ВЛИЯНИЕ ДВУХЭЛЕМЕНТНОЙ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ РЕШЕТКИ НА УСИЛЕНИЕ ОДНООСНОГО ПЛОСКО-ПАРАЛЛЕЛЬНОГО СЛОЯ КРИСТАЛЛА КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ

В. Ф. Кравченко

Харьков

Изучение прохождения электромагнитных волн через плоскопараллельную пластинку из произвольного поглощающего кристалла рассматривалось Федоровым и Гончаренко [1]. Они получили условия усиления и генерации света кристаллической пластины на границах раздела сред. Повышенный интерес к решению такой задачи прежде всего вызван разработкой ряда приборов. Представляют интерес аналогичные задачи при наличии на торцах пластинки решеток.

Предположим, что металлическая решетка помещена на слой кристалла толщины a. Условно разобьем наше пространство на три области: верхнее пространство над решеткой $z > 0$ — область I, пространство, занимаемое кристаллом, $-a < z < 0$ — область II, нижнее пространство $z < -a$ — область III.

Ось кристалла расположена в плоскости yoz и составляет с осью oz угол α. Тензор диэлектрической проницаемости в главной системе координат имеет вид

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} P_1 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & \rho \\ 0 & \rho & P_3 \end{pmatrix},$$

где

$$P_1 = \varepsilon_0; \ P_2 = \varepsilon_0 \cos^2 \alpha + \varepsilon_e \sin^2 \alpha;$$

$$P_3 = \varepsilon_0 \sin^2 \alpha + \varepsilon_e \cos^2 \alpha; \ \rho = (\varepsilon_e - \varepsilon_0) \sin \alpha \cos \alpha. \qquad (1)$$

Ввиду того, что обыкновенные и необыкновенные волны в нашем случае распространяются независимо друг от друга, в дальнейшем рассматривать их будем раздельно.

Падающую электромагнитную волну на металлическую решетку (исследуем случай нормального падения) запишем в виде

$$\vec{E} = \vec{i} e^{-ikz}, \ \vec{H} = \vec{j} e^{-ikz}.$$

Электромагнитные поля для каждой из областей — в виде

$$\vec{E}_{\rm I} = \vec{i} \left[e^{-ikz} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{a}_n e^{i\frac{2\pi n}{l} y} \right];$$

$$\vec{E}_{\rm II} = \vec{i} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\tilde{b}_n e^{-i\gamma_{n20}^{\text{пр}} z} + \tilde{c}_n e^{i\gamma_{n20}^{\text{отр}} z} \right] e^{i\frac{2\pi n}{l} y}; \qquad (2)$$

$$\vec{E}_{\rm III} = \vec{i} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{d}_n e^{-i\gamma_n z} e^{i\frac{2\pi n}{l}y}.$$

Из уравнений Максвелла для вектора $\vec{H}$

$$\vec{H}_{\rm I} = \vec{j}\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\gamma_n}{k}\tilde{a}_n e^{i\gamma_n z} e^{i\frac{2\pi n}{l}y} - e^{-ikz}\right] - \vec{k}\frac{1}{\varkappa}\sum_{n=-\infty}^{\infty} n\tilde{a}_n e^{i\gamma_n z} e^{i\frac{2\pi n}{l}y}; \quad (3)$$

$$\vec{H}_{\rm II} = \vec{j}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[-\frac{\gamma_{n20}^{\rm пр}}{k}\tilde{b}_n e^{-i\gamma_{n20}^{\rm пр} z} + \frac{\gamma_{n20}^{\rm отр}}{k}\tilde{c}_n e^{+i\gamma_{n20}^{\rm отр} z}\right] e^{+i\frac{2\pi n}{l}y} -$$

$$-\vec{k}\frac{1}{\varkappa}\sum_{n=-\infty}^{\infty} n\left[\tilde{b}_n e^{-i\gamma_{n20}^{\rm пр} z} + \tilde{c}_n e^{i\gamma_{n20}^{\rm отр} z}\right] e^{i\frac{2\pi n}{l}y};$$

$$\vec{H}_{\rm III} = \vec{j}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\gamma_n}{k}\tilde{d}_n e^{-i\gamma_n z} - \frac{\vec{k}}{\varkappa}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\tilde{d}_n e^{-i\gamma_n z} e^{i\frac{2\pi n}{l}y}.$$

