right|^2}{\int\limits_{S_1} |E_1|^2 ds \int\limits_{S_2} |E_2|^2 ds}, \tag{1}$$

где η — отношение мощности принятой к мощности переданной
E_1 — распределение поля в раскрыве приемной антенны;
E_2 — распределение падающего на раскрыв приемной антенны поля.

Так как «радиус пятна» (расстояние, на котором поле убывает в e раз [8]) гораздо меньше раскрыва антенн, то интегрирование в (1) выполняется в бесконечных пределах. В силу конечной мощности поля, функции E_1 и E_2 принадлежат к классу квадратично интегрируемых функций и поэтому можно использовать равенство Парсеваля

$$\int_{-\infty}^{\infty}\!\!\int E_1 E_2^* ds = \int_{-\infty}^{\infty}\!\!\int \tilde{E}_1 \tilde{E}_2^* d\delta, \tag{2}$$

где $\tilde{E}_1$ и $\tilde{E}_2$ — фурье преобразования функций E_1 и E_2 соответственно, которые играют роль функций спектральной плотности для углового спектра плоских волн. Спектральная плотность пучка, дифрагированного на поверхности раздела двух сред, равна произведению коэффициента Френеля D (для отраженной и преломленной волн соответственно) на угловой спектр падающего пучка $\tilde{E}_0$ [10]. Таким образом,

$$\eta = N \left| \int_{-\infty}^{\infty}\!\!\int \tilde{E}_1 \tilde{E}_0^* D^* d\sigma \right|^2, \tag{3}$$

где N — нормирующий множитель.

Как видно из (3), в общем случае имеется функциональная зависимость между коэффициентом передачи и параметрами диэлектрика, в отличие от алгебраического уравнения при падении плоской волны [1]. Физический смысл выражения (3) состоит в усреднении коэффициентов Френеля как функции угла падения плоской волны по некоторой области телесных углов, которая определяется спектральным радиусом поля квазиоптического пучка [11]. Чтобы получить информацию о диэлектрических параметрах образца, учтем, что спектральная плотность пучка плоских волн быстро спадает в узком секторе углов [11], в пределах которого коэффициенты Френеля — медленно меняющаяся функция. Это позволяет разложить коэффициенты в ряд Тэйлора вблизи направления распространения квазиоптического пучка — β_0. Тогда

$$\eta = \left| D(\beta_0) \right|^2_{\eta_0} + \sum_{i,k=1}^{\infty} a_{ik} F_i F_k^*, \tag{4}$$

где η_0 — коэффициент передачи в свободном пространстве;

a_{ik} — коэффициенты, определяемые соотношением ширины «спектрального радиуса» пучка плоских волн и скоростью изменения функции Френеля;

$F_{i,k}$ — интегралы типа

$$F_{i,k} = \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi} \tilde{E}_1(\rho, \alpha)\tilde{E}_0^*(\rho, \alpha) D_{i,k}^*(\rho, \alpha)\rho d\rho d\alpha. \qquad (5)$$

Первый член в разложении (4) соответствует случаю падения на диэлектрик плоской волны, т. е. случаю, когда выполняется условие дальней зоны для приемной и передающей антенн. Второе слагаемое можно трактовать как вклад высших типов волн [10], возникших за счет преобразования модового состава квазиоптического пучка при падении на границу раздела двух сред.

Амплитуда высших типов волн определяется диэлектрическими параметрами исследуемого образца, а также параметрами и модовым составом падающего пучка. Так как приемная антенна естественно обладает фильтрующими свойствами, то в силу (1) результаты измерений будут зависеть не только от диэлектрических свойств материала, но и от конкретных условий эксперимента. Таким образом, систематическая погрешность, обусловленная неплоским характером поля квазиоптического пучка, полностью определяется потерями на преобразование энергии в высшие типы волн и наша следующая задача — оценить величину этой погрешности и выяснить, при каких условиях ее можно свести к минимуму.

Оценка систематической погрешности

Таким образом, задача сводится к вычислению интегралов (5) для конкретной ситуации. Дифракция квазиоптического пучка на границе раздела двух сред впервые рассмотрена в работе [10], однако результаты получены для различных двумерных случаев. Несмотря на то, что картина качественно не изменится, мы проведем вычисления для коэффициента передачи в случае отраженной от диэлектрика волны в трехмерной системе координат, что более наглядно. Реальные пучки удобно описывать в цилиндрической системе координат; при этом достаточно ограничиться несколькими членами в разложении по собственным типам волн квазиоптического волновода [6]. Запишем поле в виде углового спектра плоских волн [11]

$$E(x, y, z) = \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \iint_{-\infty}^{\infty} dp dq A(p, q) e^{ik(px+qy+mz)}, \qquad (6)$$

где $p = \sin\theta\cos\varphi$; $q = \sin\theta\sin\varphi$; $m = \sqrt{1-(p^2+q^2)}$.

