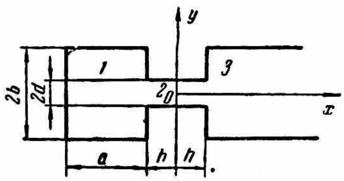
ОТКРЫТАЯ СТРУКТУРА ИЗ ПРЯМОУГОЛЬНОГО И ПЛОСКО-ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ВОЛНОВОДОВ, РАЗДЕЛЕННЫХ ДИАФРАГМОЙ КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ

Г. К. Снурникова

Харьков

Теоретические исследования открытых структур, в которых существуют «волны с утечкой», характеризующиеся комплексной постоянной распространения, представляют интерес для создания практических волноведущих устройств [1—3].

В настоящей работе рассматривается открытая структура, состоящая из прямоугольного и плоско-параллельного волноводов, разделенных диафрагмой конечной толщины (рисунок). Ранее уже были решены задачи о собственных волнах в аналогичных открытых структурах, но только для случая, когда стенка, разделяющая два волновода, является бесконечно тонкой [4], решение получено численным методом. Применяемый в данной работе способ решения задачи о распространении электромагнитных волн в структуре с диафрагмой конечных размеров позволяет учесть толщину стенки раздела двух волноводов. Он дает возможность получить строгое решение задачи, не накладывая каких-либо существенных ограничений на соотношение между длиной волны и геометрическими размерами структуры. В случае узких щелей найдено аналитическое решение задачи. Показано, что в рассматриваемой структуре существуют волны, относящиеся к классу волн с утечкой («leaky waves»).



Предположим, что металлические стенки волноводов и диафрагмы являются идеально проводящими, среда внутри структуры однородна, изотропна и имеет $\varepsilon = \mu = 1$. Разобьем поперечное сечение исследуемой открытой структуры на три области: область $1 - h \leqslant |x| \leqslant a$, $|y| \leqslant b$; область $2 - |x| \geqslant h$, $|y| \leqslant a$; область $3 - x > h$, $|y| \leqslant b$. Рассмотрим распространение H-волн в такой системе. Продольную составляющую поля H_z внутри каждой из областей ищем в виде

$$H_{z1} = e^{i\gamma z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} [a_n e^{-p_n(x+h)} + b_n e^{p_n(x+h+a_1)}] e^{i\frac{\pi n}{b} y}; \tag{1}$$

$$H_{z2} = e^{i\gamma z} \sum_{m=0}^{\infty} [c_m \operatorname{sh} q_m x + d_m \operatorname{ch} q_m x] \cos\frac{\pi m}{2d}(y + d); \tag{2}$$

$$H_{z3} = e^{i\gamma z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n e^{p_n(x-h)} e^{i\frac{\pi n}{b} y}, \tag{3}$$

где a_n, b_n, c_m, d_m, g_n — неизвестные амплитудные коэффициенты Фурье-поля;

$$p_n = i\sqrt{k^2 - \gamma^2 - \left(\frac{\pi n}{b}\right)^2}; \quad q_m = i\sqrt{k^2 - \gamma^2 - \left(\frac{\pi m}{2d}\right)^2},$$

знаки p_n и q_m выбраны так, что $\operatorname{Re} p_n \geqslant 0$; $\operatorname{Re} q_m \geqslant 0$; временной множитель $e^{-i\omega t}$ опущен.

Удовлетворяя граничным условиям на металлических поверхностях структуры и на границах раздела областей при $x = \pm h$, $|y| < d$ и $x = \pm h$, $b < |y| < d$, приходим к некоторой системе функциональных уравнений. Используя способ, являющийся разновидностью метода переразложения системы функций, полной на одном интервале, по системе функций, полной на другом, функциональные уравнения сводим к двум бесконечным системам линейных алгебраических уравнений второго рода относительно коэффициентов Фурье искомых полей $A_n(a_n)$, q_n

$$2p_nA_n \operatorname{sh} p_na = -\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{s=-\infty}^{\infty} q_m [A_sV^{(m)} \operatorname{ch} p_sa - q_sU^{(m)}]\, G; \tag{4}$$

$$2p_ng_n = -\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{s=-\infty}^{\infty} q_m [A_sV^{(m)} \operatorname{ch} p_sa - g_sU^{(m)}]\, G,$$

