

К РАСЧЕТУ ПРЕДЕЛЬНЫХ РЕЗОНАТОРОВ

В. Ф. Кравченко, С. Н. Каретников, В. Д. Бобрышев

Харьков

В инженерной практике часто приходится конструировать различные СВЧ элементы, параметры которых должны быть значительно выше достигнутых на регулярных волноводах. В таких случаях полезно использование нерегулярных отрезков волноводов и нерегулярных предельных резонаторов, т. е. резонаторов с критическими сечениями.

Волноводные резонаторы, построенные на регулярных отрезках волноводов, имеют бесконечное множество резонансных частот. Избавление от нежелательных типов колебаний представляет собой довольно трудную задачу и приводит к усложнению конструкции резонатора.

С помощью нерегулярных отрезков волноводов можно создать нерегулярные предельные резонаторы, имеющие конечное, наперед заданное, число резонансов. Изменяя степень нерегулярности, обеспечиваем необходимый частотный интервал между резонансами.

Используя нерегулярные волноводы, можно создать предельные резонансные системы с открытыми торцами. Оставаясь СВЧ резонансными системами, они успешно применяются в измерительной технике, приборах, предназначенных для непрерывного контроля параметров веществ.

Нерегулярные предельные резонаторы могут найти применение при разработке различных СВЧ приборов, в радиорефрактометрии, спектроскопии ЭПР и др.

Применение их несколько ограничено из-за недостаточно точных расчетных выражений для предельных резонаторов с большой степенью нерегулярности, так как теория нерегулярных волноводов [1—4] построена в приближении малого угла. Перспективен в этом отношении метод R -функций, эффективно используемый при решении ряда краевых задач электродинамики [5—10]. Задача создания строгой теории нерегулярных резонаторов, связывающей изменение их частотных и энергетических

характеристик с изменением степени нерегулярности в широких пределах, является достаточно сложной и, как известно из литературы, нерешенной.

Теория

Для расчета круглого регулярно-нерегулярного предельного резонатора, представленного на рис. 1, был использован приближенный метод, при помощи которого было получено выражение, удобное для практических вычислений.

Известно, что фазовая скорость волны в регулярном волноводе определяется из соотношения

$$v_{\phi} = \frac{\lambda_g}{T} = \frac{c}{\sqrt{1 - (\lambda_0/\lambda_c)^2}},$$

Рис. 1.

где c — скорость света в свободном пространстве;
 λ_0 — длина волны в свободном пространстве;
 λ_c — критическая длина волны.

Для нерегулярного волновода с поперечным сечением, изменяющимся вдоль продольной координаты, ζ , $\lambda_c = \lambda_c(\zeta)$. В таком волноводе $v_{\phi} = v_{\phi}(\zeta)$. Следовательно,

$$v_{\phi} = \frac{d\zeta}{dt} = \frac{c}{\sqrt{1 - (\lambda_0/\lambda_c(\zeta))^2}}. \quad (1)$$

Нетрудно показать, что

$$\lambda_c(\zeta) = \lambda_{c_0} \left(1 + \frac{\zeta + l}{D_1} \right) \text{ при } -(D + l) \leq \zeta \leq -l;$$

$$\lambda_c(\zeta) = \lambda_{c_0} \left(1 - \frac{\zeta - l}{D} \right) \text{ при } l \leq \zeta \leq (D + l).$$

Сечение, в котором $\lambda_c(\zeta) = \lambda_0$, называется критическим. Электромагнитная энергия от него отражается в силу нарушения условий распространения. Выполнение условия резонанса требует, чтобы критические сечения отстояли друг от друга на расстоянии, равном целому числу длин полуволн в резонаторе $q \frac{\lambda_g}{4}$. В работе [4] для предельных резонаторов такой подход не является строгим, но с достаточной степенью точности это соотношение можно принять за основу для расчета. Тогда для рассматриваемого резонатора (рис. 1)

$$|\zeta_{c1}| = |\zeta_{c2}| = q \frac{\lambda_g}{4} \text{ и } \lambda_0 = \lambda_c(\zeta) \Big|_{\zeta = \pm q \frac{\lambda_g}{4}} \quad (2)$$

при $\theta_1 = \theta_2 = \theta$ и $D_1 = D_2 = D$.