Введем цилиндрическую систему координат

$$\begin{aligned} x &= 2\cos\varphi; & p &= \rho\cos\alpha; \\ y &= 2\sin\varphi; & q &= \rho\sin\alpha; \\ z &= z; & m &= \sqrt{1-\rho^2}. \end{aligned} \tag{7}$$

Тогда спектральные плотности $\widetilde{E}_1$ и $\widetilde{E}_0$ запишутся [11] так:

$$\widetilde{E}_1(\rho,\ \alpha) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \widetilde{E}_{1,\,n}(\rho)\,e^{jn\alpha}; \tag{8}$$

$$\widetilde{E}_0(\rho,\ \alpha) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \widetilde{E}_{0,\,m}(\rho,\ L)\,e^{jm\alpha},$$

где L — расстояние между приемной и передающей антеннами.

Для изотропного диэлектрика нетрудно показать, что коэффициенты Френеля следующим образом зависят от углов ρ и α:

$$D(\rho,\ \alpha) = D\left[\arccos\left(\rho\sin\beta\sin\alpha + \sqrt{1-\rho^2}\cos\beta\right)\right], \tag{9}$$

где β — угол между осью z — направлением распространения падающего пучка и внешней нормалью к поверхности диэлектрика в плоскости падения. Разлагая $D(\rho,\ \alpha)$ в ряд по малым степеням ρ и ограничиваясь первым членом разложения, получим

$$\eta = \left|D(\beta_0)\right|^2_{\eta_0} - \left|\frac{\partial D}{\partial\beta}\right|^2 N \left|\sum_{m,\,n=0}^{\infty}\int_0^{\infty} d\rho\rho^2 \widetilde{E}_{1n}(\rho)\,\widetilde{E}^*_{0m}(\rho,\ L)\times\right.$$

$$\times\int_0^{2\pi} d\alpha\sin\alpha e^{j(n-m)\alpha}. \tag{10}$$

Выполняя интегрирование по азимутальной координате α запишем потери передачи в виде

$$\frac{\eta}{\eta_0} = \frac{\eta_1}{\eta_0}(1+\Delta), \tag{11}$$

где $\frac{\eta_1}{\eta_0}$ — соответствует случаю падения плоской волны на диэлектрик;

Δ — поправка, связанная с преобразованием модового состава пучка:

$$\Delta = \frac{1}{4}\left|\frac{\partial D}{\partial\beta}\right|^2_{\beta=\beta_0}\cdot\frac{1}{|D(\beta_0)|^2}\cdot\frac{\left|\sum\limits_{m=-\infty}^{\infty}\Phi_m\right|^2}{\left|\sum\limits_{m=-\infty}^{\infty}\Psi_m\right|^2}; \tag{12}$$

$$\Phi_m = \int_0^{\infty} d\rho\rho^2 E_{1m}(\rho)\left[\widetilde{E}^*_{0,\,m+1}(\rho,\ L) + \widetilde{E}^*_{0,\,m-1}(\rho,\ L)\right]; \tag{13}$$

$$\Psi_m = \int_0^{\infty} d\rho\rho\widetilde{E}_{1m}(\rho)\,\widetilde{E}^*_{0m}(\rho,\ L). \tag{14}$$

Измеряя отношение $\frac{\eta}{\eta_0}$ при различной поляризации для прошедшей и отраженной волн, из (11) получим систему для определения $\varepsilon = \varepsilon' + j\varepsilon''$ и $\mu = \mu' + j\mu''$. Однако решение этой системы уравнений можно произвести лишь приближенно, полагая неизвестный член $\Delta \to 0$. Как видно из (13), происходит «перекачка» энергии в высшие азимутальные типы колебаний, причем то же можно сказать и о «радиальных» гармониках $\tilde{E}_{1m}$ и $\tilde{E}_{0m}$.

Согласно (11), имеем

$$\tilde{E}_m(\rho_1 z) = \tilde{u} e^{-\frac{\tilde{u}}{2}(1-j\xi) - jkz\sqrt{1-\rho^2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{mn} L_n^m(\tilde{u}); \tag{15}$$

$$C_{mn} = \frac{\pi (-1)^{m+n} (-j)^m \omega_0^2 (1+\xi^2)^{\frac{1}{2}m+1} (1-j\xi)^n}{(1+j\xi)^{m+n+1}}, \tag{16}$$

где

$$\tilde{u} = \frac{\omega_0^2}{2} k^2 \rho^2; \quad \xi = \frac{\lambda (z - z_0)}{\pi \omega_0^2};$$

z_0 — сечение пучка с минимальным «радиусом пятна» — ω_0; L_n^m — полиномы Лягерра.