где

$$G = \frac{n\Theta^2 S_{mn}}{n\Theta + \frac{m}{2}} \frac{s\Theta S_{ms}}{s\Theta + \frac{m}{2}};\; A_n = 2a_ne^{p_na};$$

$$S_{mn} = \frac{\sin \pi \left(n\Theta - \frac{m}{2}\right)}{\pi\left(n\Theta - \frac{m}{2}\right)};\; S_{ms} = \frac{\sin \pi \left(s\Theta - \frac{m}{2}\right)}{\pi\left(s\Theta - \frac{m}{2}\right)};$$

$$U^{(m)} = \operatorname{cth} q_mh + \operatorname{th} q_mh;\; V^{(m)} \operatorname{cth} q_mh - \operatorname{th} q_mh;\; \Theta = \frac{d}{b}.$$

Эти системы уравнений, представляющие строгое решение задачи о собственных волнах рассматриваемой открытой структуры, могут быть решены численно методом редукции с любой необходимой точностью. Системы уравнений (4) позволяют определить постоянную распространения H-волн в структуре и искомые электромагнитные поля, не накладывая никаких ограничений на параметры задачи.

Пользуясь результатами работ [5—7], можно для случая узких щелей ($\Theta^2 \ll 1$) получить решение систем уравнений (4) в явном виде. Пусть

$$A_n = A_n^{(0)} + A_n^{(1)};\; g_n = g_n^{(0)} + g_n^{(1)},$$

где $A_n^{(0)}$, $g_n^{(0)}$ — решение систем уравнений (4) в случае, когда в щели учитываем лишь одну пространственную гармонику с индексом $m = 0$, а $A_n^{(1)}$, $g_n^{(1)}$ — некоторые малые добавки, получающиеся для значений $m \neq 0$, которые, как можно показать, пропорциональны Θ^3. Тогда системы уравнений (4) можно записать следующим образом:

$$A_n^{(0)} = -\frac{\Theta k_c S_{0\,n}}{2p_n \operatorname{sh} p_na} \sum_{s=-\infty}^{\infty} (A_s^{(0)}U^{(0)} \operatorname{ch} p_sa - g_sV^{(0)})\, S_{0s}; \tag{5}$$

$$g_n^{(0)} = -\frac{\Theta k_c S_{0\,n}}{2p_n} \sum_{s=-\infty}^{\infty} (A_s^{(0)}V^{(0)} \operatorname{ch} p_sa - g_sU^{(0)})\, S_{0s},$$

где

$$U^{(0)}=2\operatorname{ctg}2k_ch;\quad V^{(0)}=\frac{2}{\sin 2k_ch};\quad S_{0n}=\frac{\sin\pi n\Theta}{\pi n\Theta};\quad S_{0s}=\frac{\sin\pi s\Theta}{\pi s\Theta};$$

$$k_c=\sqrt{k^2-\gamma^2}.$$

Выберем решение систем уравнений (5) в виде

$$A_n^{(0)}=\xi\frac{S_{0\,n}}{p_n\operatorname{sh}p_na}+g_n^{(0)}\frac{1}{\operatorname{ch}p_na}\frac{V^{(0)}}{U^{(0)}};\tag{6}$$

$$g_n=\eta\frac{S_{0\,n}}{p_n}+A_n^{(0)}\operatorname{ch}p_na\frac{V^{(0)}}{U^{(0)}}.$$