Сделав в (1) разделение переменных с учетом (2), имеем

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{T}{2}} dt &= \frac{1}{c} \int_{\zeta = -q \frac{\lambda_g}{4}}^{\zeta = q \frac{\lambda_g}{4}} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c(\zeta)}\right)^2} d\zeta = \\ &= \frac{1}{c} \int_{-q \frac{\lambda_g}{4}}^{-l} \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{\left(1 + \frac{\zeta + l}{D}\right)^2}} d\zeta + \frac{1}{c} \int_{-l}^0 \sqrt{1 - \alpha^2} d\zeta + \\ &+ \frac{1}{c} \int_0^l \sqrt{1 - \alpha^2} d\zeta + \frac{1}{c} \int_l^{q \frac{\lambda_g}{4}} \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{\left(1 - \frac{\zeta - l}{D}\right)^2}} d\zeta, \end{aligned}$$

где $\alpha = \lambda_0 / \lambda_{c_0}$.

Ввиду того, что интеграл вида $\int \frac{\sqrt{a^2 - t^2}}{t^2} dt$ является табличным, после некоторых преобразований с учетом

$$\begin{aligned} D &= R / \operatorname{tg} \theta; \quad T = \frac{\lambda_0}{c} = \frac{\alpha \lambda_{c_0}}{c}; \\ \frac{D + l - q \frac{\lambda_g}{4}}{D} &= \frac{\lambda_c(\zeta) \Big|_{\zeta = \pm q \frac{\lambda_g}{4}}}{\lambda_{c_0}} = \frac{\lambda_0}{\lambda_{c_0}} = \alpha \end{aligned}$$

окончательно получаем

$$\frac{\pi}{2} \left(\frac{q \operatorname{tg} \theta}{u} + 1 \right) - \sqrt{\frac{1}{\alpha^2} - 1} \left(\frac{l \operatorname{tg} \theta}{R} + 1 \right) = \operatorname{arc} \sin \alpha. \quad (3)$$

Резонансная длина волны резонатора с известными геометрическими размерами и типом колебаний определяется по формуле

$$\lambda_0 = \frac{2\pi R \alpha}{u}, \quad (4)$$

где α — корень уравнения (3); u — корень уравнения $\operatorname{Im}'(u) = 0$ для волн типа TE_{mn} и уравнения $\operatorname{Im}'(u) = 0$ для волн типа TM_{mn} . Так, резонатор № 1 с $R = 3,642$ см, $\theta = 15^\circ$, $l = 0$ и типом колебания H_{011} рассчитывался на ЭВМ «Минск-22». Корень уравнения (3) для этого случая оказался равным 0,796. Соответствующее ему значение резонансной длины волны составило 4,756 см. Расхождение теоретических и экспериментальных результатов менее 0,066%.

Эксперимент

Согласно (3) и (4), экспериментальная проверка точности расчета резонаторов с длиной регулярной части $2l$, не равной нулю, показала, что с ростом l увеличивается расхождение теоретических и опытных данных. Установив такую зависимость, можно подобрать корректировочный коэффициент, при введении которого в (3) получено хорошее совпадение расчетных и экспериментальных результатов. Точность расчетов с помощью полученного таким образом полуэмпирического выражения

$$\frac{\pi}{2} \left(\frac{q \operatorname{tg} \theta}{u} + 1 \right) - \sqrt{\frac{1}{\alpha^2} - 1} \left(\frac{l \operatorname{tg} \theta}{1,68R} + 1 \right) = \operatorname{arc} \sin \alpha \quad (5)$$

иллюстрирует табл. 1.

Таблица 1

Резонаторы №	Резонансные частоты		Погрешность, %
	Теоретические данные	Экспериментальные данные	
1	6302	6298	0,066
2	7127	7125	0,028
3	7003	6997	0,086
4	6911	6916	0,058
5	6830	6833	0,044
6	7437	7434	0,040

Характерные размеры исследуемых резонаторов приведены в табл. 2.

