ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА РЕШЕТКЕ СЛОЖНОГО ПРОФИЛЯ

Л. Н. Литвиненко, С. А. Облывач

Харьков

На металлическую идеально проводящую периодическую решетку, представленную на рисунке (где приведены все параметры, характеризующие ее размеры, и декартова система координат, начало которой помещено в середине одной из щелей), со стороны $y < 0$ под углом ψ наклонно падает плоская волна

$$H_z^0 = e^{ik(\alpha x+\beta y)}\ E_x^0 = -\beta e^{ik(\alpha x+\beta y)};$$

$$E_y^0 = \alpha e^{ik(\alpha x+\beta y)}\ H_x^0 = H_y^0 = E_z^0 = 0.$$

$$(\alpha = \cos\psi,\ \beta = \sin\psi)$$

Дифрагированное поле в этом случае будет определяться единственной, отличной от нуля, z-составляющей магнитного поля H_z по формулам

$$E_x = -\frac{1}{ik}\cdot\frac{\partial H_z}{\partial y};\quad E_y = \frac{1}{ik}\cdot\frac{\partial H_z}{\partial y};\ E_z = H_x = H_y = 0.$$

При этом

$$H_z = H_z(x,\ y) = H_z^0(x,\ y) + U(x,\ y), \tag{1}$$

где $U(x,\ y)$ в области, дополнительной к брусьям, удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\Delta U + k^2 U = 0.$$

Симметрия и периодичность решетки позволяют $H_z(x,\ y)$ представить в виде

$$H_z(x,\ y) = \begin{cases} e^{ik(\alpha x+\beta y)} + e^{ik\alpha x}\sum\limits_{n=-\infty} a_n e^{p_n\left(y+\frac{\Delta}{2}\right)} e^{i2\pi n\frac{x}{l}}, & y \leqslant -\frac{\Delta}{2}, \quad (2)\\ e^{ik\alpha nl}\sum\limits_{m=0}(b_m e^{-q_m y} + c_m e^{q_m y})\cos\frac{\pi m}{b}\left(x+\frac{b}{2}\right), & |y| \leqslant \frac{\Delta}{2},\\ & |x - nl| \leqslant \frac{b}{2};\\ e^{ik\alpha x}\sum\limits_{n=-\infty} d_n e^{-p_n\left(y-\frac{\Delta}{2}\right)} e^{i2\pi n\frac{x}{l}}, & y \geqslant \frac{\Delta}{2}, \end{cases}$$

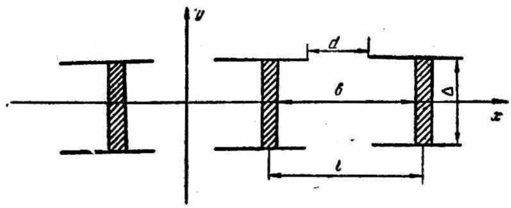
где

$$P_n = -i\sqrt{k^2 - h_n^2},\ h_n = k\alpha + \frac{2\pi}{l}n,\ q_m = -i\sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi m}{b}\right)^2}.$$

Знак p_n и q_m выбран так, чтобы $\mathrm{Re}\, ip_n \geqslant 0$ и $\mathrm{Re}\, iq_m \geqslant 0$, и когда $\mathrm{Re}\, ip_n = 0$ или $\mathrm{Re}\, iq_m = 0$, то $\mathrm{Im}\, ip_n \geqslant 0$ и $\mathrm{Im}\, iq_m \geqslant 0$. Задача заключается в определении коэффициентов a_n, d_n, b_m, c_m.