Приведем коэффициенты распространения обыкновенных волн

$$\gamma_{n20}^{\rm пр} = \gamma_{n20}^{\rm отр} = \frac{2\pi}{l}\sqrt{\varepsilon_0\varkappa^2 - n^2}; \quad \gamma_n = \frac{2\pi}{l}\sqrt{\varkappa^2 - n^2}.$$

После удовлетворения точным граничным условиям получим следующую связь между коэффициентами дифракционных гармоник:

$$\tilde{d}_n = \frac{2\gamma_{n20}}{\gamma_{n20} + \gamma_n}\tilde{b}_n e^{i(\gamma_{n20} - \gamma_n)a};$$

$$\tilde{c}_n = \frac{\gamma_{n20} - \gamma_n}{\gamma_{n20} + \gamma_n}\tilde{b}_n e^{i2\gamma_{n20}a}; \quad (4)$$

$$\tilde{a}_n = \delta_{0n} + \left[1 + \frac{(\gamma_{n20} - \gamma_n)}{\gamma_{n20} + \gamma_n}\right]\tilde{b}_n;$$

систему уравнений

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[1 + \frac{\gamma_{n20} - \gamma_n}{\gamma_{n20} + \gamma_n}e^{i2\gamma_{n20}a}\right]\tilde{b}_n e^{i\frac{2\pi n}{l}y} = 0 \in \text{М};$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\gamma_{n20} + \gamma_n - \frac{(\gamma_{n20} - \gamma_n)}{(\gamma_{n20} + \gamma_n)}e^{i2\gamma_{n20}a}\right]\tilde{b}_n e^{i\frac{2\pi n}{l}y} = 2k \in \text{Щ}, \quad (5)$$

а также дополнительные условия

$$(-1)^m\frac{x_m}{m} = -\tilde{b}_0\left[1 + \frac{\gamma_{020} - \gamma_0}{\gamma_{020} + \gamma_0}\right]e^{i2\gamma_{020}a};$$

$$\sum_{m\neq 0}\frac{x_m}{m} = -\tilde{b}_0\left[1 + \frac{\gamma_{020} - \gamma_0}{\gamma_{020} + \gamma_0}\right].$$

Введем обозначения

$$f_n^1 = 1 + \frac{\gamma_{n20} - \gamma_n}{\gamma_{n20} + \gamma_n} e^{i2\gamma_{n20}a}; \quad \alpha_n^0 = f_n^1 \tilde{b}_n;$$

$$F_n' = \left[1 + \frac{\gamma_{n20}}{\gamma_n}\right] + \left[1 - \frac{\gamma_{n20}}{\gamma_n}\right] \frac{\gamma_{n20} - \gamma_n}{\gamma_{n20} + \gamma_n} e^{i2\gamma_{n20}a};$$

$$\xi_n^0 = \frac{1}{2} \frac{F_n^1}{f_n} \sqrt{\frac{\varkappa^2}{n^2} - 1}; \quad \chi_n^0 = 1 + i\xi_n^0.$$

Тогда система уравнений принимает вид

$$\begin{aligned} x_m = i\varkappa\alpha_0^0 F_0' V_m^0 + i\varkappa V_m^0 + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n^0 \chi_n \left[V_m^n + V_m^{-n}\right] + \\ + 2\left(c_2 R_m + c_1 R_m\right) \quad m \neq 0; \\ 0 = i\varkappa\alpha_0^0 F_0^0 V_0^0 - i\varkappa V_0^0 - \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n^0 \chi_n \left[V_0^n + V_0^{-n}\right] + \\ + 2\left(c_2 R_0 + c_1 R_{-1}\right); \\ \alpha_0^0 = i\varkappa\alpha_0^0 F_0^0 V_{[\sigma]}^0 - i\varkappa V_{[\sigma]}^0 + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n^0 \chi_n \left[V_{[\sigma]}^n + V_{[\sigma]}^{-n}\right] + \\ + 2\left(c_2 R_{[\sigma]} + c_1 R_{[\sigma]}^1\right); \\ \alpha_0^0 = i\varkappa\alpha_0^0 F_0^0 W_{[\sigma]}^0 - i\varkappa W_{[\sigma]} + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n^0 \chi_n \left[W_{[\sigma]}^n + W_{[\sigma]}^{-n}\right] + \\ + 2\left(c_2 \tilde{R}_{[\sigma]} + c_1 R_{[\sigma]}^1\right). \end{aligned} \tag{6}$$

