

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА НАД ЭШЕЛЕТТОМ

В. Е. Буданов, А. А. Кириленко

Харьков

Излучение электронного потока над различными периодическими структурами рассматривалось целым рядом исследователей. Наиболее полный обзор этого вопроса приведен в работе [1]. В существующих генераторах дифракционного излучения (ГДИ), в основе работы которых лежит эффект Смита—Парселла, чаще всего используется хорошо изученная прямоугольная гребенка. Проблема создания генераторов субмиллиметрового диапазона приводит к необходимости применять дифракционные решетки иного профиля, так как прямоугольные гребенки с уменьшением периода становятся мало технологичными. Весьма перспективной с этой точки зрения является периодическая отражательная решетка пилообразного профиля — эшелетт, технология изготовления которой для всех волновых диапазонов хорошо разработана. Эшелетт можно использовать как структуру, взаимодействующую с потоком электронов, а также для разрежения спектра открытого резонатора ГДИ.

Эшелетт — одна из первых экспериментально исследовавшихся решеток, однако до последнего времени теория эшелетта была построена только с использованием приближенных методов (например [2—3]). Строгое решение задачи дифракции плоских волн на эшелетте с прямоугольными несимметричными зубцами при произвольном соотношении между длиной волны и периодом впервые было получено в работах [4—7].

В данной статье на основе работ [4—6] в приближении заданного тока исследуются энергетические характеристики излучения электронного потока, пролетающего над эшелеттом (рис. 1).

Физическая и математическая постановки задачи традиционны. Поле потока электронов с переменной составляющей плотности заряда $\rho = \rho_0 \delta(z - a) \exp\left[i \frac{k}{\beta} y - \omega t\right]$, движущегося вдоль оси Oy со скоростью, $v = \beta c$ представляет собой неоднородную

плоскую волну с единственной ненулевой компонентой магнитного поля

$$H_x^{\text{пот}} = \text{sign}(z - a) 2\pi\rho_0\beta e^{i\frac{k}{\beta}y - |z-a|\Gamma_0| - i\omega t}.$$

В результате взаимодействия с решеткой возникает вторичное поле

$$H_x^{\text{втор}} = 2\pi\rho_0\beta e^{i|\Gamma_0|a + i\Phi y - i\omega t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{i\Gamma_n z} e^{in y}, \quad z > 0.$$

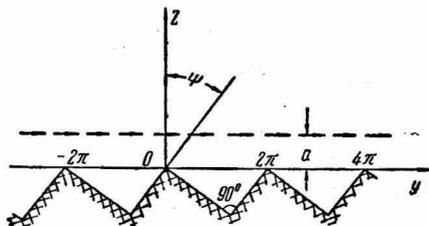


Рис. 1.

Использованы обозначения:

ρ_0 — амплитуда модуляции плотности электронов;

ω — частота модуляции, $k = \frac{\omega}{c}$;

a — расстояние от потока до ребер решетки;

$\Phi = \frac{k}{\beta} > k$ — постоянная распространения падающей волны вдоль оси Oy ;

$\delta(z)$ — дельта-функция Дирака;

$$\Gamma_n = \sqrt{k^2 - (n + \Phi)^2}.$$

Полное поле $H_x = H_x^{\text{пот}} + H_x^{\text{втор}}$ удовлетворяет волновому уравнению, условию периодичности и условию излучения на бесконечности. Неизвестные амплитуды дифракционных гармоник A_n ищем из граничных условий на поверхности решетки в классе числовых последовательностей

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |A_n|^2 |n| < \infty,$$

обеспечивающем конечность энергии в любой конечной области пространства.

