## СКРЕЩЕННЫЕ РЕШЕТКИ НА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОДЛОЖКАХ

## А. И. Адонина, А. М. Андрусенко, Б. Г. Сидоренко Харьков

Рассмотрим задачу о дифракции плоской волны, нормально падающей на лежащие в параллельных плоскостях две периодические структуры на диэлектрических подложках, состоящие из идеально проводящих металлических полос, направления которых образуют угол  $\varphi$   $\left( 0 \leqslant \varphi \leqslant \frac{\pi}{2} \right)$ . Периоды решеток обозначим посредством li и l2 (отношения последних к длине волны падающего поля x<sub>1</sub> и x<sub>2</sub>), коэффициенты заполнения пропорциональны  $u_1 = \cos \frac{\pi d_1}{l_1}$ ,  $u_2 = \cos \frac{\pi d_2}{l_2}$  ( $d_1$  и  $d_2$  ширина щелей соответственно первой и второй решеток), толщины диэлектрических подложек  $\frac{a_1}{L}$  и  $\frac{a_2}{L}$ , диэлектрические проницаемости  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ .

Решение проводится аналогично работе [1] с описанными в этой работе ограничениями. Составляющие амплитуд отраженного  $(a_x, a_{0y})$  и прошедшего полей, когда электрический вектор падающего поля параллелен направлению лент первой решетки, представим в виде

$$a_{x} = a_{1} + b_{1} \sum_{n=0}^{\infty} A_{ne}; \quad a_{y} = d_{2} \sum_{n=0}^{\infty} A_{nj};$$
  

$$b_{x} = b_{1}u_{e} + a_{1}u_{e} \sum_{n=0}^{\infty} A_{ne} + c_{1}v_{e} \sum_{n=0}^{\infty} A_{nj};$$
  

$$b_{y} = b_{1}v_{e} + a_{1}v_{e} \sum_{n=0}^{\infty} A_{ne} + c_{1}u_{j} \sum_{n=0}^{\infty} A_{nj};$$
  
(1)

где

$$A_{0e} = b_{1}f_{e}; \quad A_{0j} = b_{1}\psi_{e};$$

$$A_{(n+1)e} = a_{1}f_{e}A_{ne} + c_{1}\psi_{e}A_{nj};$$

$$A_{(n+1)j} = a_{1}\psi_{e}A_{ne} + c_{1}f_{j}A_{nj};$$

$$u_{e} = (b_{2}\cos^{2}\varphi + d_{2}\sin^{2}\varphi) e^{2\pi i \frac{h}{\lambda}};$$

$$v_{e} = (b_{2} - d_{2})\sin\varphi\cos\varphi e^{2\pi i \frac{h}{\lambda}};$$

$$u_{j} = (b_{2}\sin^{2}\varphi + d_{2}\cos^{2}\varphi) e^{2\pi i \frac{h}{\lambda}};$$

$$f_{e} = (a_{2}\cos^{2}\varphi + c_{2}\sin^{2}\varphi) e^{4\pi i \frac{h}{\lambda}};$$

$$f_{j} = (a_{2}\sin^{2}\varphi + c_{2}\cos^{2}\varphi) e^{4\pi i \frac{h}{\lambda}};$$

$$\psi_{e} = (a_{2} - c_{2})\sin\varphi\cos\varphi e^{4\pi i \frac{h}{\lambda}};$$

h — расстояние между структурами,  $a_{12}(c_{12})$  и  $b_{12}(d_{12})$  — коэффициенты отражения и прохождения в случае E(H)-поляризаций для первой и второй решетки на диэлектрической подложке соответственно. Они определяются из строгого решения задачи о дифракции плоских волн на периодической структуре, расположенной на диэлектрическом слое [2].

По методике, описанной в работе [3], можно свернуть бесконечные последовательности (1) следующим образом. Представим связь между последующим и предыдущим членами последовательностей в операторном виде

$$A_n = A A_{(n-1)}, \tag{3}$$

$$A_n = \begin{pmatrix} A_{ne} \\ A_{nj} \end{pmatrix}; \quad A_{(n-1)} = \begin{pmatrix} A_{(n-1)e} \\ A_{(n-1)j} \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} a_1 f_e \ c_1 \psi_e \\ a_1 \psi_e \ c_1 f_j \end{pmatrix}; \quad A_0 = \begin{pmatrix} b_1 f_e \\ b_1 \psi_e \end{pmatrix}.$$

Согласно [4], если ||A|| < 1, то

$$\sum_{n=0} A_n = (I - A)^{-1} = \frac{1}{(1 - a_1 f_e) (1 - c_1 f_j) - a_1 c_1 \psi_e^2} \begin{pmatrix} 1 - c_1 f_j c_1 \psi_e \\ a_1 \psi_e & 1 - a_1 f_j \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где I — единичная матрица второго порядка.