Для случая длинноволнового приближения $\varkappa = \frac{l}{\lambda} \ll 1$ в системе (6) можно положить $\chi_n \equiv 0$. Тогда

$$\tilde{b}_0 = \frac{4i\varkappa\left[R_{[\sigma]}\tilde{R}_{[\sigma]}^{(1)} - \tilde{R}_{[\sigma]}R_{[\sigma]}^{(1)}\right]}{f_0^1\left\{4i\varkappa F_0^1\left[R_{[\sigma]}R_{[\sigma]}^{(1)} - \tilde{R}_{[\sigma]}R_{[\sigma]}^{(1)}\right] + \left[R_{[\sigma]}^{(1)} - \tilde{R}_{[\sigma]}^{(1)}\right]\right\}}, \tag{7}$$

где

$$\tilde{R}_{[\sigma]}^{(1)} = -\frac{1}{2\sqrt{2(1-u)}} \ln \frac{1-v}{32} \frac{(1-u+2\sqrt{1-u})^2}{(1-u)^2}$$

$$R_{[\sigma]}^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2(1-u)}} \ln \frac{\sqrt{1-u^2}}{1-u+\sqrt{2(1-u)}};$$

$$\tilde{R}_{[\sigma]} = R_{[\sigma]}^{(1)} - \ln\left[1 - \sqrt{\frac{1-u}{2}}\right];$$

$$R_{[\sigma]} = R_{[\sigma]}^{(1)} - \frac{1}{2} \ln \frac{1+u}{2}.$$

При $v \to 1$ в (7) можно получить известное приближение Ламба для плоской периодической решетки. Ввиду того, что стремление к нулю соответствующих членов в формуле (7) медленное $\ln\frac{1}{(1-v)}$, значение v, даже несколько отличное от единицы, может существенно отразиться на b_0.

Остальные коэффициенты легко найти, воспользовавшись выражением (4^{I}) и (4^{II}).

Зная b_0, определим коэффициент прохождения

$$\tilde{d}_0 = \frac{8i\varkappa\left[R_{[\sigma]}\tilde{R}^{(1)}_{[\sigma]} - \tilde{R}_{[\sigma]}R^{(1)}_{[\sigma]}\right]\frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{1+\sqrt{\varepsilon_0}}e^{i2ka\sqrt{\varepsilon_0 - 1}}}{f_0^1\left\{4i\varkappa F_0^1\left(R_{[\sigma]}\tilde{R}^{(1)}_{[\sigma]} - R^{(1)}_{[\sigma]}R_{[\sigma]}\right) + \left(R^{(1)}_{[\sigma]} - \tilde{R}^{(1)}_{[\sigma]}\right)\right.}, \tag{8}$$

где

$$f_0^1 = 1 + \frac{\sqrt{\varepsilon_0} - 1}{\sqrt{\varepsilon_0} + 1}e^{i2ka\sqrt{\varepsilon_0}};$$

$$F_0^1 = (1 + \sqrt{\varepsilon_0}) + (1 - \sqrt{\varepsilon_0})\frac{\sqrt{\varepsilon_0} - 1}{\sqrt{\varepsilon_0} + 1}e^{i2ka\sqrt{\varepsilon_0}}.$$

Как известно [2], в случае активного кристалла тензор диэлектрической проницаемости — величина комплексная (имеет малую мнимую часть, т. е. $\varepsilon_0 = \varepsilon_0' - i\varepsilon_0''$; $\varepsilon_e = \varepsilon_e' - i\varepsilon_e''$).