Удовлетворяя граничным условиям с помощью формулы Грина, приходим к следующей бесконечной системе линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{A_n \Phi_n^+}{\Gamma_n^+ - \omega_q} + \frac{\Phi_0^-}{\Gamma_0^- + \omega_q} = -\beta_q \left\{ \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{A_s \Phi_s^+}{\Gamma_s^+ + \omega_q} + \frac{\Phi_0^-}{\Gamma_0^- - \omega_q} \right\}, \quad (1)$$

($q = 0; 1; 2 \dots$)

где

$$\begin{aligned} \Gamma_n^{\pm} &= \Gamma_n \cos \psi \pm (\Phi + n) \sin \psi; \\ \Phi_n^{\pm} &= \Gamma_n \sin \psi \mp (\Phi + n) \cos \psi; \\ \omega_q &= \sqrt{k^2 - \left(\frac{q}{2 \cos \psi}\right)^2}; \\ \beta_q &= \frac{\exp \left\{ 2\pi i \left(\Phi + \omega_q \sin \psi + \frac{q}{2} \right) \right\} - 1}{\exp \left\{ 2\pi i \left(\Phi - \omega_q \sin \psi + \frac{q}{2} \right) \right\} - 1}. \end{aligned}$$

Можно показать, что непосредственно к системе (1) метод усечения не применим. Все же, используя метод полуобращения, можно свести (1) к эквивалентной системе второго рода, причем решение последней системы может быть найдено весьма эффективно. При этом существенным образом используется то обстоятельство, что главной частью матричного оператора системы (1) является оператор с элементами $(\Gamma_n^{\pm} - \omega_q)^{-1}$. Такой оператор возникает в процессе решения задач дифракции волн на решетке из полуплоскостей и может быть обращен аналитически.

В результате серии эквивалентных преобразований получаем

$$A_n = F(-\Gamma_0^-, \Gamma_n^+, \infty, n) + \sum_{\nu=0}^{\infty} D_{\nu} \beta_{\nu}(\omega, -\Gamma_n^+) F(\omega, \Gamma_n^+, \nu, n), \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} F(v, \omega, q, p) &= e^{i(\omega-v)t(\psi)} \frac{\Phi_n^+(k-\omega)(\Gamma_0^+ - v)}{\Phi_0^-(k-v)(\Gamma_0^+ - \omega)} \times \\ &\times \prod_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{(\omega_m - \omega)(\Gamma_m^+ - v)(\Gamma_{-m}^+ - v)^*}{(\omega_m - v)(\Gamma_m^+ - \omega)(\Gamma_{-m}^+ - \omega)} \right\}, \\ t(\psi) &= 2(\cos \psi \ln 2 \cos \psi + \psi \sin \psi). \end{aligned}$$

* Знак $\{q, p\}$ у символа произведения означает, что из последнего исключены члены $\frac{\omega_p - \omega}{\omega_p - v}$ и $\frac{\Gamma_q^+ - v}{\Gamma_q^+ - \omega}$.

D_q находим из следующей бесконечной системы линейных алгебраических уравнений:

$$D_q = \sum_{m=0}^{\infty} D_m \beta_m F(\omega_m, -\omega_q, q, \infty) + \frac{F(-\Gamma_0^- - \omega_q, \infty, \infty)}{(\omega_q - \Gamma_0^-)}. \quad (3)$$

Решение задачи в виде (2), (3) уже может быть эффективно использовано для численных расчетов на ЭВМ. Подчеркнем, что (2), (3) совпадают с решением задачи, полученным в работе [4] методом обобщенных матриц рассеяния.

На ЭВМ были численно исследованы энергетические характеристики излучения электронного потока над эшелеттом в зависимости от частоты и угла ψ , определяющего профиль зубцов решетки. При всех расчетах расстояние от пучка до решетки a бралось равным 10^{-3} , а графики построены для приведенных величин

$$s_n = \frac{S_n}{4\pi^2 \rho^2 c},$$

где

$$S_n = 4\pi^2 \rho^2 \beta^2 c e^{-2|\Gamma_0| a} |A_n|^2 \frac{\text{Re } \Gamma_n}{k}$$

есть проекция вектора Умова — Пойтинга для n -й излучающейся пространственной гармоники на ось Oz . Заметим, что условием излучения n -й гармоники является $\text{Re } \Gamma_n > 0$.

На рис. 2 представлены нормированные угловые диаграммы направленности излучения —1-й и —2-й пространственных гармоник для $\beta = 0,2$, $\psi = 45^\circ$ (2, а); $\psi = 60^\circ$ (2, б); $\psi = 75^\circ$ (2, в). Максимальные значения энергий гармоник и соответствующие им углы излучения проставлены в правом верхнем углу каждой диаграммы; направление движения электронов указано стрелкой.