Тогда

$$\Phi_m = \sum_{n,\, p=-\infty}^{\infty} C_{mn}^0 C_{m\pm 1,\, p}^{*L} \int_0^\infty d\rho \rho^2 \tilde{u}^{\frac{2m\pm 1}{2}} e^{-\frac{\tilde{u}}{2}[2+j(\xi_L - \xi_0)]} \times$$

$$\times L_n^m(\tilde{u}) L_p^{m\pm 1}(\tilde{u}); \tag{17}$$

$$\Psi_m = \sum_{n,\, p=-\infty}^{\infty} C_{mn}^0 C_{mp}^{*L} \int_0^\infty d\rho \rho \tilde{u}^m e^{-\frac{\tilde{u}}{2}[2+j(\xi_L - \xi_0)]} L_n^m(\tilde{u}) L_p^m(\tilde{u}). \tag{18}$$

Выражения (17) обозначают сумму вкладов от азимутальных типов колебаний с индексами $m+1$ и $m-1$. Индексы у коэффициентов ξ_L и ξ_0 означают, что параметры пучка берутся на расстоянии L от исходного распределения и в начале координат соответственно (то же относится и к коэффициентам $C_{mn}^{0,L}$). Задавая конкретные параметры пучка, можно получить соответствующие оценки для систематической погрешности, используя выражения (11)—(18).

Анализ полученных выражений

Вычисляя производные коэффициентов Френеля [10], легко заметить, что при нормальном падении пучка на поверхность диэлектрика в первом приближении $\Delta = 0$, а при измерении вблизи угла Брюстера погрешность достигает своего максимального значения, причем для веществ с малыми потерями ошибка может быть весьма значительной. Таким образом, существует принципиальная возможность свести систематическую погрешность к пренебрежимо малой величине в случае нормального падения пучка. В этой связи необходимо подчеркнуть роль различных интерферометрических методов [5, 12] по сравнению с методами, использующими наклонное падение пучка [13, 14].

Для наклонного падения пучка на диэлектрик рассмотрим случай, когда в раскрыве возбуждается основной тип колебаний TEM_{00} и апертуры находятся в «конфокальном положении» [6]. Не повторяя громоздких выкладок, приведем окончательное выражение

$$\Delta \approx \left| \frac{\partial}{\partial \beta} \ln D(\beta) \right|^2_{\beta = \beta_0} \tilde{\omega}_0^2.$$

Видно, что систематическая погрешность в значительной мере определяется размерами пучка в «талии» [8] и почти не зависит от кривизны фазового фронта. Чтобы минимизировать ошибку измерений, следует возбуждать пучок с учетом минимального изменения напряжения в пучке [8]. Кроме того, необходимо отфильтровывать высшие типы волн, так как последние дают вклад в величину Δ, согласно (17).

Рассмотрим на примере метода, описанного в работе [13], как сказываются ошибки измерения коэффициента отражения для вертикальной поляризации вблизи угла Брюстера на измерение тангенса угла потерь диэлектрика. Проводя все необходимые выкладки, можно показать, что для $\varepsilon \approx 10$ результирующая относительная погрешность равна

$$\frac{\Delta\delta}{\delta} = \frac{\lambda^2}{\omega_0^2}.$$

Для сфокусированных пучков ($\omega_0 \approx 1{,}5\lambda$) погрешность, обусловленная неплоским характером поля, может достигать $\approx 35\%$. В то время как для правильно выбранных параметров пучка погрешность можно уменьшить до величины $\leqslant 4\%$, даже учитывая, что в данной ситуации угол падения наименее благоприятен.

Для волны, прошедшей образец, искажения пучка еще более значительны, в связи с чем методы, использующие анализ прошедшей волны, менее предпочтительны, как это следует из работы [10].

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Брандт. Исследование диэлектриков на СВЧ. ГИМФЛ, 1963.

2. В. В. Пилипенко, Г. Г. Половников, В. Г. Сологуб, В. П. Шестопалов. ЖТФ, т. 39, вып. 12, 1969.

3. В. Ф. Бахтин, Б. С. Кулаенко, Л. Г. Мартыненко, В. Л. Слюсарский. «Изв. вузов, Радиоэлектроника», т. 12, № 6, 1969.

4. E. Lames, D. De Genfor. IEEE Trans. IM—17, № 4, December, 1968.
5. Л. И. Кац, А. А. Трайтельман. «Изв. вузов, Радиотехника», т. 6, № 2, 1969.
6. G. Goubau. Electromagnetic theory and antennas, pt. 2. Pergamon Press. 1963, p. 907.
7. И. Е. Арсаев. «Радиотехника и электроника», 1970, № 10.
8. А. Н. Ахиезер. Труды ХГНИИМ, вып. 99 (159), 1969.
9. E. Labor. JOSA, 58, № 9, 1968, p. 1235.
10. Р. Б. Ваганов. «Радиотехника и электроника», т. 14, № 3. 1969.
11. Г. И. Хлопов. Сб. «Радиотехника», вып. 20. Изд-во ХГУ, Харьков, 1972.
12. Е. А. Воробьев. «Изв. вузов, Радиотехника», 1966, т. 9, № 1.
13. В. Г. Панченко, В. С. Орлов. «Вопросы радиоэлектроники», сер. «Радиоизмерительная техника», вып. 1, 1966.
14. W. Culsnow. Proc. Shys. Soc., 63, 11, 1950.
15. И. Е. Арсаев, Б. Е. Кинбер, Н. Н. Иванчиков-Маринский. ЖТФ, т. 37, 1967, № 8.