

ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА РЕШЕТКЕ, РАСПОЛОЖЕННОЙ НА ГРАНИЦЕ ДВУХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЛОЕВ

А. И. Адонина, А. М. Андрусенко, В. М. Комолов,
Ю. Т. Рена

Харьков

Исследуем поле, дифрагированное на плоской решетке, состоящей из бесконечно тонких металлических полос и расположенной на границе двух диэлектрических слоев (рис. 1). Сверху ($z > 0$) на рассматриваемую структуру под углом α к оси oz падает плоская электромагнитная волна. В силу принципа линейной суперпозиции достаточно рассмотреть случаи E -поляризации (электрический вектор падающего поля параллелен металлическим полосам решетки, т. е. оси ox) и H -поляризации (магнитный вектор падающего поля параллелен оси ox).

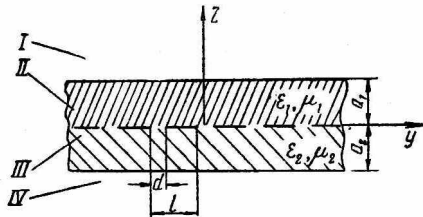


Рис. 1. Решетка, расположенная на границе двух диэлектриков.

В случае E -поляризации поля в соответствующих областях (рис. 1) запишутся в виде [2]

$$\begin{aligned}
 E_{x1} &= e^{-i(\gamma_0 z - h_0 y)} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{i\gamma_n(z-a_1)} e^{ih_n y}; \\
 E_{x2} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} d'_n e^{i\gamma_{n1} z} e^{ih_n y} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} d''_n e^{-i\gamma_{n1}(z-a_1)} e^{ih_n y}; \\
 E_{x3} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c'_n e^{i\gamma_{n2} z} e^{ih_n y} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} c''_n e^{-i\gamma_{n2}(z+a_2)} e^{ih_n y}; \\
 E_{x4} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{-i\gamma_n(z+a_2)} e^{ih_n y},
 \end{aligned} \tag{1}$$

где $\gamma_n = \sqrt{k^2 - h_n^2}$, $\gamma_{n1} = \sqrt{k^2 \varepsilon_1 - h_n^2}$, $\gamma_{n2} = \sqrt{k^2 \varepsilon_2 - h_n^2}$,
 $h_n = h_0 + \frac{2\pi n}{l}$; $h_0 = k \sin \alpha$; $\gamma_0 = k \cos \alpha$.

Подчиняя векторы E и H граничным условиям — непрерывность тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей на границе воздух — диэлектрик ($z = a_1$; $z = -a_2$), диэлектрик — диэлектрик ($z = 0$, на щели) и $E_{x2} = E_{x3} = 0$ ($z = 0$ на металле) — получим следующую систему уравнений:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \gamma_n^E e^{i h n y} = 0, \quad (\text{металл})$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \gamma_n \chi_n^E e^{i h n y} = \gamma_0 \gamma_0^* e^{i h_0 y}, \quad (\text{щель})$$

где

$$\gamma_n^E = \frac{1}{2} \frac{\gamma_n}{\gamma_{n2}} \left[\left(\frac{\gamma_{n2}}{\gamma_n} - 1 \right) e^{i \gamma_{n2} 2 a_2} + \left(\frac{\gamma_{n2}}{\gamma_n} + 1 \right) e^{-i \gamma_{n2} 2 a_2} \right];$$

$$\chi_n^E = \frac{1}{4} \left\{ \left[\left(\frac{\gamma_{n2}}{\gamma_n} + 1 \right) e^{-i \gamma_{n2} a_2} - \left(\frac{\gamma_{n2}}{\gamma_n} - 1 \right) e^{i \gamma_{n2} 2 a_2} \right] + \frac{\gamma_{n1}}{\gamma_{n2}} \left[\left(\frac{\gamma_{n2}}{\gamma_n} + 1 \right) e^{-i \gamma_{n2} 2 a_2} + \left(\frac{\gamma_{n2}}{\gamma_n} - 1 \right) e^{i \gamma_{n2} 2 a_2} \right] \frac{(\gamma_n + \gamma_{n1}) + (\gamma_n - \gamma_{n1}) e^{2i \gamma_{n1} a_1}}{(\gamma_n + \gamma_{n1}) - (\gamma_n - \gamma_{n1}) e^{2i \gamma_{n1} a_1}} \right\};$$

$$\gamma_0^* = \frac{2 \gamma_{01} e^{-i \gamma_{01} a_1}}{(\gamma_{01} + \gamma_0) e^{-i \gamma_{01} a_1} + (\gamma_{01} - \gamma_0) e^{i \gamma_{01} a_1}}.$$