Отметим, что излучение в основном сосредоточено вдоль и против направления движения пучка; диаграммы излучения гладкие, двухлепестковые; в отличие от прямоугольной гребенки, вертикальное излучение крайне мало, а минимумы излучения приходятся на углы $\sim (-15^\circ)$.

Левый (низкочастотный) лепесток излучения —1-й гармоники во всех случаях более мощный, чем правый. С увеличением ψ лепестки «прижимаются» к потоку электронов с одновременным ростом максимальных значений энергии излучения (так, для $\psi = 45^\circ$ $s_{-1}^{\text{max}} = 0,038$ и для $\psi = 75^\circ$ $s_{-1}^{\text{max}} = 0,049$). Кроме того, наблюдается некоторое возрастание доли высокочастотного лепестка.

Диаграммы излучения —2-й гармоники характеризуются теми же закономерностями и отличаются только уменьшением примерно на порядок максимумов излучения, уширением лепестков и усилением асимметрии излучения вперед—назад.

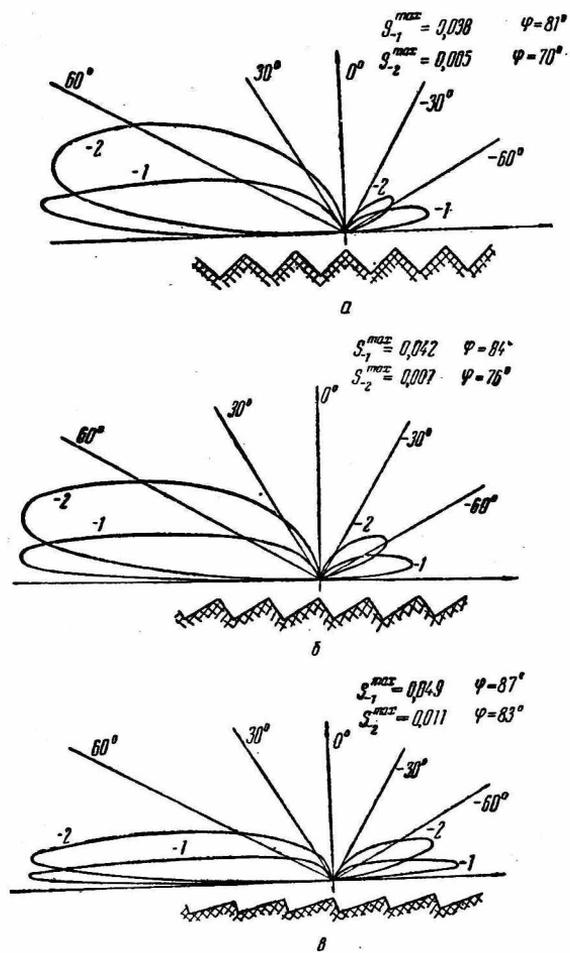


Рис. 2.

Ныне существующие ГДИ обычно работают в режиме излучения, близкого к вертикальному. При излучении над эшелеттом в области вертикального излучения лежат минимумы диаграмм направленности, поэтому при создании ГДИ с эшелеттом желательна конструкция, использующая интенсивное боковое излучение.

Исследуем более подробно зависимость энергии излучения от профиля решетки. С этой целью обратимся к рис. 3, где представлены линии равной интенсивности излучения — 1-й гармоники в координатах φ , ψ (φ — угол излучения гармоники). Здесь исследуются случаи, когда излучение происходит только на одной гармонике, поэтому в силу инвариантности общих потерь на излучение относительно знака скорости [8] достаточно ограничиться рассмотрением

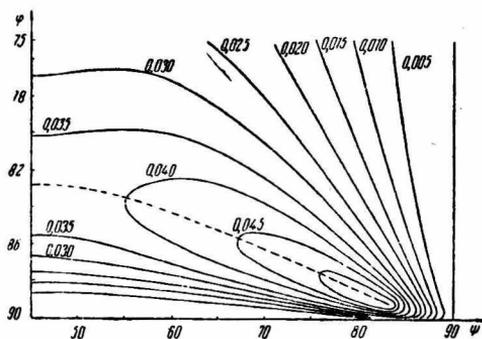


Рис. 3.