Таблица 2

Размеры	Резонаторы					
	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5	№ 6
R , мм	36,42	30,90	30,90	30,90	30,90	30,90
θ , град	15	15	15	15	15	15
l , мм	0	8	12	15	18	0

Определенный интерес представляет экспериментальная проверка сообщения [13], в которой указывается, что добротность биконического резонатора, т. е. резонатора с $l = 0$, в 2—3 раза превышает добротность регулярного резонатора (при прочих равных условиях). Достаточно точное измерение добротности СВЧ резонаторов с большим значением Q представляет определенные трудности. Ширина полосы пропускания резонатора, работающего на частоте 6 Гц и имеющего добротность порядка $5 \cdot 10^4$, составляет 0,12 мц. Перестройка частоты СВЧ генератора на такую

величину затруднительна. Не менее трудно измерить величину перестройки с помощью внешнего прецизионного частотомера. Известные динамические методы измерения добротности требуют наличия высокостабильного генератора, а также сложной нестандартной измерительной аппаратуры. Поэтому предпочтение было отдано методике, описанной в патенте ФРГ [11], что дало возможность использовать для точных измерений Q стандартную измерительную аппаратуру. На рис. 2 приведена блок-схема установки, где 1 — генератор Г4-10А; 2 — аттенуатор Д5-10; 3 — ферритовый модулятор; 4 — генератор Г4-42; 5 — исследуемый резонатор; 6 — детекторная секция; 7 — осциллограф С1-15. Процесс измерения добротности по такой методике заключается в сравнении ширины линии исследуемого резонатора с известным расщеплением частоты сигнала, возникающего при амплитудной модуляции. Нагруженная добротность резонатора определяется из соотношения

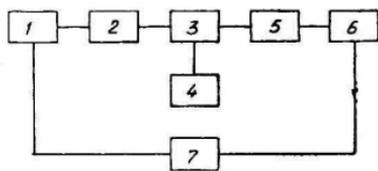


Рис. 2.

$$Q_n = \frac{f_0}{2\beta F},$$

где $\beta = \frac{\Delta f}{F}$ — определяется с помощью сетки на экране осциллографа;

Δf — половина ширины линии резонатора, регистрируемой на экране осциллографа при свипировании частоты;

F — частота модуляции.

Для резонатора № 1, изготовленного из латуни и несеребряного, измеренное значение Q_n оказалось порядка $2,5 \cdot 10^4$. Отметим, что среднеквадратичная ошибка указанных измерений при определении F с помощью электронно-счетного частотомера ЧКЗ-4А не превышает 4%. Теоретически достижимая собственная добротность регулярного резонатора, работающего на волне H_{011} и выполненного из латуни, составляет на этой же рабочей частоте $1,8 \cdot 10^4$. Нагруженная добротность данного резонатора (при таком коэффициенте связи и качестве обработки внутренней поверхности) не может превысить $9 \cdot 10^3$. Этот результат свидетельствует о том, что добротность биконического резонатора на волне H_{011} более чем в два раза превышает добротность регулярного цилиндрического. Следует отметить, что при достаточно хорошем качестве серебряного покрытия резонансной полости добротность резонатора может быть удвоена по сравнению с несеребрянным латунным резонатором [12]. Следовательно, уже на основном типе колебаний практически достижимы значения нагруженной добротности, превосходящие $5 \cdot 10^4$.

Анализ численных результатов

Приведем некоторые численные результаты, представленные в виде графиков на рис. 3 и 4. С помощью этих данных значительно уменьшается трудоемкость расчета биконического резонатора.

При заданных θ и типе колебаний на рис. 3 определяется соответствующее значение α . Зная α и R по графикам рис. 4, находим резонансную длину волны данного резонатора. Можно показать, что радиус резонатора r_c , соответствующий критическому сечению, определяется из соотношения $r_c = \alpha R$.

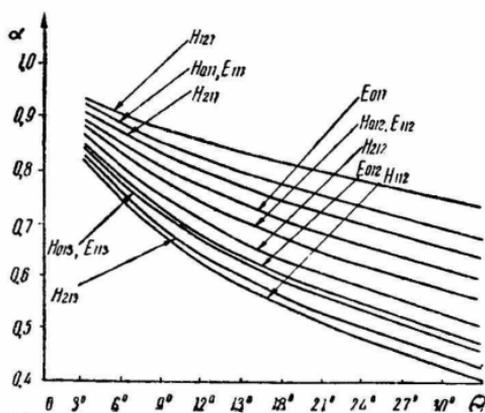


Рис. 3.