Система уравнений (2) аналогична системе, рассмотренной в работе [1], поэтому определение коэффициентов Фурье, входящих в (2), проведем способом, предложенным в указанной работе, т. е. сведем уравнения (2) к неоднородной задаче сопряжения [3]. Для этого продифференцируем первое уравнение системы (2) один раз и введем обозначения

$$x_n = b_n \gamma_n^E (x \sin \alpha + n); \quad \varphi = \frac{2 \pi y}{l}; \quad \theta = \frac{\pi d}{l};$$

$$\xi_n^E = 1 + i \frac{|n|}{n} \frac{|x \sin \alpha + n|}{(x \sin \alpha + n)} \sqrt{\frac{x^2}{(x \sin \alpha + n)^2} - 1} \frac{\chi_n^E}{\gamma_n^E}.$$

Теперь равенства (2) принимают вид

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n e^{i n \varphi} = 0, \quad \theta < |\varphi| < \pi;$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n \frac{|n|}{n} e^{i n \varphi} = -i \gamma_0 \gamma_0^* + \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n \frac{|n|}{n} \zeta_n^E e^{i n \varphi} \quad |\varphi| < \theta.$$

К уравнениям (4) следует добавить еще одно

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n \frac{x_n}{|x \sin \alpha + n|} = 0,$$

которое получается из первого уравнения (2) при $y = \frac{l}{2}$.

Проводя решение (4) аналогично рассмотренному в работах [1] и [2], получим бесконечную систему линейных алгебраических уравнений второго рода для определения амплитуд основной волны и гармоник дифракционного спектра

$$\begin{aligned} x_m &= -i\gamma_0\gamma_0^*V_m^0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n \frac{|n|}{n} \zeta_n^E V_m^n + 2CR_m; \\ 0 &= -i\gamma_0\gamma_0^*\tilde{V}_\sigma^0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n \frac{|n|}{n} \zeta_n^E \tilde{V}_\sigma^n + 2C\tilde{R}_\sigma, \\ m &= 0; \pm 1; \pm 2 \dots \end{aligned} \quad (6)$$

где V_m^n , R_m определены в работе [1] через полиномы Лежандра, \tilde{V}_σ^n , \tilde{R}_σ определены в [2] через функции Лежандра. Аргументом у полиномов и функций Лежандра является параметр $u = \cos \frac{\pi d}{l}$.

При $\alpha = 0^\circ$ \tilde{V}_σ^n и R_σ имеют особенность, поэтому для случая нормального падения переход от системы (6) следует проводить так, как это было сделано в работе [2]. В результате получаем

$$\begin{aligned} x_m &= i\gamma_0(b_0\chi_0^E - \gamma_0^*)V_m^0 + \sum_{n>0} x_n \zeta_n^E [V_m^n + V_m^{-n}] + 2CR_m; \\ -b_0\gamma_0 &= i\gamma_0(b_0\chi_0^E - \chi_0^*)V_\sigma^0 + \sum_{n>0} x_n \zeta_n^E [V_\sigma^n + V_\sigma^{-n}] + 2CR_\sigma; \end{aligned} \quad (7)$$

V_σ^n и R_σ определены в работе [1].

Все остальные величины (ζ_n , χ_n , η_n , ...) получаются из соответствующих величин для наклонного падения ($\alpha \neq 0^\circ$), если в них положить $\alpha = 0^\circ$.