Воспользуемся граничными условиями: тангенциальная составляющая электрического поля равна 0 на металле и тангенциальные составляющие электрического и магнитного полей непрерывны на шели при

$$y = \pm\frac{\Delta}{2}, \ |x - nl| < \frac{b}{2}, \ (n = 0, \ \pm 1, \ \pm 2 \ \ldots).$$



Удовлетворяя граничным условиям, придем к следующим уравнениям, которым удовлетворяют коэффициенты a_n, d_n, b_m, c_m:

$$e^{ik\alpha x}\left[\sum_{n=-\infty} a_n p_n e^{i2\pi n\frac{x}{l}} + ik\beta e^{-ik\beta\frac{\Delta}{2}}\right] = 0, \ \frac{d}{2} \leqslant |x| \leqslant \frac{l}{2}; \qquad (3^1)$$

$$e^{ik\alpha x}\sum_{n=-\infty} d_n p_n e^{i2\pi n\frac{x}{l}} = 0; \qquad (3^2)$$

$$-\sum_{m=0}\left(b_m e^{q_m\frac{\Delta}{2}} - c_m e^{-q_m\frac{\Delta}{2}}\right) q_m \cos\frac{\pi m}{b}\left(x + \frac{b}{2}\right) =$$

$$= e^{ik\alpha x}\left[\sum_{n=-\infty} a_n p_n e^{i2\pi n\frac{x}{l}} + ik\beta e^{-ik\beta\frac{\Delta}{2}}\right]; \qquad (3^3)$$

$$\sum_{m=0}\left(b_m e^{-q_m\frac{\Delta}{2}} - c_m e^{q_m\frac{\Delta}{2}}\right) q_m \cos\frac{\pi m}{b}\left(x + \frac{b}{2}\right) =$$

$$= e^{ik\alpha x}\sum_{n=-\infty} d_n p_n e^{i2\pi n\frac{x}{l}}, \ |x| = \frac{b}{2}; \qquad (3^4)$$

$$\sum_{m=0}\left(b_m e^{q_m\frac{\Delta}{2}} + c_m e^{-q_m\frac{\Delta}{2}}\right) \cos\frac{\pi m}{b}\left(x + \frac{b}{2}\right) =$$

$$= e^{ik\alpha x}\left[\sum_{n=-\infty} a_n e^{i2\pi n\frac{x}{l}} + e^{-ik\beta\frac{\Delta}{2}}\right], \ |x| < \frac{d}{2}; \qquad (3^5)$$

$$\sum_{m=0} \left(b_m e^{-q_m \frac{\Delta}{2}} + c_m e^{q_m \frac{\Delta}{2}}\right) \cos \frac{\pi m}{b} \left(x + \frac{b}{2}\right) =$$

$$= e^{ik\alpha x} \sum_{n=-\infty} d_n e^{i2\pi n \frac{x}{l}}. \qquad (3^6)$$

Введем новые неизвестные по таким формулам:

$$x_n = a_n + d_n; \; z_m = -2(b_m + c_m); \qquad (4)$$

$$y_n = a_n - d_n; \; \zeta_m = -2(b_m - c_m).$$

$$(n = 0, \; \pm 1, \; \pm 2 \; \ldots \; ; \; m = 0, \; 1, \; 2 \; \ldots)$$

Складывая уравнения (3^1), (3^3), 3^5) соответственно с уравнениями (3^2), (3^4), (3^6), получим следующую систему уравнений для определения x_n, z_m:

$$e^{ik\alpha x}\left[\sum_{n=-\infty} x_n p_n e^{i2\pi n \frac{x}{l}} + ik\beta e^{-ik\beta \frac{\Delta}{2}}\right] = 0, \; \frac{d}{2} \leqslant |x| \leqslant \frac{l}{2}; \qquad (5^1)$$

$$e^{ik\alpha x}\left[\sum_{n=-\infty} x_n p_n e^{i2\pi n \frac{x}{l}} + ik\beta e^{-ik\beta \frac{\Delta}{2}}\right] =$$

$$= \sum_{m=0} z_m q_m \operatorname{sh} q_m \frac{\Delta}{2} \cos \frac{\pi m}{b}\left(x + \frac{b}{2}\right), \; |x| \leqslant \frac{b}{2}; \qquad (5^2)$$

$$e^{ik\alpha x}\left[\sum_{n=-\infty} x_n e^{i2\pi n \frac{x}{l}} + e^{-ik\beta \frac{\Delta}{2}}\right] =$$

$$= -\sum_{m=0} z_m \operatorname{ch} q_m \frac{\Delta}{2} \cos \frac{\pi m}{b}\left(x + \frac{b}{2}\right), \; |x| < \frac{d}{2}. \qquad (5^3)$$