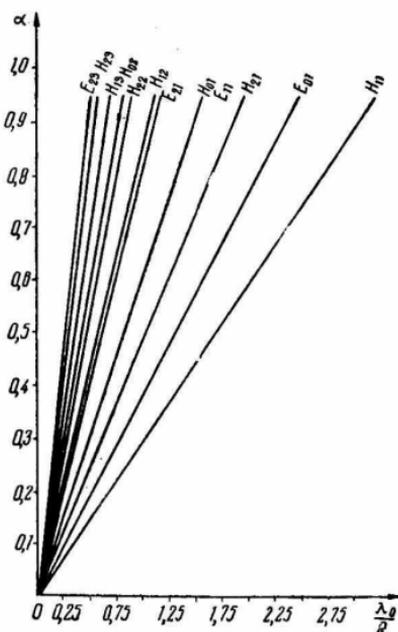


Рис. 4.

При конструировании предельных резонаторов следует учесть, что электромагнитное поле проникает за критическое сечение, быстро убывая в запредельном волноводе. В связи с этим для предельных резонаторов значение r_{min} необходимо брать меньшим r_c .

ВЫВОДЫ

1. Соотношение (5) полезно при расчетах регулярно-нерегулярных предельных резонаторов. Помимо этого отражает некоторые закономерности, связанные с изменением геометрии резонатора. Например, для резонаторов № 2—5 значение резонансных длин волн различно, несмотря на одинаковый диаметр регулярной области, т. е. различны и r_c . Это может быть использовано при создании перестраиваемого регулярно-нерегулярного резонатора.

2. Построение резонатора со смещающимися критическими сечениями может решить задачу прецизионного измерения электрических параметров пленок, срезов, тонких слоев жидкости, что представляет самостоятельный интерес для экспериментальной биофизики.

3. Расчетные формулы и численные результаты, полученные в данной работе, могут широко применяться при конструировании различных СВЧ приборов и при измерении параметров веществ.

4. В связи с тем, что добротность биконического резонатора более чем в два раза превышает добротность аналогичного ему цилиндрического, можно использовать такой резонатор для точного измерения частоты, а также в радиолокации и других случаях, где необходимы повышенные значения добротности при сохранении минимальных размеров резонансной системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Л. Гутман. К расчету волноводов с постепенно изменяющимся сечением. «Радиотехника», 12, № 9, 1957.

2. А. Л. Гутман. Применение асимптотического интегрирования волнового уравнения к решению некоторых волноводных и резонаторных задач. Докл. АН СССР, 125, № 6, 1959.

3. А. Л. Гутман. Резонансные области в волноводах с плавным изменением сечения. «Радиотехника и электротехника», 4, № 12, 1959.

4. Б. З. Кацеленбаум. Теория нерегулярных волноводов с медленно изменяющимися параметрами. Изд. АН СССР, 1961.

5. В. Л. Рвачев. К вопросу о построении последовательности координатных функций. Дифференциальные уравнения, т. 6, № 6, 1970.

6. В. Ф. Кравченко, В. Л. Рвачев. Применение метода R -функций для решения скалярной задачи теории дифракции. Сб. «Радиотехника», вып. 13. Изд-во ХГУ, Харьков, 1970.

7. В. Ф. Кравченко, В. Ф. Поляков, В. Л. Рвачев. К решению задачи дифракции плоской волны на системе из двух металлических лент методом R -функций. Сб. «Радиотехника», вып. 13. Изд-во ХГУ, Харьков, 1970.

8. В. Ф. Кравченко, В. И. Полевой, В. Л. Рвачев. Сб. «Радиотехника», вып. 17. Изд-во ХГУ, Харьков, 1971.

9. В. Ф. Кравченко, А. П. Слесаренко, В. Л. Рвачев. «Дифференциальные уравнения», т. 6, № 10, 1970.

10. В. Л. Рвачев. Геометрические приложения алгебры логики. Изд-во «Техника», Киев, 1967.

11. Патент ФРГ № 1 234 288, кл. 21a⁴, 71.

12. А. С. Байчурин. Расчет, конструирование и изготовление волноводных устройств и объемных резонаторов. Госэнергоиздат, 1963.

13. Д. П. Буртовой. Исследование возможности применения открытых предельных резонаторов для измерения параметров веществ. Автореф. канд. дисс., Харьков, 1969.