В случае H -поляризации падающей волны поля во всех областях (рис. 1) запишутся аналогично (1) только для H_x -составляющих. Проводя решение по схеме, описанной для E -поляризации, для случая H -поляризации, получим следующую бесконечную систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} 0 &= (i\gamma_{01}\Omega + \gamma_0^* \sin \alpha) \delta_0 \tilde{V}_\sigma^0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_n \frac{|n|}{n} \zeta_n^H \tilde{V}_\sigma^n + 2C\tilde{R}_\sigma; \\ y_0 + \gamma_0^* \delta_0 \sin \alpha &= (i\gamma_{01}\Omega + \gamma_0^* \sin \alpha) \delta_0 V_0^0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_n \frac{|n|}{n} \zeta_n^H V_0^n + \\ &\quad + 2CR_0; \quad (8) \\ y_n &= (i\gamma_{01}\Omega + \gamma_0^* \sin \alpha) \delta_0 V_m^0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_n \frac{|n|}{n} \zeta_n^H V_m^n + 2CR_m, \end{aligned}$$

где

$$y_n = \alpha_n \chi_n^H \beta_n (\sin \alpha + n); \quad \Omega = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right);$$

$$\zeta_n^H = 1 + i \frac{|n|}{n} \frac{|x \sin \alpha + n|}{(x \sin \alpha + n)} \frac{\Omega}{\chi_n^H} \sqrt{\frac{x^2 \varepsilon_1}{(x \sin \alpha + n)^2} - 1};$$

$$\delta_0 = \left[\left(1 - \varepsilon_1 \frac{\gamma_0}{\gamma_{01}} \right) e^{-a i_1 (\gamma_0 + \gamma_{01})} - \left(1 + \varepsilon_1 \frac{\gamma_0}{\gamma_{01}} \right) e^{-i a_1 (\gamma_0 - \gamma_{01})} \right];$$

$$\beta_n = \left[\left(1 + \varepsilon_1 \frac{\gamma_n}{\gamma_{n1}} \right) e^{-i \gamma_{n1} a_1} - \left(1 - \varepsilon_1 \frac{\gamma_n}{\gamma_{n1}} \right) e^{i \gamma_{n1} a_1} \right];$$

$$\chi_n^H = \frac{1}{2} (\chi_{n1} + \chi_{n2}); \quad \gamma_0^* = \frac{1}{2} (\chi_{01} - \chi_{02});$$

$$\chi_{n1} = \frac{(\gamma_{n1} - \varepsilon_1 \gamma_n) e^{-i a_1 \gamma_{n1}} + (\gamma_{n1} + \varepsilon_1 \gamma_n) e^{i a_1 \gamma_{n1}}}{(\gamma_{n1} - \varepsilon_1 \gamma_n) e^{-i a_1 \gamma_{n1}} - (\gamma_{n1} + \varepsilon_1 \gamma_n) e^{i a_1 \gamma_{n1}}};$$

$$\chi_{n2} = \frac{(\gamma_{n2} - \varepsilon_2 \gamma_n) e^{i \gamma_{n2} a_2} + (\gamma_{n2} + \varepsilon_2 \gamma_n) e^{-i \gamma_{n2} a_2}}{(\gamma_{n2} - \varepsilon_2 \gamma_n) e^{i \gamma_{n2} a_2} - (\gamma_{n2} + \varepsilon_2 \gamma_n) e^{-i \gamma_{n2} a_2}}.$$

Для нормального падения волны ($\alpha = 0^\circ$), проводя предельный переход от системы (8) по способу, рассмотренному в работе [2], получим

$$-B_0 - i \gamma_0^* \delta_0 = i (a_0 \beta_0 + \delta_0) \gamma_{01} \Omega V_0^0 + \sum_{n>0} y_n \zeta_n^H [V_0^n + V_0^{-n}] + 2CR_0; \quad (9)$$

$$0 = i (a_0 \beta_0 + \delta_0) \gamma_{01} \Omega V_0^0 + \sum_{n>0} y_n \zeta_n^H [V_0^n + V_0^{-n}] + 2CR_0;$$

$$y_m = i (a_0 \beta_0 + \delta_0) \gamma_{01} \Omega V_m^0 + \sum_{n>0} y_n \zeta_n^H [V_m^n + V_m^{-n}] + 2CR_m,$$

где

$$B_0 = a_0 \chi_0 \beta_0.$$

Аргументом у полиномов и функций Лежандра, входящих в V_m^n , R_m , V_σ^n , R_σ , \tilde{V}_σ^n , \tilde{R}_σ в уравнениях (8) и (9), является $v = u = -\cos \frac{\pi d}{l}$.