Точно так же, вычитая из уравнения (3^1), (3^3), (3^5) соответственно (3^2), (3^4), (3^6), придем к системе, определяющей коэффициенты y_n, ζ_m ($n = 0, \; \pm 1, \; \pm 2 \; \ldots, \; m = 0, \; 1, \; 2 \; \ldots$):

$$e^{ik\alpha x}\left[\sum_{n=-\infty} y_n p_n e^{i2\pi n \frac{x}{l}} + ik\beta e^{-ik\beta \frac{\Delta}{2}}\right] = 0, \; \frac{d}{2} \leqslant |x| \leqslant \frac{l}{2}; \qquad (6^1)$$

$$e^{ik\alpha x}\left[\sum_{n=-\infty} y_n p_n e^{i2\pi n \frac{x}{l}} + ik\beta e^{-ik\beta \frac{\Delta}{2}}\right] =$$

$$= \sum_{m=0} \zeta_m q_m \operatorname{ch} q_m \frac{\Delta}{2} \cos \frac{\pi m}{b}\left(x + \frac{b}{2}\right), \quad |x| < \frac{b}{2}; \qquad (6^2)$$

$$e^{ik\alpha x}\left[\sum_{n=-\infty} y_n e^{i2\pi n \frac{x}{l}} + e^{-ik\beta \frac{\Delta}{2}}\right] =$$

$$= -\sum_{m=0} \zeta_m \operatorname{sh} q_m \frac{\Delta}{2} \cos \frac{\pi m}{b}\left(x + \frac{b}{2}\right), \quad |x| < \frac{d}{2}. \qquad (6^3)$$

Аналогичного вида системы функциональных уравнений были получены в [3] при решении задачи дифракции H-поляризованной волны на металлических брусьях прямоугольного профиля. Однако в случае [3] правые части уравнений (5^2). (5^3), а также (6^2), (6^3) представляли собой разложения по набору ортогональных функций, полному на всем интервале задания этих уравнений. Методом переразложения такие системы удалось свести к системам линейных алгебраических уравнений II рода. В нашем случае система функций $\cos\frac{\pi m}{b}\left(x+\frac{b}{2}\right)$ не является полной на интервале $|x| \leqslant \frac{d}{2}$, в связи с этим метод, предложенный в [3], использовать не удается.

Ниже мы покажем способ (представляющий собой комбинацию методов переразложения и задачи Римана—Гильберта), который позволит свести систему функциональных уравнений (5), (6) к эквивалентным им системам линейных алгебраических уравнений II рода.

Рассмотрим сначала систему уравнений (5). Обозначим

$$x_n p_n = \tau_n;\ (n \neq 0);\ \tau_0 = x_0 p_0 + ik\beta e^{-ik\beta\frac{\Delta}{2}};$$

$$\frac{1}{p_n} = \frac{l}{2\pi}\frac{(1-\mathrm{E}_n)}{|n+\alpha\varkappa|};\ \mathrm{E}_n = 1 - i\frac{|n+\alpha\varkappa|}{\sqrt{\varkappa^2-(\alpha\varkappa+n)^2}}.$$

Перепишем уравнения (5^1), (5^3) в новых обозначениях

$$\sum_{n=-\infty} \tau_n e^{i2\pi n\frac{x}{l}} = 0,\ \frac{d}{2} \leqslant x \leqslant \frac{l}{2};$$

$$\sum_{n=-\infty} \tau_n \frac{l(1-\mathrm{E}_n)}{|n+\alpha\varkappa|} e^{i2\pi(n+\alpha\varkappa)\frac{x}{l}} = -2e^{ik\left(\alpha x-\beta\frac{\Delta}{2}\right)} -$$

$$-\sum_{m=0} z_m \operatorname{ch} q_m\frac{\Delta}{2}\cos\frac{\pi m}{b}\left(x+\frac{b}{2}\right),\ |x| < \frac{d}{2}. \qquad (5^4)$$

Продифференцируем второе уравнение из (5^4) по x и разделим обе части его на $ie^{ik\alpha x}$.