В общем случае усиление зависит от прозрачности кристаллической пластинки, поэтому для нас представляет интерес изучение влияния решеток специальной геометрии на усиление электромагнитной волны в целом. Варьируя параметры решетки d, d_1, u, v, $a|l$, можно в широких пределах изменять поведение коэффициента прохождения такой системы.

Для определения коэффициента усиления сначала найдем коэффициент прохождения кристалла без потерь для основной дифракционной гармоники, затем вычислим коэффициент прохождения для активного кристалла с учетом потерь.

Следовательно, коэффициент усиления будет определяться отношением коэффициента прохождения активного кристалла к коэффициенту прохождения прозрачного кристалла

$$K = \frac{\tilde{d}_0^1}{\tilde{d}_0},$$

где $\tilde{d}_0^1$ — коэффициент прохождения при наличии потерь;
d_0 — без их учета.

После некоторых преобразований для коэффициента усиления получим следующее выражение:

$$K=\frac{\left[1+\frac{\sqrt{\varepsilon}-1}{\sqrt{\varepsilon}+1}e^{i2ka\sqrt{\varepsilon_0}}\right]\left[i\varkappa\tilde{\Delta}\left(1+\sqrt{\varepsilon_0}+(1+\sqrt{\varepsilon_0})\frac{\sqrt{\varepsilon_0}-1}{\sqrt{\varepsilon_0}+1}e^{ika\sqrt{\varepsilon_0}}+D\right]\right.}{\left[1+\frac{\sqrt{\varepsilon_0'}-1}{\sqrt{\varepsilon_0'}+1}e^{i2ka\sqrt{\varepsilon_0}}\right]\left[i\varkappa\tilde{\Delta}\left\{1+\sqrt{\varepsilon_0'}+\left(1-\sqrt{\varepsilon_0'}\right)\frac{\sqrt{\varepsilon_0'}-1}{\sqrt{\varepsilon_0'}+1}e^{i2ka\sqrt{\varepsilon_0}}+D\right]\right.}\times$$

$$\times\frac{\sqrt{\varepsilon_0}\left(\sqrt{\varepsilon_0}+1\right)e^{ika\left(\sqrt{\varepsilon}-1\right)}}{\sqrt{\varepsilon_0'}\left(\sqrt{\varepsilon_0'}+1\right)\Big\}}, \qquad (9)$$

где

$$\tilde{\Delta}=4\left[R_{[\sigma]}\tilde{R}^{1}_{[\sigma]}-\tilde{R}_{[\sigma]}R^{(1)}_{[\sigma]}\right];\qquad \tilde{D}=R^{(1)}_{[\sigma]}-\tilde{R}^{(1)}_{[\sigma]}. \qquad (9')$$

Как следует из соотношения (9), коэффициент усиления зависит от толщины слоя кристалла, его диэлектрической постоянной, а также от частоты падающей электромагнитной волны. В режиме самовозбуждения коэффициент усиления обращается в бесконечность. Условие генерирования активного одноосного плоскопараллельного слоя кристалла можно также получить из равенства нулю определителя однородной системы линейных алгебраических уравнений (6).

Рассмотрим теперь падение на спецрешетку поляризованной $\vec{H}$-волны с единичной амплитудой

$$\vec{H}=\vec{i}e^{-ikz},\quad \vec{E}=\vec{j}e^{-ikz}.$$

Поля во всех трех областях запишем в виде

$$\vec{H}_{\text{I}}=\vec{i}\left[e^{-ikz}+\sum_{n=-\infty}^{\infty}\tilde{a}_n e^{i\gamma_n z}e^{i\frac{2\pi n}{l}y}\right];$$

$$\vec{H}_{\text{II}}=\vec{i}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\tilde{b}^1_n e^{-i\gamma^{\text{пр}}_{n2e}z}+\tilde{c}^1_n e^{i\gamma^{\text{отр}}_{n2e}z}\right]e^{i\frac{2\pi n}{l}y};$$

$$\vec{H}_{\text{III}}=\vec{i}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\tilde{d}_n e^{-i\gamma_n z}e^{i\frac{2\pi n}{l}y}. \qquad (10)$$

