

О СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТАХ СИММЕТРИЧНЫХ МАГНИТНЫХ КОЛЕБАНИЙ В ОДНОКОЛЬЦЕВОМ КОАКСИАЛЬНОМ РЕЗОНАТОРЕ

В. Е. Буданов, В. Ф. Шинкаренко

Харьков

Одной из трудностей, встречающейся при использовании объемных резонаторов в СВЧ-аппаратуре, является проблема их одновременной настройки на одну и ту же частоту резонанса. В клистронном гетеродине, перестраиваемом СВЧ-приемнике и др. настраиваемый контур состоит из коаксиального резонатора, настройка которого осуществляется путем продольного перемещения подвижного центрального цилиндра относительно неподвижного внешнего. При линейном перемещении управляемого элемента, т. е. внутреннего цилиндра, частота меняется нелинейно [1]. Это порождает проблему сопряжения, заключающуюся в том, что во всем диапазоне перестройки с учетом всех вариантов одновременно настраиваемых контуров должна поддерживаться частота настройки, разная собственной резонансной частоте контуров.

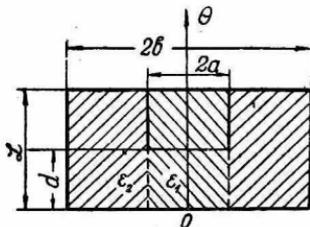


Рис. 1. Осевой разрез исследуемого резонатора.

Цель данной работы — установление зависимости частоты от перемещения центрального проводника при произвольных соотношениях между радиусами цилиндров для некоторых типов симметричных магнитных колебаний. Предполагается, что потери в системе отсутствуют.

Строгое решение задачи о нахождении собственных частот и собственных колебаний типа H цилиндрического резонатора с концентрическим кольцевым выступом внутри (рис. 1) получено в работе [2]. С помощью известного метода Римана-Гильберта задача сведена к отысканию корней бесконечного определителя $\Delta(x)$, элементы которого выражаются через $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ и параметры структуры:

$$\det [\delta_p^H \omega_s^p + \delta_{sp} (1 - \delta_p^H)] = 0, \quad (1)$$

где

$$\delta_p^H = 1 - \frac{2pJ'_m(q_{1p}a)}{q_{1p}\Delta_1 a \left[\frac{q_{2p}}{q_{1p}} \frac{Q_m^H}{G_m^H} J'_m(q_{1p}a) - J_m(q_{1p}a) \right]} \cdot \frac{|p|}{p};$$

$$\omega_s^p = (V_s^p - V_s^{-p}) - (V_0^p - V_0^{-p})P_s; \quad \delta_{sp} = \begin{cases} 1, & s = p, \\ 0, & s \neq p, \end{cases}$$

$$(s = 1, 2, 3, \dots; p = 1, 2, 3, \dots).$$

Здесь мы используем обозначения, введенные в работе [2]: a и b — радиусы соответственно внутреннего и внешнего цилиндров; L — высота резонатора; $L - d$ — высота кольцевого концентрического выступа; $\theta = \frac{d}{L}$.

Вычислительные аспекты проблемы нахождения корней сложного трансцендентного дисперсионного уравнения (1) проанализированы в работе [3]. Там же приводятся некоторые результаты численных расчетов.

Рассмотрев функционал Рэлея для соответствующей задачи Штурма-Лиувилля, можно [4] показать, что:

- 1) собственные значения рассматриваемой задачи вещественны;
- 2) все собственные числа не отрицательны;
- 3) с ростом диэлектрической проницаемости вещества, заполняющего резонатор, собственные значения не возрастают;
- 4) с уменьшением высоты резонатора L собственные значения не убывают.

В данной работе на примере симметричных магнитных колебаний остановимся на характерных особенностях полученного решения и поведении исследуемого детерминанта (1) в зависимости от различных параметров, а также результатах расчетов первых шести корней исследуемого дисперсионного уравнения $\Delta(x) = 0$.

Прежде всего отметим, что функция $\Delta(x)$ имеет полюса в точках, определяемых уравнением $J_1(\pi q_p b) = 0$ и соответствующих собственным частотам полого цилиндра диаметра b . В предельном случае $\theta \rightarrow 0$, т. е. при исчезновении щели между выступом и дном резонатора, получаем

$$\Delta(x) = \prod_{p=1}^{\infty} (1 - \delta_p^H). \quad (2)$$

Все корни уравнения (2) можно разбить на две группы: первая будет определять собственные частоты полого цилиндра радиуса a ($J_1(\pi q_p a) = 0$), вторая — частоты соответствующего коаксиального резонатора

$$J_1(\pi q_p a) N_1(\pi q_p b) - J_1(\pi q_p b) N_1(\pi q_p a) = 0.$$

При любых параметрах структуры $\Delta(x)$ имеет полюса в точках корней дисперсионного уравнения внешнего цилиндра, в то же время при стремлении $\theta \rightarrow 1$ корни $\Delta(x)$ стремятся к этим же точкам. Наложение корня и полюса приводит к тому, что при $\theta = 1$ и всех x $\Delta(x) = 1$.