$$\sum_{n=-\infty} \tau_n e^{i2\pi n\frac{x}{l}} = 0;$$

$$\sum_{n=-\infty} \tau_n \frac{n+\alpha\varkappa}{|n+\alpha\varkappa|}(1-\mathrm{E}_n) e^{i2\pi n\frac{x}{l}} =$$

$$= -2k\alpha e^{-ik\beta\frac{\Delta}{2}} - \frac{i\pi}{b}e^{-ik\alpha x}\sum_{m=0} m z_m \operatorname{ch} q_m\frac{\Delta}{2}\sin\frac{\pi m}{b}\left(x+\frac{b}{2}\right). \qquad (5^5)$$

Проведем предварительно некоторые преобразования. Разложение

$$\sin\frac{\pi m}{b}\left(x+\frac{b}{2}\right)e^{-ik\alpha x}$$

по полной на интервале $-\frac{l}{2}$, $+\frac{l}{2}$ системе функций имеет вид

$$\sin\frac{\pi m}{b}\left(x+\frac{b}{2}\right)e^{-ik\alpha x}=\frac{1}{l}\sum_{n=-\infty}\alpha_{mn}e^{i2\pi n\frac{x}{l}};$$

$$\alpha_{mn}=\frac{\left(h_n+\frac{\pi m}{b}\right)e^{\frac{i\pi m}{2}}\sin\left(\frac{\pi ml}{2b}-\frac{h_n l}{2}\right)+\left(h_n-\frac{\pi m}{b}\right)e^{-\frac{i\pi m}{2}}\sin\left(\frac{\pi ml}{2b}+\frac{h_n l}{2}\right)}{h_n^2-\left(\frac{\pi m}{b}\right)^2}.$$

Так как система функций $\cos\frac{\pi m}{b}\left[x+\frac{b}{2}\right]$ полна на интервале $|x|<\frac{b}{2}$, из уравнения (5²)

$$z_m=C'_m\sum_{s=-\infty}\tau_s\beta_{sm}, \tag{6⁵}$$

где

$$C'_m=\frac{2}{b}\,\frac{\left(2-\delta_0^m\right)e^{-\frac{i\pi m}{2}}}{q_m\,\mathrm{sh}\,q_m\frac{\Delta}{2}}; \tag{6⁶}$$

$$\beta_{sm}=\frac{h_s\sin\left(h_s-\frac{\pi m}{b}\right)\frac{b}{2}}{h_s^2-\left(\frac{\pi m}{b}\right)^2};\quad \delta_0^m=\begin{cases}1, & m=0;\\ 0, & m\neq 0.\end{cases}$$

Учитывая преобразования (6¹), (6⁶), запишем систему уравнений (5⁵) следующим образом:

$$\sum_{n=-\infty}\tau_n e^{\frac{i2\pi}{l}nx}=0,\ \frac{d}{2}\leqslant x\leqslant\frac{l}{2}; \tag{7¹}$$

$$\sum_{n=-\infty}\tau_n\frac{|n+\alpha\varkappa|}{n+\alpha\varkappa}\left(1-\mathrm{E}_n\right)e^{i2\pi n\frac{x}{l}}=$$

$$=2k\alpha e^{-ik\beta\frac{\Delta}{2}}+\sum_{n=-\infty}e^{i2\pi n\frac{x}{l}}\sum_{s=-\infty}\tau_s\sum_{m=0}C_m\beta_{sm}\alpha_{mn}.$$

Для полноты системы (7¹) нужно добавить к ней равенства

$$\sum_{n=-\infty}\tau_n\frac{\left(1-\mathrm{E}_n\right)}{|n+\alpha\varkappa|}=\frac{-4\pi}{l}e^{-ik\beta\frac{\Delta}{2}}-\sum_{s=-\infty}\tau_s\sum_{m=0}\widetilde{C}_m\beta_{sm};$$

$$C_m = \frac{2\pi m}{lb^2 q_m}(2-\delta_0^m)\, e^{-\frac{im\pi}{2}} \operatorname{cth} q_m \frac{\Delta}{2};$$

$$\tilde{C}_m = \frac{4\pi}{lbq_m}(2-\delta_0^m)\, e^{-\frac{im\pi}{2}} \cos\frac{\pi m}{2} \operatorname{cth} q_m \frac{\Delta}{2}.$$