Из уравнений Максвелла получим соотношение для $\vec{E}$-поля:

$$\vec{E}_{\text{I}}=\vec{j}\left[e^{-ikz}-\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\gamma_n}{k}\tilde{a}^1_n e^{i\gamma_n z}e^{i\frac{2\pi n}{l}y}\right]+\vec{k}\frac{1}{\varkappa}\sum_{n=-\infty}^{\infty}n\tilde{a}^1_n e^{i\gamma_n z}e^{i\frac{2\pi n}{l}y};$$

$$\vec{E}_{\text{II}} = \vec{j}\,\frac{1}{\widetilde{\varkappa\alpha}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sqrt{P_3\varkappa^2 - n^2}\left(\tilde{b}_n^1 e^{-i\gamma_{n20}^{\text{пр}} z} - \tilde{c}_n^1 e^{i\gamma_{n20}^{\text{отр}} z}\right) e^{i\frac{2\pi n}{l} y} +$$

$$+ \frac{\vec{k}}{\widetilde{\varkappa\alpha}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{\tilde{\alpha} n - \rho\sqrt{P_3\varkappa^2 - n^2}}{P_3}\,\tilde{b}_n^1 e^{-i\gamma_{n2e}^{\text{пр}} z} + \right.$$

$$\left. + \frac{\alpha n + \rho\sqrt{P_3\varkappa^2 - n^2}}{P_3}\,\tilde{c}_n^1 e^{i\gamma_{n2e}^{\text{отр}} z}\right] e^{i\frac{2\pi n}{l} y}; \qquad (11)$$

$$\vec{E}_{\text{III}} = \vec{j} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\gamma_n}{k}\,\tilde{d}_n^1 e^{-i\gamma_n z} e^{i\frac{2\pi n}{l} y} + \frac{\vec{k}}{\varkappa} \sum_{n=-\infty}^{\infty} n\tilde{d}_n^1 e^{-i\gamma_n z} e^{i\frac{2\pi n}{l} y}.$$

Из волнового уравнения для необыкновенной волны найдем

$$\gamma_{n2e}^{\text{пр}} = \frac{2\pi}{l}\,\frac{\rho_n + \tilde{\alpha}\sqrt{P_3\varkappa^2 - n^2}}{P_3}; \quad \gamma_{n2e}^{\text{отр}} = \frac{2\pi}{l}\,\frac{-\rho_n + \tilde{\alpha}\sqrt{P_3\varkappa^2 - n^2}}{P_3};$$

$$\gamma_n = \frac{2\pi}{l}\sqrt{\varkappa^2 - n^2}.$$

Аналогично тому, как это было сделано для нахождения неизвестных коэффициентов $\tilde{a}_n^1$, $\tilde{b}_n^1$, $\tilde{c}_n^1$, $\tilde{d}_n^1$, для случая необыкновенных волн получим соотношения

$$\tilde{c}_n^1 = \tilde{b}_n^1\,\frac{g_n^1 - \tilde{\alpha}\gamma_n}{g_n^1 + \tilde{\alpha}\gamma_n}\,e^{i\frac{2k}{P_3} g_n^1 a}; \qquad \tilde{d}_n^1 = \tilde{b}_n^1\,\frac{2g_n^1}{g_n^1 + \tilde{\alpha}\gamma_n}\,e^{ia\left(\gamma_{n2e}^{\text{пр}} - \gamma_n\right)};$$

$$\delta_{0n} - \frac{\gamma_n}{k}\,\tilde{a}_n^1 = \frac{g_n^1}{k\tilde{\alpha}}\left(\tilde{b}_n^1 - \tilde{c}_n^1\right), \qquad (12)$$

а также систему уравнений:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n^1 \left[1 - \frac{g_n^1 - \tilde{\alpha}\gamma_n}{g_n^1 + \tilde{\alpha}\gamma_n}\,e^{i2g_n\frac{\tilde{\alpha}}{P}a}\right] \tilde{b}_n^1 e^{i\frac{2\pi n}{l} y} = 0, \ \in M; \qquad (13)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\left(1 + \frac{g_n^1}{\tilde{\alpha}\gamma_n}\right) + \left(1 - \frac{g_n^1}{\tilde{\alpha}\gamma_n}\right)\frac{g_n^1 - \tilde{\alpha}\gamma_n}{g_n^1 + \tilde{\alpha}\gamma_n}\,e^{i\frac{2\tilde{\alpha}}{P_3} g_n^1 a}\right] \tilde{b}_n^1 e^{i\frac{2\pi n}{l} y} = 2,$$

