

К ТЕОРИИ НЕСИММЕТРИЧНЫХ СВЯЗАННЫХ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧ

В. К. Пироженко

Харьков

Связанные электродинамические линии передач широко применяются в качестве направленных ответвителей, преобразователей и фильтров типов волн, входных и выходных устройств ЛБВ и т. д.

Для расчета характеристик подобных систем удобно использовать метод связанных волн, поскольку он позволяет по известным параметрам исходных линий определить свойства всей сложной структуры. Исследованию связанных одномерных линий посвящено достаточно много работ [1—5]. Задачу о распространении электромагнитной энергии в связанных волноводных струк-

турах можно свести к анализу эквивалентных длинных линий, но при этом возникают сложности с определением параметров эквивалентной схемы. В частности, коэффициенты связи для двух волноводов, связанных через отверстия в общей стенке, строго найдены только для отверстий круглой или эллиптической формы [3, 4], приближенно — для прямоугольных щелей связи [5]. Кроме того, метод эквивалентных схем не позволяет определять структуру поля в исследуемых линиях, что в ряде случаев является необходимым. Попытка развить метод связанных волн на объемные электродинамические связанные линии передач произведена в работе [6], однако в ней не учитывались конечные размеры элементов связи и не были определены коэффициенты связи. Следует также отметить, что во всех работах, посвященных анализу связанных линий, предполагалось взаимное влияние линий одинаковым. Это положение не всегда справедливо при исследовании несимметричных линий.

В данной работе приводятся некоторые результаты теоретического анализа совокупности N несимметричных электродинамических линий, связанных между собой. Для случая связи объемных направляющих систем посредством различных щелей произвольной конфигурации получены выражения, позволяющие рассчитывать коэффициенты связи с учетом конечных размеров элементов связи, найдены условия, при которых связь между линиями можно считать симметричной, установлены пределы применимости результатов работы [6]. Теоретические данные иллюстрируются численным примером.

Рассмотрим систему N связанных электродинамических линий передач. Поля в каждой линии удовлетворяют однородным уравнениям Максвелла с неоднородными граничными условиями. Идея метода связанных волн заключается в переходе к неоднородным уравнениям поля с однородными граничными условиями. Для этого каждую из связанных линий представляем замкнутой (граничные условия однородны), а влияние связи аппроксимируем некоторыми эквивалентными электрическими и магнитными токами, одна часть которых характеризует утечку мощности из рассматриваемой линии, другая часть — приток мощности в нее. Если диэлектрическая ϵ и магнитная μ проницаемости одинаковы во всей системе линий, а временная зависимость гармонична ($e^{j\omega t}$), в этом случае уравнения поля в p -й линии принимают вид

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E}_p &= -j\omega\mu\vec{H}_p - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N (\vec{i}_{mpq}^p + \vec{i}_{mqp}^p); \\ \operatorname{rot} \vec{H}_p &= j\omega\epsilon\vec{E}_p + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N (\vec{i}_{epq}^p + \vec{i}_{eqp}^p). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь плотности $\vec{i}_{m pq}^p$ магнитного и $\vec{i}_{e pq}^p$ электрического токов характеризуют утечку мощности из p -й линии в q -ю и создаются полями p -й линии, а плотности токов $\vec{i}_{m qp}^p$ и $\vec{i}_{e qp}^p$ — приток мощности из q -й линии в p -ю и создаются полями q -й линии

$$\begin{aligned}\vec{i}_{m pq}^p &= \sigma_{m pq}^p \vec{H}_p; & \vec{i}_{m qp}^p &= -\sigma_{m qp}^p \vec{H}_q; \\ \vec{i}_{e pq}^p &= \sigma_{e pq}^p \vec{E}_p; & \vec{i}_{e qp}^p &= -\sigma_{e qp}^p \vec{E}_q,\end{aligned}\quad (2)$$

где σ_e — соответствующие эквивалентные электрические, а σ_m — магнитные проводимости.