(ξ, η — некоторые константы). Подставляя (6) в (5), получим систему уравнений относительно ξ, η

$$\xi\Psi V^{(0)}\operatorname{cth}p_na-\eta(2-U^{(0)}\Phi)=0;\tag{7}$$

$$\xi(2+U^{(0)}\Psi)\operatorname{cth}p_na+\eta U^{(0)}\Phi=0,$$

где

$$\Psi=\Theta k_c\sum_{s=-\infty}^{\infty}\frac{\operatorname{cth}p_sa}{p_s}S_{0s}^2;\quad \Phi=\Theta k_c\sum_{s=-\infty}^{\infty}\frac{S_{0s}^2}{p_s}.$$

Система (7) имеет нетривиальное решение, если ее определитель равен нулю

$$\begin{vmatrix}\Psi V^{(0)} & -(2-V^{(0)}\Phi)\\ 2+U^{(0)}\Psi & V^{(0)}\Phi\end{vmatrix}=0.$$

После преобразований получаем

$$(\operatorname{ctg}k_ch-\Psi)(\operatorname{tg}k_ch+\Psi)+(\operatorname{ctg}k_ch-\Phi^*)(\operatorname{tg}k_ch+\Phi^*)=$$
$$=-(\Psi-\Phi^*)^2,$$
$$\Phi^*=-\Phi.\tag{8}$$

Это есть дисперсионное уравнение открытой структуры из прямоугольного и плоско-параллельного волноводов, разделенных диафрагмой конечной толщины для значений щели $d\ll b$. Оно дает связь между постоянной распространения γ, длиной волны и геометрическими размерами волноводов и диафрагмы. В случае $\Theta^2\ll 1$ и $\varkappa=\frac{kb}{\pi}<\frac{1}{2}$ при расчете γ из уравнения (8) можно пользоваться приближенными значениями Ψ и Φ^* в виде

$$\Psi=-\Theta\left(\operatorname{ctg}k_ca+2\frac{k_ca}{\pi}\delta\ln\sin\frac{\pi\Theta}{2}\right);$$

$$\Phi^*=\Theta\left(i-2\frac{k_ca}{\pi}\delta\ln\sin\frac{\pi\Theta}{2}\right),\quad \delta=\frac{b}{a}.$$

Из вида дисперсионного уравнения (8) можно заключить, что в структуре существуют волны, аналогичные классу волн с утечкой. Комплексная постоянная распространения таких волн указывает на излучение энергии через щель. Для значений $a \to -\infty$ дисперсионное уравнение (8) распадается на два уравнения соответственно для симметричных и несимметричных колебаний относительно плоскости $x = 0$

$$\operatorname{ctg} k_c h - \Phi^* = 0; \ \operatorname{tg} k_c h + \Phi^* = 0. \tag{9}$$

Итак, наблюдается разделение колебаний на симметричные и несимметричные H-колебания, которые характеризуют распространение электромагнитных волн в открытой структуре, представляющей собой плоско-параллельный волновод с двумя продольными прямоугольными выступами.

Разделение колебаний имеет место и в случае $\Psi - \Phi^* = 0$. Это приводит к условию $\operatorname{ctg} k_c a + i = 0$. Видно, что k_c — комплексная величина. Полагая $k_c = k_c' + ik_c''$, получаем $k_c'' a \geqslant 1{,}5$. Таким образом, дисперсионное уравнение (8) распадается на два уравнения вида (9) при условии, когда мнимая часть собственного волнового числа больше $\frac{1{,}5}{a}$.

В предельном случае, когда $2h \to 0$, $2d \to 0$, получаем значения собственных волновых чисел прямоугольного волновода размерами $a \times 2b$. Для бесконечно тонкой стенки ($2h \to 0$), разделяющей прямоугольный и плоско-параллельный волноводы, дисперсионное уравнение (8) упрощается и принимает вид