Для дальнейшего преобразования этой системы введем безразмерные параметры

$$\varkappa = \frac{kl}{2\pi}; \quad \theta' = \frac{\pi d}{l}; \ \theta = \frac{\pi b}{l}; \ \delta = \frac{\pi\Delta}{l}; \ \varphi = \frac{2\pi}{l} x.$$

Для нахождения неизвестной величины τ_n получаем следующую систему уравнений:

$$\sum_{n=-\infty} \tau_n e^{in\varphi} = 0;$$

$$\sum_{n=-\infty} \tau_n \frac{|n|}{n} e^{in\varphi} = -2k\alpha e^{-ik\beta\frac{\Delta}{2}} + f(e^{i\varphi}); \tag{8^1}$$

$$\sum_{n=-\infty} \tau_n \frac{1}{|n+\alpha\varkappa|} = \sum_{n=-\infty} \tau_n \frac{\mathrm{E}_n}{|n+\alpha\varkappa|} - \frac{4\pi}{l} e^{-ik\beta\frac{\Delta}{2}} - \sum_{s=-\infty} \tau_s \sum_{m=0} \tilde{C}_m \beta_{sm},$$

где

$$f(e^{i\varphi}) = \sum_{n=-\infty} e^{in\varphi}\left[\tau_n \frac{|n+\alpha\varkappa|}{n+\alpha\varkappa}\mathrm{E}_n + \sum_{s=-\infty} \tau_s \sum_{m=0} C_m \beta_{sm} \alpha_{mn}\right] -$$

$$-2\sum_{n=-1}^{-q} \tau_n e^{in\varphi};$$

q — целая часть $\alpha\varkappa$.

Система уравнений (8[1]) уже может быть преобразована с помощью метода задачи Римана—Гильберта [1]. Используя результаты этой работы, получим бесконечную систему линейных алгебраических уравнений:

$$\bar{\tau}_k = -4\pi\alpha\varkappa e^{-i\beta\varkappa\delta} V_k^0 + \sum_{s=-\infty} \bar{\tau}_s \left[\frac{|s+\alpha\varkappa|}{s+\alpha\varkappa} \mathrm{E}_s V_k^s + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=-\infty} \sum_{m=0} C_m \beta_{sm} \alpha_{mn} V_k^n \right] - 2\sum_{s=-1}^{-q} \bar{\tau}_s V_k^s + 2C_1 \bar{R}_k; \tag{9^1}$$

$$0 = -4\pi\alpha\varkappa e^{-i\beta\varkappa\delta} V_\sigma^0 + \sum_{s=-\infty} \bar{\tau}_s \left[\frac{|s+\alpha\varkappa|}{s+\alpha\varkappa} \mathrm{E}_s V_\sigma^s + \sum_{n=-\infty} \sum_{m=0} C_m \beta_{sm} \alpha_{mn} V_\sigma^n - \right.$$

$$\left. - \frac{\mathrm{E}_s}{|s+\alpha\varkappa|} + \sum_{m=0} \tilde{C}_m \beta_{sm} \right] - 2\sum_{s=-1}^{-q} \bar{\tau}_s V_\sigma^s + 2C_1 \bar{R}_\sigma + 4\pi e^{-i\beta\varkappa\delta};$$

$$\bar{\tau}_k = \tau_k l; \ \bar{R}_k = R_k l; \ \bar{R}_\sigma = R_\sigma l; \ \sum_{m=0} \tilde{C}_m \beta_{sm} = \sum_{m=0} \bar{L}\,\bar{M};$$

$$\sum_{n=-\infty} \sum_{m=0} C_m \beta_{sm} \alpha_{mn} = \sum_{n=-\infty} \sum_{m=0} LM;$$

$$M = \frac{\cos\nu - \cos\eta}{m - \frac{2\theta}{\pi}(\alpha\varkappa + n)} - e^{-i\pi m}\frac{\cos\nu' - \cos\eta'}{m + \frac{2\theta}{\pi}(\alpha\varkappa + n)};$$