Заметим, что поскольку реальных токов в системах нет, то электрические и магнитные заряды отсутствуют и

$$\operatorname{div} \vec{E}_p = 0; \quad \operatorname{div} \vec{H}_p = 0. \quad (3)$$

Эти соотношения можно строго доказать, применив рассуждения, описанные в работе [6].

Для вывода волновых уравнений возьмем rot от обеих частей первого соотношения системы (1). С учетом (2) и (3) после некоторых преобразований находим

$$\Delta \vec{E}_p + \sum_{q=1}^N \sum_{n=1}^N \alpha_{pqn}^2 \vec{E}_n = 0, \quad (4)$$

где

$$\alpha_{pqn}^2 = \omega^2 \mu_{pq} \epsilon_{qn}. \quad (5)$$

Аналогично получаем

$$\Delta \vec{H}_p + \sum_{q=1}^N \sum_{n=1}^N \beta_{pqn}^2 \vec{H}_n = 0, \quad (6)$$

где

$$\beta_{pqn}^2 = \omega^2 \epsilon_{pq} \mu_{qn}. \quad (7)$$

В выражениях (4) — (7) введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned}\mu_{pq} &= -\frac{1}{j\omega} \sigma_{m qp}^p, \quad (q \neq p); \\ \mu_{pp} &= \mu + \frac{1}{j\omega} \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N \sigma_{m pq}^p; \\ \epsilon_{pq} &= -\frac{1}{j\omega} \sigma_{e qp}^p, \quad (q \neq p); \\ \epsilon_{pp} &= \epsilon + \frac{1}{j\omega} \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N \sigma_{e pq}^p.\end{aligned}\quad (8)$$

Выражения (4) и (6) представляют собой системы волновых уравнений в случае электродинамических связанных линий для соответственно электрического и магнитного векторов поля. Для решения этих уравнений можно воспользоваться методикой, описанной в работе [6].

Обычно в работах, посвященных анализу связанных систем [1—3,6], полагается, что $\epsilon_{pq} = \epsilon_{qp}$, $\mu_{pq} = \mu_{qp}$, т. е. взаимное влияние связанных линий считается одинаковым. Это положение при связи неодинаковых систем нуждается в доказательстве и может оказаться несправедливым. Поэтому в дальнейшем везде принимается, что в общем случае $\epsilon_{pq} \neq \epsilon_{qp}$, $\mu_{pq} \neq \mu_{qp}$.

Чтобы решить уравнения (4) и (7), необходимо знать коэффициенты связи α_{pqn}^2 и β_{pqn}^2 . Для их определения, как это следует из (5), (7) и (8), достаточно найти эквивалентные проводимости σ , которые, очевидно, зависят от способа осуществления связи между линиями, т. е. от граничных условий на поверхности связи. Поэтому прежде чем приступить к отысканию коэффициентов связи, необходимо оговорить, каким образом осуществляется связь между линиями.

Рассмотрим случай, когда направляющие поверхности исследуемых систем состоят из идеального электрического проводника, а связь между линиями осуществляется посредством щелей, прорезанных в их общих боковых стенках. При этом по граничным поверхностям систем протекают электрические токи, поверхностная плотность которых определяется известными граничными условиями:

$$\vec{i}_e \text{ пов} = [\vec{n}, \vec{H}]. \quad (9)$$

Магнитные токи отсутствуют, так как на поверхности идеального электрического проводника плотность магнитных токов

$$\vec{i}_m \text{ пов} = [\vec{n}, \vec{E}] = 0. \quad (10)$$

Если щели связи пересекают линии токов, то в них должны возникать токи смещения, замыкающие токи проводимости, определяемые равенствами (9) и (10). Численные значения токов смещения и токов проводимости при этом равны. Зная величины токов смещения, можно определить поля на отверстиях связи и, следовательно, значения потоков мощности, которыми обмениваются рассматриваемые линии. Связав эти мощности и токи смещения на щелях связи с эквивалентными токами, входящими в уравнения (1), можно определить искомые величины

$$\sigma_{epq}^p, \sigma_{eqp}^p, \sigma_{tpq}^p, \sigma_{tqp}^p.$$

Таким образом, задача отыскания коэффициентов связи сводится к нахождению токов смещения на отверстиях связи.