Учитывая, что параметр $\zeta_n^{E, H} \rightarrow 0 \left(\frac{1}{n^2} \right)$, сходимость систем (6) — (9) доказывается аналогично работе [5], следовательно, решать их можно методом редукции.

Для обеспечения достаточной сходимости в диапазоне $0 < x \leq 3$ можно положить $\zeta_n = 0$ для всех $|n| > 4$. Это позволяет вместо бесконечных систем линейных алгебраических уравнений (6) — (9) рассматривать соответствующие усеченные по $|n|$ конечные системы. В результате расчета на ЭВМ были получены зависимости коэффициентов отражения $|a_n|$ и прохождения $|b_n|$ от $x \left(x = \frac{l}{\lambda} \right)$ для различных значений диэлектрической проницаемости слоев,

разных толщин, коэффициентов заполнения решетки и углов падения плоской волны на исследуемую структуру (рис. 1) для E - и H -поляризованных волн.

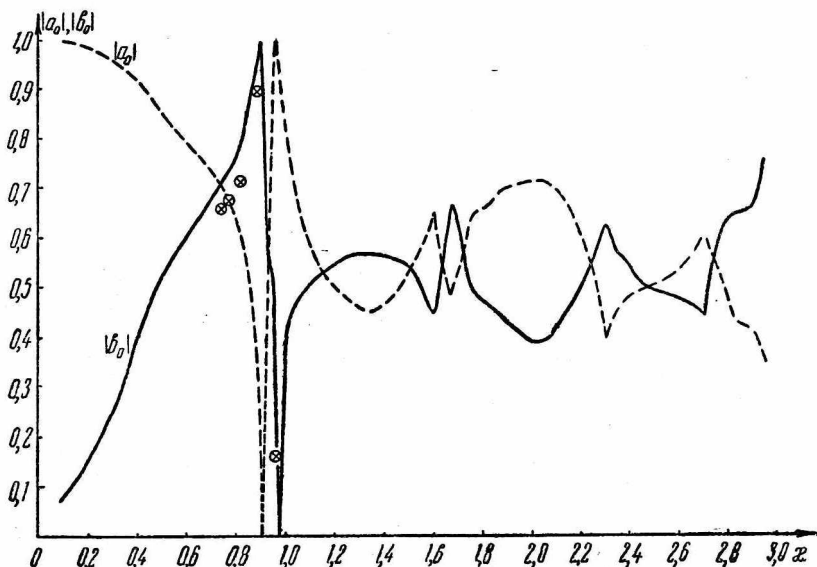


Рис. 2. Зависимость коэффициента прохождения $|b_0|$ и отражения $|a_0|$ от параметра x для случая E -поляризованного падающего поля. Точками отмечены результаты эксперимента ($\alpha = 0^\circ$; $u = 0$; $a_1 = 0$; $\epsilon_1 = 1$; $\text{tg } \delta_1 = 0$; $a_2 = 0,2857$; $\epsilon_2 = 2,07$; $\text{tg } \delta_2 = 0$).

На основании анализа графиков для коэффициентов отражения и прохождения E - и H -поляризованных волн можно сказать, что диэлектрик оказывает сильное влияние на дифракционные свойства периодической структуры. Прежде всего следует отметить скачки коэффициентов отражения и прохождения от 1 до 0, которые мы назовем аномалиями (рис. 2—4). При увеличении толщины диэлектрика для одной и той же диэлектрической проницаемости как для случая E -поляризации, так и для случая H -поляризации аномалии смещаются в сторону длинных волн, а расстояние между двумя соседними темными или светлыми линиями ($|a_0| = 1$, $|b_0| = 0$) уменьшается. При увеличении ϵ для одной и той же толщины диэлектрика в обоих случаях E - и H -поляризации аномалии также смещаются в сторону более длинных волн. В случае, когда диэлектрик расположен над решеткой ($a_2 = 0$, $a_1 \neq 0$), аномалии появляются в тех же местах, что и для случая, когда этот же диэлектрик такой же толщины расположен под решеткой ($a_2 \neq 0$, $a_1 = 0$). Кроме того, в данной