только для $45^\circ \leq \psi < 90^\circ$. Пределы изменения угла φ выбраны в области наиболее интенсивного излучения.

Из рис. 3. следует, что при $\psi \rightarrow 90^\circ$, т. е. с вырождением эшелетта в плоскость, интенсивность излучения резко падает. Максимальное излучение наблюдается при $\psi \approx 82^\circ$, угол излучения при этом равен $\sim 89^\circ$. Пунктиром на рисунке нанесена линия, соответствующая максимумам диаграмм направленности.

Мы видим, что максимумы диаграмм излучения изменяются от $s_{-1}^{\max} = 0,038$ при $\psi = 45^\circ$ до $s_{-1}^{\max} = 0,054$ при $\psi = 82^\circ$.

В заключение остановимся еще на одной возможности использования эшелетта в ГДИ.

В ряде работ [9, 10] описаны дифракционные открытые резонаторы, т. е. резонаторы, образованные плоским зеркалом и отражательной дифракционной решеткой (рис. 4). Отличие их заключается в том, что рассеяние поля на решетке происходит в автоколлимационном режиме, т. е. падающая волна и одна из отраженных пространственных гармоник распространяются в прямо противоположных направлениях, перпендикулярных к плоскости второго зеркала резонатора. Если при этом коэффициент отражения указанной гармоники достаточно велик, то такой резонатор обладает высокой добротностью. Вследствие наличия у решетки угловой дисперсии, поля с частотами, для которых не выполняется условие автоколлимации, рассеиваются. В результате происходит дополнительное разрежение спектра резонатора.

В работе [9] указывалось, что наиболее предпочтительным в дифракционных резонаторах по сравнению с другими дифракционными решетками является эшелетт с прямоугольным зубцом, так как коэффициент отражения в режиме автоколлимации мо-

жет здесь достигать значений, равных единице. При падении на эшелетт H -поляризованной плоской волны (вектор \vec{H} падающего поля направлен вдоль канавок) в случае, если выполняется условие автоколлимации на m -й пространственной гармонике

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = -\frac{m}{2 \sin \varphi}; \quad m = \pm 1; \pm 2; \dots \quad (4)$$

и угол падения равен углу блеска решетки ($\varphi + \psi = 90^\circ$ или $\varphi = -\psi$), коэффициент отражения этой гармонике равен единице (здесь φ — угол падения, отсчитываемый от нормали к плоскости решетки). Поэтому наибольшей добротностью обладают дифракционные резонаторы с эшелеттом.

Для эшелетта с прямоугольными зубцами и $\psi = 60^\circ$ на рис. 5 представлен график,

иллюстрирующий зависимость коэффициента отражения по мощности R гармонике с $|m|=1$ от угла падения. При этом угол падения φ и длина волны λ связаны условием автоколлимации (4); таким образом, при $\varphi > 0$; $m = -1$, а при $\varphi < 0$ $m = +1$. Область $|\varphi| < 20^\circ$ не рассматривалась, так как она относится к очень коротким длинам волн (при $\varphi \rightarrow 0$ из (4) получаем $k \rightarrow \infty$).

Как видно, полное отражение в режиме автоколлимации наблюдается в четырех точках при $\varphi = \pm 30^\circ$ и $\pm 60^\circ$. При $\varphi = 30^\circ$ и -60° это обусловлено тем, что угол падения равен углу блеска решетки соответственно на широкой и узкой гранях зубца. Коэффициент отражения нулевой гармонике не зависит от знака угла падения [8], поэтому он будет равен нулю и в симметричных точках $\varphi = -30^\circ$ и 60° . Так как при этих углах распространяющимися являются только 0-я и +1-я или -1-я гармонике, то и здесь имеем $R = 1$. Более того, в диапазоне $19,5^\circ < \varphi < 90^\circ$ (т. е. там, где распространяются только две гармонике над решеткой) в силу указанных причин кривая вообще симметрична.

Рассмотрим условия, при которых принципиально возможна работа ГДИ с дифракционным ОР, причем решетка резонатора одновременно является и структурой, взаимодействующей с пучком.