Если размеры щелей связи невелики, они мало искажают электромагнитное поле исходных несвязанных линий. В этом случае можно предположить, что плотности поверхностных токов почти не изменились при введении связи и для их определения в выражения (9) и (10) можно подставить поля исходных линий, которые, как правило, бывают известны. Но токи смещения на отверстиях связи численно равны поверхностным токам проводимости, поэтому плотность поверхностных электрических токов смещения

$$(\vec{i}_{epq})_{\text{см}} = [\vec{n}, \vec{H}'_{pq}], \quad (11)$$

а магнитные токи смещения, согласно (10), отсутствуют.

В выражении (11) \vec{H}'_{pq} — напряженность магнитного поля в исходной p -й линии, взятая на ее границе с q -й линией.

Свяжем плотности токов смещения на щелях связи с плотностями эквивалентных токов, входящими в уравнения (1) таким образом, чтобы их величины, усредненные на единице длины по площади поперечного сечения данной линии, совпадали. Для такого усреднения необходимо знать зависимость рассматриваемых величин от поперечных координат. Но токи смещения носят поверхностный характер, поэтому зависимость их от координаты, ортогональной к поверхности связи, может быть представлена δ -функцией:

$$\vec{i}_{epq} = [\vec{n}, \vec{H}'_{pq}] \delta(\xi - \xi_{pq}). \quad (12)$$

Здесь ξ — текущая координата, ортогональная к поверхности связи между p -й и q -й линиями;

ξ_{pq} — координата, определяющая границу этой поверхности со стороны p -й линии,

а \vec{i}_{epq} представляет собой уже объемную плотность электрического тока смещения, так как δ -функция имеет размерность м^{-1} .

Производя усреднения, находим

$$\overline{\vec{i}_{epq}^p} = \overline{\vec{i}_{epq}} = \frac{1}{V_p} \int_{V_p} \vec{i}_{epq} dv; \quad (13)$$

$$V_p = S_p L, \quad (14)$$

где S_p — площадь поперечного сечения p -й линии; L — единица длины линии в случае распределенной связи или период системы при дискретной периодической связи.

Поскольку магнитные токи смещения отсутствуют,

$$\vec{i}_{mpq}^p = 0 \quad (15)$$

и

$$\sigma_{mpq}^p = \sigma_{mqp}^p = 0. \quad (16)$$

Токи смещения с плотностью, определяемой (12), вызывают появление параллельной поверхности связи составляющей электрического поля

$$\vec{E}_{pq} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \vec{i}_{epq}, \quad (17)$$

что, в свою очередь, приводит к появлению потока мощности из p -й линии в q -ю:

$$P_{pq} = \int_{S_{pq}} [\vec{E}_{pq}, \vec{H}_p^*] \vec{n} ds, \quad (18)$$

где \vec{n} — нормаль к поверхности связи со стороны p -й линии;

S_{pq} — поверхность щели связи между p -й и q -й линиями.

Итак, в результате введения связи между линиями в них происходит утечка мощности, вызванная появлением токов смещения на щелях связи, т. е. мощность P_{pq} расходуется на поддержание тока смещения с плотностью \vec{i}_{epq} . Но из (13) следует, что эта же мощность должна рассеиваться при прохождении эквивалентного тока с плотностью \vec{i}_{epq}^p , т. е.

$$P_{pq} = \left| \vec{i}_{epq}^p \right| S_p^2 Z_{pq}^p, \quad (19)$$

где Z_{pq}^p — эквивалентное сопротивление p -й линии для тока с усредненной плотностью \vec{i}_{epq}^p .