$$\in Щ. \qquad (14)$$

Для удобства дальнейшего решения обозначим

$$\Gamma_n = \left(1 + \frac{g_n^1}{\tilde{\alpha}\gamma_n}\right) + \left(1 - \frac{g_n^1}{\tilde{\alpha}\gamma_n}\right)\frac{g_n^1 - \tilde{\alpha}\gamma_n}{g_n^1 + \tilde{\alpha}\gamma_n}\,e^{i2\frac{\tilde{\alpha}}{P_3} g_n^1 a};$$

$$L = \sqrt{\frac{P_3\varkappa^2}{n^2} - 1}\left(1 - \frac{g_n^1 - \tilde{\alpha}\gamma_n}{g_n^1 + \tilde{\alpha}\gamma_n} e^{i2\frac{\tilde{\alpha}}{P_3} g_n^1 a}\right); \tag{15}$$

$$g_n^1 = \frac{2\pi}{l}\sqrt{P_3\varkappa^2 - n^2}; \; \tilde{t}_n^e = n\Gamma_n \tilde{b}_n^1;$$

$$\chi_n^e = 1 + i\frac{L_n}{\Gamma_n}\frac{\tilde{\alpha} + 1}{\tilde{\alpha}}; \; \tilde{\alpha} = \sqrt{P_2 P_3 - \rho^2} = \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_e}.$$

Полученные системы (13) и (14) эквивалентны бесконечной системе линейных алгебраических уравнений:

$$-\tilde{t}_0^e = i\varkappa \tilde{t}_0^e v_{[\sigma]}^0 \Gamma_0 - i\varkappa v_{[\sigma]}^0 + \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{t}_n^e \left[v_{[\sigma]}^n + v_{[\sigma]}^{-n} \right]\chi_n^e + $$
$$+ 2\left(c_2 R_{[\sigma]} + c_1 R_{[\sigma]}^{(1)}\right); \tag{16}$$

$$0 = i\varkappa t_0^e \Gamma_0 v_0^0 - i\varkappa v_0^0 + \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{t}_n^e \chi_n^e \left[v_0^n + v_0^{-n}\right] + 2\left(c_2 R_0 + c_1 R_{-1}\right);$$

$$0 = i\varkappa \tilde{t}_0^e \Gamma_0 v_{[\sigma]}^0 - i\varkappa w_{[\sigma]}^0 + \sum_{n=1}^{\infty} t_n^e \chi_n^e \left[w_{[\sigma]}^n + w_{[\sigma]}^{-n}\right] + 2\left(c_2 \tilde{R}_{[\sigma]} + c_1 \tilde{R}_{[\sigma]}^{(-1)}\right);$$

$$x_m = i\varkappa \tilde{t}_0^e \Gamma_0 v_m^0 + \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{t}_n^e \chi_n^e \left[v_m^n + v_m^{-n}\right] + 2\left(c_2 R_m + c_1 R_m\right).$$

В случае длинноволнового приближения система (16) несколько упрощается, а коэффициенты $v_{[\sigma]}^0$, $v_{[\sigma]}^n$, $R_{[\sigma]}$, $R_{[\sigma]}^{-1}$, v_0^0, $w_{[\sigma]}^0$, v_m^0, $w_{[\sigma]}^n$, v_m^n, R_0, R_m, R_{m-1}, $\tilde{R}_{[\sigma]}$, $R_{[\sigma]}$ вычислены в [4].