Если $\theta \rightarrow 1$, приходим к $\Delta(x) \rightarrow 1$. Это не значит, что полученное решение нефизично. Дело в том, что окончательная бесконечная однородная система линейных алгебраических уравнений может быть получена относительно различных неизвестных.

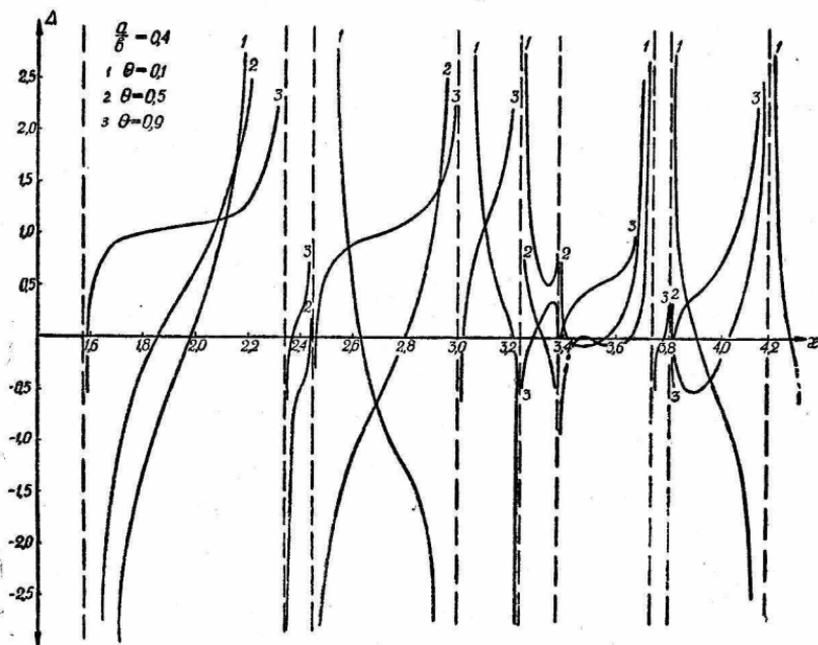


Рис. 2. Δ в зависимости от x при $\frac{a}{b} = 0.4$; $b = L = 1$; $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$.

Можно выписать ее относительно амплитуд пространственных гармоник в области $0 < r < a$ либо относительно амплитуд гармоник в области $a < r < b$. В зависимости от этого аналитически выполняются или не выполняются некоторые предельные переходы. То же можно сказать о предельных переходах $a \rightarrow b$ и $a \rightarrow 0$. Заметим, что при $a \rightarrow 0$ корни нашего дисперсионного уравнения должны стремиться к корням уравнения $J_1(\pi q_p b) = 0$, так как для колебаний типа H в цилиндрическом резонаторе вектор \vec{E} всегда перпендикулярен оси резонатора. Несмотря на то, что некоторые предельные переходы аналитически и не могут быть найдены, численно все же они получаются из уравнения (1) весьма эффективно.

Рассмотрим рис. 2, где представлены величины определителя Δ в зависимости от x при $\frac{a}{b} = 0.4$; $b = L = 1$; $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$ и трех различных значениях $\theta = 0.1$; $\theta = 0.5$, $\theta = 0.9$. Из рисунка можно

понять общий характер поведения Δ как функции x ; видно стремление корней определителя к предельным значениям для $\theta = 0,1$ и $\theta = 0,9$. Аналогичный вид имеют зависимости $\Delta(x)$ и для других значений параметров задачи.

На ЭВМ М-20 были рассчитаны первые шесть корней дисперсионного уравнения (1) для различных $\frac{a}{b}$ и θ при $b = L = 1$.

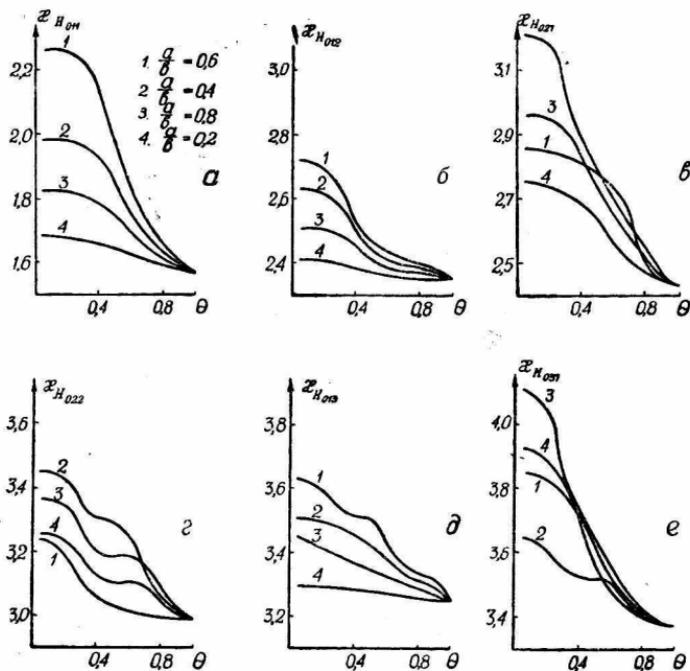


Рис. 3. x в зависимости от θ для различных значений $\frac{a}{b}$ и $b = L = 1, \epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$.