Из (19) с учетом (13) получаем

$$Z_{pq}^p = \frac{P_{pq}}{S_p^2 \left| \vec{i}_{epq}^p \right|^2}.$$

В общем случае поток мощности P_{pq} и, следовательно, Z_{pq}^p могут являться функциями координат и решение уравнений поля представит весьма сложную математическую задачу. Тогда в качестве первого приближения можно использовать усредненные значения \bar{Z}_{pq}^p :

$$\bar{Z}_{pq}^p = \frac{\frac{1}{V_p} \int V_p P_{pq} dv}{S_p^2 \left| \vec{i}_{epq}^p \right|^2}. \quad (20)$$

Используя выражения (13) и (14), а также учитывая, что удельная проводимость линии σ связана с ее сопротивлением Z соотношением $\sigma = \frac{L}{SZ}$, находим искомую проводимость

$$\sigma_{e1q}^p = \frac{\left| \int_{V_p} \vec{i}_{epq}^p dv \right|^2}{\int_{V_p} P_{pq} dv}. \quad (21)$$

Для определения эквивалентных проводимостей σ_{eqp}^p проведем следующие рассуждения. Часть потока мощности P_{qp} , характеризующего влияние q -й линии на p -ю, тратится на создание запаса электромагнитной энергии в щелях связи. Считая, что поток мощности P_{qp} распределяется равномерно по общему объему p -й линии и области связи, найдем ту часть мощности, которая попадает в p -ю линию:

$$P_{qp}^p = \frac{V_p}{V_p + V_{pq}} P_{qp}, \quad (22)$$

где V_{pq} — объем щели связи.

При этом усредненная плотность тока

$$\vec{i}_{eqp}^p = \frac{1}{V_p + V_{pq}} \int_{V_p + V_{pq}} \vec{i}_{eqp} dv. \quad (23)$$

Если Z_{qp}^p — эквивалентное сопротивление p -й и q -й линии для тока с плотностью \vec{i}_{eqp}^p , то

$$\frac{V_p}{V_p + V_{pq}} P_{qp} = \left| \vec{i}_{eqp}^p \right|^2 S_p^2 Z_{qp}^p. \quad (24)$$

Проводя операции, аналогичные описанным выше, находим

$$\sigma_{eqp}^p = \frac{V_p}{V_p + V_{pq}} \frac{\left| \int_{V_p} \vec{i}_{eqp} dv \right|^2}{\int_{V_p} P_{qp} dv}. \quad (25)$$

Выражения (16), (21), (25) определяют искомые эквивалентные проводимости, необходимые для вычисления коэффициентов связи α_{pqn}^2 и β_{pqn}^2 . Проводимости, рассчитанные по этим формулам, являются функциями полей исходных линий, а также геометрии щелей связи и самих связанных систем. Подставив найденные значения коэффициентов связи в уравнения (4) и (6) и решив последние, можно найти искомые выражения для полей в исследуемой системе.

Рассмотрим, при каких условиях связь между линиями можно считать симметричной. Если не учитывать инерционности механизма связи (размеры отверстий связи в поперечном направлении бесконечно малы, т. е. $V_{pq} = 0$), симметричность связи предполагает $\sigma_{pq}^p = \sigma_{qp}^p$ или

$$\frac{\left| \int_{V_p} \vec{i}_{epq} dv \right|^2}{\int_{V_p} P_{pq} dv} = \frac{\left| \int_{V_p} \vec{i}_{eqp} dv \right|^2}{\int_{V_p} P_{qp} dv}. \quad (26)$$

Это выражение показывает, при каких условиях связь линий можно считать симметричной, а также определяет пределы применимости результатов работы [6]. В некоторых случаях при малой связи между линиями условие (26) выполняется достаточно точно. В частности, при рассмотрении двух направляющих систем, связанных через щели в решетчатой перегородке (например, волновод с решетчатой перегородкой), выражение (26) сводится к

$$\left(\frac{\sin \Gamma_1 a}{\Gamma_1 a}\right)^2 = \left(\frac{\sin \Gamma_2 a}{\Gamma_2 a}\right)^2,$$

где $2a$ — ширина щели связи;

$\Gamma_{1,2}$ — постоянные распространения в исходных линиях.