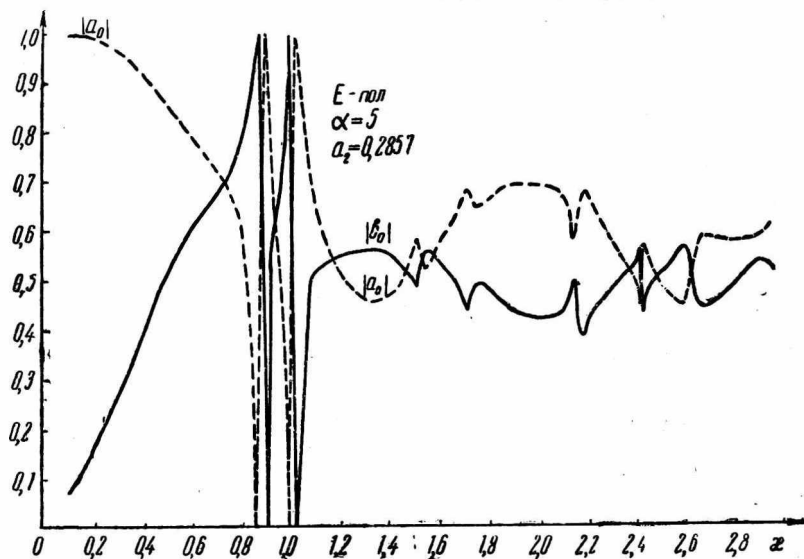


Рис. 3. То же, что для рис. 2 при $\alpha = 5^\circ$.

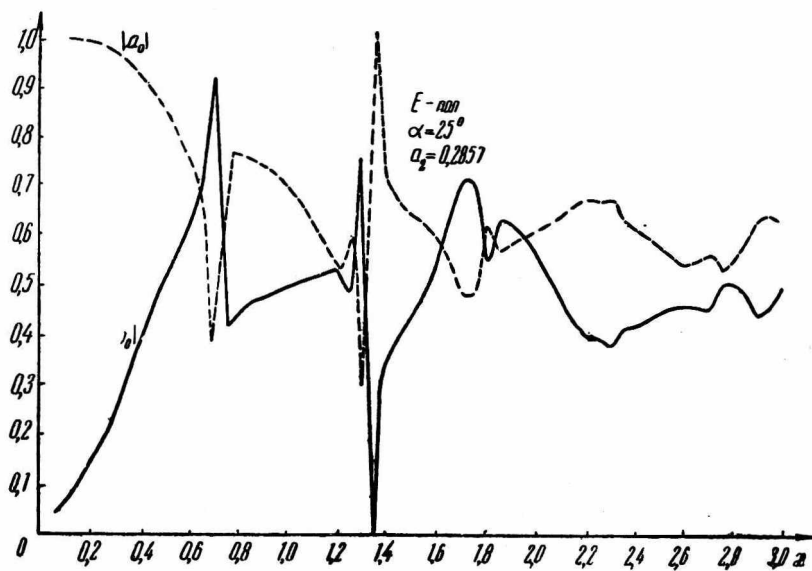


Рис. 4. То же, что для рис. 2 при $\alpha = 25^\circ$.

структуре наблюдаются четвертьволновые и полуволновые резонансы гармоник по толщине диэлектрика. При увеличении угла падения на исследуемую структуру для обеих поляризаций падающего поля происходит увеличение интервала по параметру x между двумя соседними темными и светлыми линиями, как для отраженного, так и для прошедшего полей (рис. 3, 4).

Эксперимент, проведенный на установке [4], работающей в миллиметровом диапазоне волн, показал хорошее совпадение с теоретическими результатами (рис. 2).

ЛИТЕРАТУРА

1. З. С. Агранович, В. А. Марченко, В. П. Шестопапов. Дифракция электромагнитных волн на плоских металлических решетках. ЖТФ, т. 32, вып. 4, 381, 1962.

2. А. И. Адонина, В. П. Шестопапов. Дифракция электромагнитных волн при наклонном падении на плоской металлической решетке с диэлектрическим слоем. ЖТФ, т. 33, вып. 6, 641, 1963.

3. Н. И. Мухелишвили. Сингулярные интегральные уравнения. Физматгиз, 1962.

4. А. И. Адонина, А. М. Андрусенко. Измерение длины волны по углу падения на решетку в режиме скольжения n -й гармоники. ЖТФ, т. 36, вып. 1, стр. 194, 1966.

5. Е. Н. Подольский. Автореф. канд. дисс., Харьков, 1966.