Следовательно,

$$\tilde{t}_0^e = \frac{i\varkappa\left[v_{[\sigma]}^e - 2R_{[\sigma]} v_0^0\right]}{1 + i\varkappa\Gamma_0\left[v_{[\sigma]}^0 - 2R_{[\sigma]} v_0^0\right]}. \tag{17}$$

Обозначим

$$\Delta_0 = v_{[\sigma]}^0 - 2R_{[\sigma]} v_0^0. \tag{18}$$

Отсюда следует, что

$$\tilde{b}_0^1 = \frac{i\varkappa\Delta_0}{\left\{\left(1 + \frac{g_0^1}{\tilde{\alpha}\gamma_0}\right) + \left(1 - \frac{g_0^1}{\tilde{\alpha}\gamma_0}\right)\frac{g_0^1 - \tilde{\alpha}\gamma_0}{g_0^1 + \tilde{\alpha}\gamma_0} e^{i\frac{2\tilde{\alpha}}{P_3} g_0^1 a}\right\}\left(1 + i\varkappa\Gamma_0\Delta_0\right)}. \tag{18¹}$$

Тогда коэффициент прохождения для необыкновенных волн

$$\tilde{d}_0^1 = \frac{2g_0^1 i\varkappa\Delta_0 e^{ia(\gamma_n-\gamma_0)}\left|g_0^1+\tilde{\alpha}\gamma_0\right|^{-1}}{\left[\left(1+\frac{g_0^1}{\tilde{\alpha}\gamma_0}\right)+\left(1-\frac{g_0^1}{\tilde{\alpha}\gamma_0}\right)\frac{g_0^1-\tilde{\alpha}\gamma_0}{g_0^1+\tilde{\alpha}\gamma_0}e^{i\frac{2\tilde{\alpha}}{P_3}g_0^1 a}\right](1+i\varkappa\Gamma_0\Delta_0)}. \quad (19)$$

Для необыкновенных волн коэффициент усиления найдем так же, как и для рассмотренного случая обыкновенных волн. Это будет отношение амплитуды проходящей волны, учитывающей потери, к амплитуде волны при отсутствии потерь

$$K^e = \frac{\tilde{d}_0'}{\tilde{d}_0}.$$

Следовательно,

$$K^e = \frac{g_0^1\left[\left(1+\frac{g_0''}{\tilde{\alpha}''\gamma_0''}\right)+\left(1-\frac{g_0''}{\tilde{\alpha}''\gamma_0''}\right)\frac{g_0''-\tilde{\alpha}''\gamma_0''}{g_0''+\tilde{\alpha}''\gamma_0''}e^{i\frac{2\tilde{\alpha}'}{P_3''}g_0''a}\right]\times}{\left[g_0^1+\tilde{\alpha}\gamma_0\right]\left[\left(1+\frac{g_0^1}{\tilde{\alpha}\gamma_0}\right)+\left(1-\frac{g_0^1}{\tilde{\alpha}\gamma_0}\right)\frac{g_0^1-\tilde{\alpha}\gamma_0}{g_0^1+\tilde{\alpha}\gamma_0}e^{i\frac{2\tilde{\alpha}}{P_3}g_0'a}\right]+}\rightarrow$$

$$\leftarrow\frac{\times\left(1+i\varkappa\Gamma_0''\Delta_0\right)e^{ai(\gamma_n-\gamma_0)}}{\times\left(1+i\varkappa\Gamma_0\Delta\right)}. \quad (20)$$

Заметим, что в отличие от обыкновенных волн коэффициент усиления зависит от ориентации оси кристалла в плоскости yoz (угол θ). Как следует из соотношения (20), на коэффициент усиления K^e влияет как главное значение тензора диэлектрической проницаемости кристалла ε_e по оси oz, так и второе главное значение ε_0. Таким образом, в отличие от обыкновенных волн коэффициент усиления необыкновенных волн зависит от анизотропии кристаллической пластинки. Кристаллическая пластинка при отрицательном коэффициенте поглощения генерирует необыкновенные волны, если $K^e \to \infty$.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. М. Гончаренко, Ф. И. Федоров, Оптика и спектроскопия, т. IV, вып. 1, 1963.
2. А. М. Гончаренко, Б. А. Сотский, Ф. И. Федоров. Кристаллография, т. 8, вып. 1, 1963.
3. Г. Н. Гестрин, К. В. Маслов, В. П. Шестопалов. Записки механико-математического факультета ХГУ и Харьковского математического общества, т. XXX, серия 4, 1964.
4. Л. Н. Литвиненко. «Изв. вузов, Радиофизика», 7, 5, 1964.