При $\Gamma_1 \neq \Gamma_2$ это соотношение справедливо только в случае малости величин $\Gamma_1 a$ и $\Gamma_2 a$, т. е. при размерах щели, значительно меньших длины волны в линии.

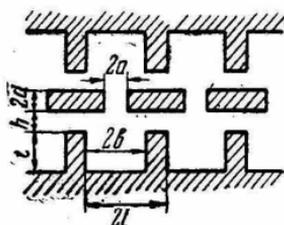


Рис. 1.

Однако для отверстий связи иной геометрии условия (26) могут не выполняться, т. е. связь между линиями нельзя считать симметричной, что должно быть учтено как в уравнениях поля, так и в выражениях для коэффициентов связи.

В качестве примера рассмотрим систему, состоящую из двух одинаковых прямоугольных диафрагмированных волноводов, связанных через щели в их общей стенке, причем толщина этой стенки произвольна (рис. 1). Подобная структура может быть использована, например, в качестве замедляющей системы двухлучевых приборов или в качестве распределенного вывода энергии. Данная система представляет собой две связанные одинаковые линии передачи, одним из свойств которых является взаимный периодический энергообмен — пространственные биения [7]. Если длина структуры равна периоду пространственных биений, определяемому размерами щелей связи, а один из волноводов используется как замедляющая система ЛБВ, то при поступлении сигнала на вход второй линии происходит перекачка высокочастотной энергии в первую линию, где происходит усиление, а затем усиленный сигнал поступает на выход второй системы. Подобные выходы энергии обладают рядом преимуществ, одно из которых — достаточная широкополосность (полоса пропускания вывода равна полосе каждой линии).

Для рассматриваемого случая выражения (4) и (6) представляют собой системы двух волновых уравнений. Применяя к ним методику решения, описанную в работе [6], можно найти, что в данной системе распространяются две волны с фазовыми постоянными

$$\gamma_{1,2} = k^2 + k_{11}^2 - x^2 \pm k_{1,2}^2. \quad (27)$$

Здесь k — волновое число;

χ — поперечное собственное число исходного диафрагмированного волновода;

k_{11}^2 и k_{12}^2 — коэффициенты связи, определяемые соотношениями

$$k_{11}^2 = k^2 \frac{\rho}{l} \left(\frac{\sin \Gamma a}{\Gamma a} \right)^2; \quad k_{12}^2 = \frac{h}{2d + h} k_{11}^2. \quad (28)$$

В выражения (28) входят размеры системы, явные из рис. 1, а также величина

$$\Gamma = \sqrt{k^2 - \chi^2} \quad (29)$$

— постоянная распространения исходного волновода.

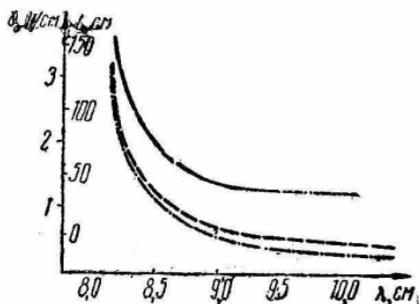


Рис. 2.

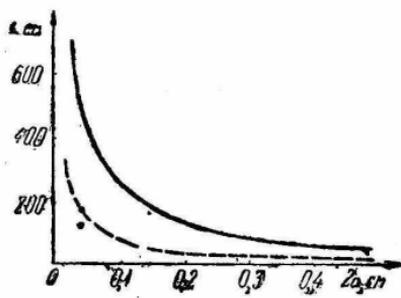


Рис. 3.