$$\overline{M} = e^{-\frac{im\pi}{2}}\cos\frac{\pi m}{2}\sin\left[m - \frac{2}{\pi}(s + \alpha\varkappa)\theta\right]\frac{\pi}{2};$$

$$L = \frac{2m\theta^2(\alpha\varkappa + s)\left(2 - \delta_0^m\right)\operatorname{cth}\left(\frac{\pi\delta}{2\theta}\sqrt{m^2 - \left(\frac{2\varkappa\theta}{\pi}\right)^2}\right)}{\pi^4\sqrt{m^2 - \left(\frac{2\varkappa\theta}{\pi}\right)^2}\left[m^2 - \frac{4\theta^2}{\pi^2}(\alpha\varkappa + s)^2\right]};$$

$$\overline{L} = \frac{8\theta^2(\alpha\varkappa + s)\left(2 - \delta_0^m\right)\operatorname{cth}\left(\frac{\pi\delta}{2\theta}\sqrt{m^2 - \left(\frac{2\varkappa\theta}{\pi}\right)^2}\right)}{\pi^3\sqrt{m^2 - \left(\frac{2\varkappa\theta}{\pi}\right)^2}\left[m^2 - \frac{4\theta^2}{\pi^2}(\alpha\varkappa + s)^2\right]};$$

$$\nu = \frac{\pi m}{2}\left(1 + \frac{\pi}{\theta}\right) - \theta(s + \alpha\varkappa) - \pi(\alpha\varkappa + n);$$

$$\eta = \frac{\pi m}{2}\left(1 - \frac{\pi}{\theta}\right) - \theta(s + \alpha\varkappa) + \pi(\alpha\varkappa + n);$$

$$\nu' = \frac{\pi m}{2}\left(1 + \frac{\pi}{\theta}\right) - \theta(s + \alpha\varkappa) + \pi(\alpha\varkappa + n); \qquad (9^2)$$

$$\eta' = \frac{\pi m}{2}\left(1 - \frac{\pi}{\theta}\right) - \theta(s + \alpha\varkappa) - \pi(\alpha\varkappa + n); \quad R_k = \frac{1}{2}P_k(u);$$

$$V_k^n = \begin{cases} \frac{1}{2}\sum\limits_{j=0}^{n+1}\mu_{n+1-j}(u)\,P_{k-j}(u) & n \geqslant 0 \\ \frac{1}{2}\left[P_k(u) - P_{k+1}(u)\right] & n = -1 \\ -\frac{1}{2}\sum\limits_{j=0}^{1-n-1}\mu_{-n-1-j}(u)\,P_{j+k+1}(u) & n < -1 \end{cases}$$

$$\mu_0(u) = 1;\ \mu_1(u) = -u;\ \mu_k(u) = P_k(u) - 2uP_k(u) + P_{k-2}(u);$$

$$R_\sigma = \sum_{k=-\infty}\frac{R_k}{|k + \alpha\varkappa|} = \frac{\pi}{2\sin\pi\alpha\varkappa}P_{\alpha\varkappa-1}(-u) + 2\sum_{k=-1}^{-q}\frac{R_k}{k + \alpha\varkappa} + \sigma_0; \qquad (9^3)$$

$$V_\sigma^n = \sum_{k=-\infty}\frac{V_k^n}{|k + \alpha\varkappa|} = \frac{\pi(\alpha\varkappa - 1)}{2\sin\pi\alpha\varkappa(\alpha\varkappa + n)}\left[P_{\alpha\varkappa-1}(-u)P_{n+1}(u) + \right.$$

$$\left. + P_{\alpha\varkappa-2}(-u)P_n(u)\right] + \frac{1}{n + \alpha\varkappa} + 2\sum_{k=-1}^{-q}\frac{V_k^n}{k + \alpha\varkappa} + \sigma_1;$$

$$\sigma_0 = \begin{cases} 0, & \alpha\varkappa > 0; \\ \frac{P_0(u)}{|\varkappa\alpha|}, & \alpha\varkappa < 0; \end{cases} \qquad \sigma_1 = \begin{cases} 0, & \alpha\varkappa > 0; \\ \frac{2V_0^n}{|\varkappa\alpha|}, & \alpha\varkappa < 0; \end{cases}$$

P_n, $P_{a\varkappa-1}$ — полиномы Лежандра; $u=\cos\theta'$. Вычисление V_σ^n, R_σ можно провести так же, как это проделано в работе [2].