Графики, представленные на рис. 3, иллюстрируют зависимость частот различных колебаний от высоты внутреннего цилиндрического выступа. С уменьшением выступа (увеличением θ) частоты колебаний плавно и монотонно убывают, стремясь в пределе к частотам соответствующих типов колебаний полого резонатора.

Для первых трех типов колебаний в диапазоне $0,8 < \theta < 1$ и $0 < \theta < 0,2$ частота весьма слабо зависит от параметра θ . Вблизи $\theta = 0$ частоты колебаний близки к некоторым частотам коаксиального или внутреннего цилиндрического резонатора. В связи с этим необходимо заметить, что в зависимости от величины $\frac{a}{b}$ частота определенного типа колебаний при $\theta = 1$ может стре-

миться с уменьшением θ к частотам различных типов колебаний коаксиального или цилиндрического резонаторов. Например, из рис. 3 видно, что частота колебаний типа H_{021} полого цилиндра стремится с появлением и ростом высоты внутреннего цилиндра при $\frac{a}{b} = 0,2$ к частоте колебания H_{021} соответствующего коаксиального резонатора; при $\frac{a}{b} = 0,4$ — к частоте колебания H_{011} внутреннего цилиндра, при $\frac{a}{b} = 0,6$ — к частоте колебания H_{012} внутреннего цилиндра и при $\frac{a}{b} = 0,8$ — к частоте колебания H_{021} внутреннего цилиндра.

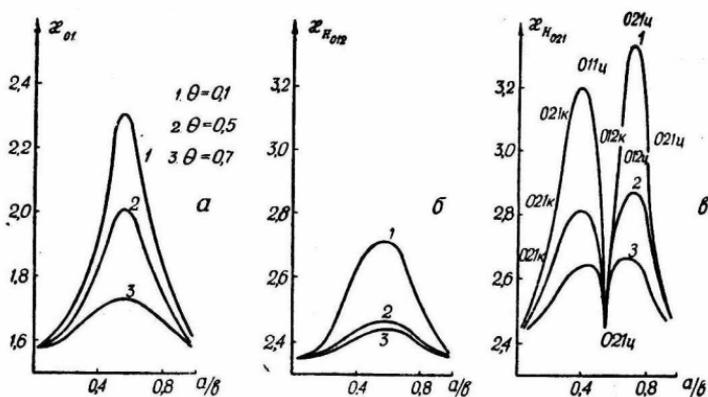


Рис. 4. x в зависимости от $\frac{a}{b}$ для некоторых значений θ при $b = L = 1$ и $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$.

Особенно характерны в этом смысле зависимости частот собственных колебаний рассматриваемого резонатора от $\frac{a}{b}$ для различных θ . Для первых трех типов при $b = L = 1$ они представлены на рис. 4. Рассмотрим, например, кривую с $\theta = 0,1$ на рис. 4, в. Для значений $\frac{a}{b}$, кратных 0,1, здесь представлены номера близких по частоте колебаний цилиндрического или коаксиального резонаторов (например, 012 к означает колебание типа H_{012} коаксиального резонатора). Видно, что строгого соответствия между колебаниями полого резонатора и колебаниями, к которым они стремятся при $\theta \rightarrow 0$, установить не удастся.

Максимумы сдвига частоты резонатора с выступом относительно частоты полого резонатора, естественно, близки к тем значениям $\frac{a}{b}$, где выступ попадает в пучность электрического

поля. При $\frac{a}{b} = \frac{\mu_l}{\mu_m}$, где μ_l и μ_m — корни функции Бесселя первого рода первого порядка, коаксиальный выступ попадает в узел электрического поля и частота соответствующего колебания резонатора с выступом равна частоте колебания H_{0mp} полого резонатора.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лео Бельсер, Флашинг Манор. Метод и устройство для сопряжения коаксиального резонатора. Патент США № 3.020500 кл. 333—82 от 6/II 1962.
2. В. Ф. Шинкаренко. Сб. «Радиотехника», вып. 15. Изд-во ХГУ. «Харьков», 1970.
3. В. Е. Буданов, А. А. Кириленко, В. Ф. Шинкаренко. Сб. «Радиотехника», вып. 18. Изд-во ХГУ. Харьков, 1971.
4. В. Я. Арсенин. Математическая физика. Изд-во «Наука», 1966.