На основании (4) амплитуды отраженного и прошедшего полей представляются в виде

$$a_{x} = a_{1} + \frac{b_{1}^{2} \left[ \left( 1 - c_{1}f_{j} \right) f_{e} + c_{1}\psi_{e}^{2} \right]}{\left( 1 - a_{1}f_{e} \right) \left( 1 - c_{1}f_{j} \right) - a_{1}c_{1}\psi_{e}^{2}};$$

$$a_{y} = \frac{b_{1}d_{1}\psi_{e}}{\left( 1 - a_{1}f_{e} \right) \left( 1 - c_{1}f_{j} \right) - a_{1}c_{1}\psi_{e}^{2}};$$

$$b_{x} = b_{1} \left\{ u_{e} + \frac{a_{1}u_{e} \left[ \left( 1 - c_{1}f_{j} \right) f_{e} + c_{1}\psi_{e}^{2} \right] + c_{1}v_{e}\psi_{e}}{\left( 1 - a_{1}f_{e} \right) \left( 1 - c_{1}f_{j} \right) - a_{1}c_{1}\psi_{e}^{2}} \right\};$$

$$b_{y} = b_{1} \left\{ v_{e} + \frac{a_{1}v_{e} \left[ \left( 1 - c_{1}f_{j} \right) f_{e} + c_{1}\psi_{e}^{2} \right] + c_{1}u_{j}\psi_{e}}{\left( 1 - a_{1}f_{e} \right) \left( 1 - c_{1}f_{j} \right) - a_{1}c_{1}\psi_{e}^{2}} \right\}.$$
(5)

Если на систему скрещенных периодических структур на подложках падает H-поляризованная волна относительно первой структуры, электрический вектор падающего поля перпендикулярен к направлению лент первой структуры, то решение представляется в виде (5) с заменой  $a_i$ ,  $b_i$  на  $c_i$ ,  $d_i$  и  $c_i$ ,  $d_i$  на  $a_i$ ,  $b_i$  соответственно во всех коэффициентах.

Когда электрический вектор падающего поля направлен под углом к полосам первой решетки, т. е.  $\vec{E} = \vec{e}E_x^{\text{пад}} + \vec{j}E_y^{\text{пад}}$ , то на основании принципа линейной суперпозиции достаточно провести решение для  $E_x^{\text{пад}}$ , как для *E*-поляризованной относительно первой решетки волны и определить  $E_{xi}^E$  и  $E_{yi}^E$  (i = 1 — поле в верхней полуплоскости, z > 0, i = 2 — поле нижней полуплоскости z < -a); затем провести решение для  $E_y^{\text{пад}}$ , как для *H*-поляризованной относительно первой решетки волны и определить  $E_{xi}^H$ ,  $E_{yi}^H$ , после этого соответствующие компоненты алгебраически сложить

$$(E_{xt} = E_{xt}^E + E_{xt}^H, E_{yt} = E_{yt}^E + E_{yt}^H).$$

По полученным выражениям (5) на ЭВМ производился расчет  $|a_x|, |a_y|, |b_x|, |b_y|, P_{orp} = \sqrt{|a_x|^2 + |a_y|^2}; P_{np} = \sqrt{|b_x|^2 + |b_y|^2}$  и коэффициента эллиптичности k. Некоторые из полученных зависимостей представлены на рис. 1, 2. На рис. 1 показана зависимость основных характеристик системы от угла  $\varphi$ , под которым скрещиваются структуры, на рис. 2 — от величины расстояния h между структурами. На рис. 2 мы наблюдаем резо-



нансные максимумы мощности, идущие через половину длины волны и дополнительные максимумы, появляющиеся за счет слоя диэлектрика в резонансном объеме. Зависимость коэффициента эллиптичности тоже носит двоякопериодический характер. Изменяя угол  $\varphi$ , можно при фиксированном h плавно перестраивать коэффициент эллиптичности от нуля до величины порядка 0,7 (рис. 2).

На основании рис. 1 можно сделать выводы, что для случая Е-поляризации падающей волны относительно первой решетки более оптимальными поляризационными свойствами исследуемая структура обладает при работе на отражение. Для определения оптимума на прохождение надо рассматривать случай произвольной поляризации падающего поля относительно первой решетки. Варьируя такие параметры решеток, как период, коэффициент заполнения, є диэлектрической подложки, можно добиться изменением угла ф плавной перестройки мощности на выходе от нуля до единицы.

## ЛИТЕРАТУРА

А. И. Адонина, А. М. Андрусенко, З. Г. Жуванова. Скре-щенные решетки. «Радиотехника и электроника», т. 14, вып. 2, 1969.
 А. И. Адонина, В. П. Шестопалов. Дифракция электромагнит-

2. А. А. Адонина, Б. П. Пестопалов. дифракция электромании на плоской металлической решетке с диэлектрическим слоем. ЖТФ, т. 33, вып. 6. 1963.
3. А. И. Адонина, А. М. Андрусенко, В. О. Галета. К методике расчета некоторых приборов методом суммирования многократных отражений. «Радиотехника и электроника», т. 15, вып. 10, 1970.
4. Ф. К. Фаддеев, В. Н. Фаддеева. Вычислительные методы линей-

ной алгебры. Физматгиз. 1963.