Пусть имеется дифракционный резонатор, настроенный таким образом, что автоколлимация происходит на m -й гармонике. Потребуем, чтобы поток электронов, пролетающих над решеткой, излучал энергию на n -й гармонике в направлении, перпендику-

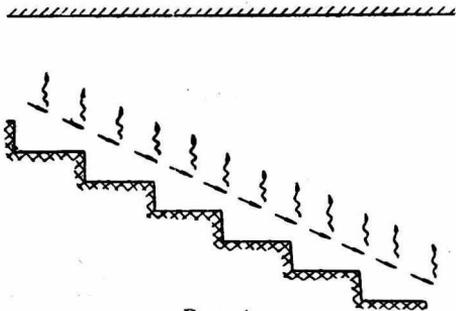


Рис. 4.

лярном ко второму зеркалу, а частота излучения была равна собственной частоте резонатора (рис. 5). Отсюда

$$k = \frac{m-2n}{2} \beta \text{ и } \left| \frac{k}{\beta} + n \right| < k.$$

Заметим, что при четных $(m-2n)$ имеем тривиальный случай — излучение происходит в вертикальном направлении.

Обозначив $\frac{2k}{\beta} = m-2n = l$, из условия излучения получаем

$$-\frac{2n}{l} - 1 < \beta < 1.$$

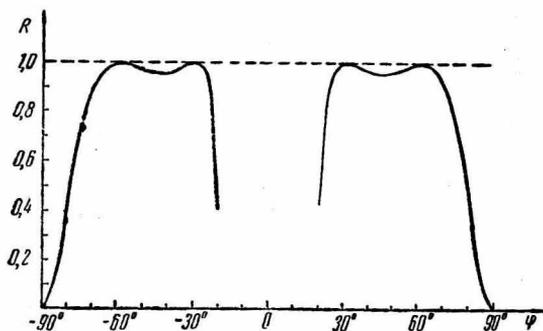


Рис. 5.

Последнее определяет номера гармоник, на которых возможна работа прибора $\frac{l+1}{2} \leq -n \leq l-1$, и пределы углов наклона верхнего зеркала резонатора. При $\beta \rightarrow -\frac{2n}{l} - 1$ угол между плоскостями зеркал ОР стремится к 90° , а при $\beta \rightarrow 1$ — к $\arcsin\left(-\frac{2n}{l} - 1\right)$. Например, при $l = 7$, т. е. $k = 3,5\beta$, излучение возможно на гармониках с $n = -4$ ($m = -1$, $\beta > \frac{1}{7}$), $n = -5$ ($m = -3$, $\beta > \frac{3}{7}$), $n = -6$ ($m = -5$, $\beta > \frac{5}{7}$). Наименее жесткие условия на скорость пучка накладываются при $n = -4$. Минимальный угол наклона между зеркалами (достигается при $\beta = 1$) равен $8,5^\circ$. Если $\beta = 0,2$ (величина, характерная для ныне существующих ГДИ), то угол между зеркалами должен составлять $\sim 43^\circ$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. М. Болотовский, Г. В. Воскресенский. УФН, 94, 3, 377, 1968.
2. М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики. Изд-во «Наука», 1970.

3. J. M. Proud, P. Tamarikin, W. C. Meecham. J. Appl. Phys., 1957. 28. № 11, 1298—1301.

4. В. Е. Буданов, А. А. Кириленко, С. А. Масалов, В. П. Шестопалов. Сб. «Радиотехника», вып. 10. Изд-во ХГУ, Харьков, 1969.

5. В. Е. Буданов. Тезисы докладов V конференции молодых математиков Украины, Киев, 1970.

6. В. Е. Буданов, А. А. Кириленко, С. А. Масалов, В. П. Шестопалов. Аннотации докладов V Всесоюзного симпозиума по дифракции и распространению волн. Ленинград, 1970.

7. R. Mittra and T. Itoh. IEEE Trans. MTT, № 6, 1969.

8. А. А. Кириленко. Автореф. канд. дисс., Харьков, 1969.

9. Е. Л. Косарев. Сб. «Электроника больших мощностей», вып. 10. Изд-во «Наука», 1968.

10. С. И. Аверков, Н. И. Фурашов. «Изв. вузов, Радиофизика», т. XII, вып. 10, 1969.