$$\operatorname{ctg} k_c a + A k_c a - i = 0,$$

где

$$A = 2\frac{\rho}{\pi} \ln \sin \frac{\pi\Theta}{2}, \ \rho = \frac{2b}{a}.$$

Как видно, постоянная распространения такой открытой структуры с бесконечно тонкой стенкой является комплексной величиной. Пусть $k_c a = m\pi + \zeta$ ($m = 0, 1, 2, \ldots, \zeta < \pi$), где $\zeta = \alpha - i\beta$ ($\beta > 0$). Тогда для малых значений β ($\beta \ll 1$) и небольших значений m получаем, что $\alpha = \frac{\pi}{2} + \tilde{\alpha}$ ($\tilde{\alpha}$ — некоторая малая величина). Чем больше m, тем ближе α к $\frac{\pi}{2}$, т. е. $\tilde{\alpha} \to 0$. При больших m существует такое m, когда $\operatorname{tg} \alpha \to 0$ или $\alpha \to 0$, т. е. $k_c' a = m\pi$. Для малых значений A $\beta = -\frac{1}{A}$, а величина α определяется из уравнения

$$\operatorname{tg} \alpha = A(m\pi + \alpha), \ m = 0, 1, 2 \ldots$$

Для случая малых значений Θ ($\Theta^2 \ll 1$) и $\varkappa < \frac{1}{2}$ в структуре, состоящей из прямоугольного и плоско-параллельного волноводов, разделенных диафрагмой конечной толщины, удается получить поля в аналитической форме

$$H_{z1} = A_0 e^{i\gamma z} [\cos k_c (x + h + a) - \sigma_1 \sin k_c a];$$

$$H_{z2} = -A_0 \frac{e^{i\gamma z}}{\Theta} \sin k_c a \sin k_c (x + h) [1 + \Psi \operatorname{ctg} k_c (x + h)];$$

$$H_{z3} = A_0 i e^{i\gamma z} \frac{2 + U\Psi}{V\Phi} \sin k_c a [e^{ik_c(x-h)} + i\sigma_2],$$

где

$$\sigma_1 = 2k_c \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{ch} p_n (x + h + a)}{p_n \operatorname{sh} p_n a} S_{0n} e^{i \frac{\pi n}{b} y}; \quad \sigma_2 = 2k_c \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{p_n(x-h)}}{p_n} \times$$

$$\times S_{0n} e^{i \frac{\pi n}{b} y}.$$

Можно показать, что

$$|\sigma_i| < \frac{C}{1 - e^{\frac{\pi}{b}|x-h|}} \; (i = 1,\ 2); \quad C = 2 \frac{k_c b}{\pi}$$

при

$$x = h \quad |\sigma_i| < C \frac{\pi^2}{6}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. L. O. Goldstone, A. A. Oliner. Leaky-wave antennas I: Rectangular waveguides. JRE Trans. On Antennas and Prop., v. AP-7, № 4, p. p. 307—320. October, 1959.
2. R. C. Honey. A flush-mounted leaky-wave antenna with predicatable patterns. JRE Trans. on Antennas and Prop., v. AP-7, № 4, p. p. 320—329, October, 1959.
3. P. J. B. Clarricoats, P. E. Green, A. A. Oliner. Slotmode propagation in rectangular waveguide. Electronics Letters, v.2 № 8, p. p. 307—308, August, 1966.
4. Л. И. Белоусова, В. Н. Злуницына. Прямоугольный волновод с продольной щелью, излучающий в плоско-параллельную область. Сб. «Радиотехника», вып. 10. Изд-во ХГУ, Харьков, 1969.
5. В. Г. Сологуб. Наклонное падение H-поляризованной плоской волны на периодическую решетку, составленную из брусьев прямоугольного сечения. Сб. «Радиотехника», вып. 4. Изд-во ХГУ, Харьков, 1967.
6. С. С. Третьякова, О. А. Третьяков. Резонансные свойства систем с дифракционными решетками. Сб. «Радиотехника», вып. 10. Изд-во ХГУ, Харьков, 1969.
7. В. Г. Сологуб, В. П. Шестопалов, Г. Г. Половников. Дифракция электромагнитных волн на металлических решетках с узкими щелями. ЖТФ, 37, 4, 1967.