Тем же способом из системы (6) получим бесконечную систему линейных алгебраических уравнений относительно y_n:

$$\overline{\tau}_k^* = -4\pi\alpha\varkappa e^{-i\beta\varkappa\delta}V_k^0 + \sum_{s=-\infty} \overline{\tau}_s^*\left[\frac{|s+\alpha\varkappa|}{s+\alpha\varkappa}\mathrm{E}_s V_k^s + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=-\infty}\sum_{m=0} C_m^*\beta_{sm}\alpha_{mn}V_k^n\right] - 2\sum_{s=-1}^{-q}\overline{\tau}_s^* V_k^s + 2C_2\overline{R}_k; \tag{9^4}$$

$$0 = -4\pi\alpha\varkappa e^{-i\beta\varkappa\delta}V_\sigma^0 + \sum_{s=-\infty}\overline{\tau}_s^*\left[\frac{|s+\alpha\varkappa|}{s+\alpha\varkappa}\mathrm{E}_s V_\sigma^s + \sum_{n=-\infty}\sum_{m=0} C_m^*\beta_{sm}\alpha_{mn}V_\sigma^n - \right.$$

$$\left. - \frac{\mathrm{E}_s}{|s+\alpha\varkappa|} + \sum_{m=0}\widetilde{C}_m^*\beta_{sm}\right] + 2C_2\overline{R}_\sigma - 2\sum_{s=-1}^{-q}\overline{\tau}_s^* V_\sigma^s + 4\pi e^{-i\beta\varkappa\delta}.$$

$$\sum_{n=-\infty}\sum_{m=0} C_m^*\beta_{sm}\alpha_{mn} = \sum_{n=-\infty}\sum_{m=0} L^*M;$$

$$\sum_{m=0}\widetilde{C}_m^*\beta_{sm} = \sum_{m=0}\overline{L}^*\overline{M}; \tag{9^5}$$

$$L^* = \frac{2m\theta^2(\alpha\varkappa+s)\left(2-\delta_0^m\right)\operatorname{th}\left(\frac{\pi\delta}{2\theta}\sqrt{m^2-\left(\frac{2\varkappa\theta}{\pi}\right)^2}\right)}{\pi^4\sqrt{m^2-\left(\frac{2\varkappa\theta}{\pi}\right)^2}\left[m^2-\frac{4\theta^2}{\pi^2}(\alpha\varkappa+s)^2\right]};$$

$$\overline{L}^* = \frac{8\theta^2(\alpha\varkappa+s)\left(2-\delta_0^m\right)\operatorname{th}\left(\frac{\pi\delta}{2\theta}\sqrt{m^2-\left(\frac{2\varkappa\theta}{\pi}\right)^2}\right)}{\pi^3\sqrt{m^2-\left(\frac{2\varkappa\theta}{\pi}\right)^2}\left[m^2-\frac{4\theta^2}{\pi^2}(\alpha\varkappa+s)^2\right]}.$$

Бесконечные системы линейных алгебраических уравнений (9^1) и (9^4) сходятся хуже, чем соответствующие системы, получаемые с использованием метода задачи Римана—Гильберта для плоских ленточных решеток. Скорость убывания диагонального элемента матрицы имеет порядок $\frac{\sin n\varphi}{n}$, поэтому эффективность метода усечения для решения этих систем проверялась численно на ЭВМ. С помощью такой проверки показана пригодность решения (9^1) и (9^4) для отыскания амплитуд дифракционных спектров при достаточно широком диапазоне значений $\frac{l}{\lambda}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. З. С. Агранович, В. А. Марченко, В. П. Шестопалов. ЖТФ. 32, вып. 4, 1962.
2. З. С. Агранович, В. П. Шестопалов. ЖТФ. 34, 11, 1964.
3. В. Г. Сологуб. Сб. «Радиотехника», вып. 4. Изд-во ХГУ, Харьков, 1967.