В процессе распространения волны с фазовыми постоянными γ_1 и γ_2 интерферируют, в результате чего в системе происходят пространственные биения с периодом

$$L = \frac{2\pi}{|\gamma_1 - \gamma_2|},$$

что совпадает с результатами работы [7], где рассматриваются два связанных идентичных волновода.

Расчет производился для следующих геометрических размеров (рис. 1): $2(l) = 1$ см; $2b = 0,43$ см; $t = 2,7$ см; $h = 2,43$ см, расстояние между боковыми металлическими стенками составляло 5,8 см, размер $2a$ варьировался в пределах от 0,02 до 0,5 см, размер $2d$ — от 0,1 до 1,0 см.

На рис. 2 изображены зависимости постоянных распространения γ_1 и γ_2 , а также периода пространственных биений L от длины волны λ для системы с $2a = 0,2$ см; $2d = 0,5$ см. Сплошная кривая соответствует зависимости $L = f(\lambda)$, штриховая — $\gamma_1 = f(\lambda)$ и штрих-пунктирная — $\gamma_2 = f(\lambda)$. Зависимости $\gamma_{1,2} = f(\lambda)$ при увеличении связи — сближаются, в пределе переходя в зависимость $\Gamma = f(\lambda)$, как это следует из (27) и (29). Влияние ширины щели связи на период пространственных биений для глубины щели $2d = 0,5$ см показано на рис. 3 (сплошная кривая соответ-

ствует длине волны $\lambda = 8,4$ см, а штриховая — $\lambda = 10$ см). На рис. 4 приведены зависимости периода пространственных биений от глубины щели связи при $2a = 0,2$ см для различных длин волн, причем сплошная кривая рассчитана при $\lambda = 8,2$ см, штриховая — $8,4$ см, а штрих-пунктирная — 9 см.

Для расчета характеристик и напряженностей полей несвязанных диафрагмированных волноводов использовались формулы работы [8].

В заключение отметим, что расхождение между кривыми $\gamma_{1,2} = f(\lambda)$ и аналогичными зависимостями, рассчитанными с помощью метода сшивания полей на границах частичных областей, составляет не более 3% при ширине щели $2a \leq 0,2$ см и не более 6% при $0,2$ см $\leq 2a \leq 0,5$ см (при расчете полевым методом учи-

тывались две пространственные гармоники), т. е. результаты получены с достаточной для многих практических случаев точностью, а счет получается значительно менее трудоемким, чем при использовании полевого метода.

ЛИТЕРАТУРА

1. П. Е. Краснушкин. Вестник МГУ, 1, 59, 1947.
2. S. E. Miller. Bell Syst. Tech. J., 33, 3, 1954.
3. Б. М. Машковцев, К. Н. Цибизов, Б. Ф. Емелин. Теория волноводов. Изд-во «Наука», 1966.
4. Б. М. Машковцев, Л. З. Бенсман, А. А. Хохрев. «Радиотехника», 15, 4, 1960.
5. А. М. Модель. Фильтры СВЧ в радиорелейных системах. Изд-во «Связь», 1967.
6. А. Г. Шеин, В. К. Пироженов. «Радиотехника и электроника», 13, 6, 1968.
7. П. Е. Краснушкин, Р. В. Хохлов. ЖТФ, 19, 8, 1949.
8. Р. А. Силин, В. П. Сазонов. Замедляющие системы. Изд-во «Советское радио», 1966.

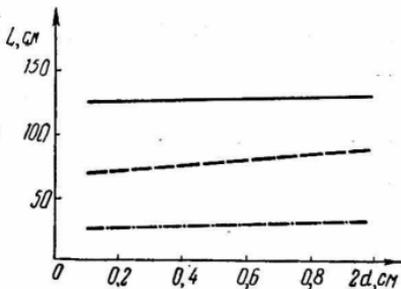


Рис. 4.