# К ВОПРОСУ О МЕТОДИКЕ НАХОЖДЕНИЯ ФАЗОВОГО ЦЕНТРА АНТЕНН

*И. Б. Нагибин*

Харьков

Современный уровень развития радиолокационных, космических и других систем связи, в которых информативным параметром является фаза сигнала, требует четкого представления фазовых характеристик приемно — передающих устройств. Поэтому очень актуально решение вопроса о существовании фазового центра антенны и определение его координат.

А. Р. Вольперт показал [1], что антенна имеет фазовый центр только в том случае, когда ее фазовая функция направленности имеет вид

$$\Psi_0(\theta, \varphi) = A\cos\theta\cos\varphi + B\cos\theta\sin\varphi + C\sin\theta + D, \tag{1}$$

где

$$A = kx_0; \quad B = ky_0; \quad C = kz_0; \quad D = kR; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda};$$

$x_0$, $y_0$ и $z_0$ — координаты фазового центра.

В большинстве своем поверхности равных фаз для реальных излучателей не являются сферами, а антенны не имеют фазового центра [1, 2]. В таком случае приходят к понятию «частичного» фазового центра для ограниченного сектора [3]. Его координаты могут быть найдены из следующих соотношений:

$$x_0 = \frac{1}{k}[\psi'(\theta)\cos\theta - \psi''(\theta)\sin\theta];$$

$$y_0 = \frac{1}{k}[\psi'(\theta)\sin\theta + \psi''(\theta)\cos\theta], \qquad (2)$$

где $\psi'(\theta)$ и $\psi''(\theta)$ — первая и вторая производные от фазовой функции направленности антенны соответственно.

На практике обычно за фазовый центр антенны выбирают геометрический центр области, ограничивающей смещение частичных фазовых центров [3—5]. При этом подбирают сферу, наилучшим образом аппроксимирующую фазовую диаграмму направленности, центр которой считают «эффективным» фазовым центром. Для отыскания координат такого центра используют метод наименьших квадратов [3, 5], при использовании которого возникает вопрос о пределах интегрирования, т. е. о секторе, где может быть получена наилучшая аппроксимация. В работах [4, 6] за фазовый центр антенны принимают центр сферы, совпадающей с поверхностью равных фаз в пределах главного луча антенны. При этом фазовый центр определяется из следующих интегральных выражений:

$$x_0 = \frac{\int\limits_0^{2\pi} \psi(\theta)\,\Phi(\theta)\sin\theta d\theta}{\int\limits_0^{2\pi} \Phi(\theta)\sin^2\theta d\theta};$$

$$y_0 = \frac{\int\limits_0^{2\pi} \psi(\theta)\,\Phi(\theta)\cos\theta d\theta}{\int\limits_0^{2\pi} \Phi(\theta)\cos^2\theta}, \qquad (3)$$

где $\Phi(\theta)$ — амплитудная функция направленности антенны.

Таким образом, из анализа ряда работ [1—6] видно, что для определения фазового центра антенны необходимо прежде всего связать координатную систему с осью главного лепестка амплитудной диаграммы направленности. Так как в направлении главного луча сигналы интерферируют синфазно, то ось его лепестка является осью симметрии как амплитудной, так и фазовой диаграмм направленности,

Выражения для амплитудных $\Phi(\theta, \varphi)$ и фазовых $\psi(\theta, \varphi)$ диаграмм направленности могут быть представлены настолько сложной функцией, что нахождение производных высших порядков становится громоздким, а вычисление интегральных выражений весьма затруднительным. Кроме того, для произвольной системы излучателей соотношения (2) и (3) не решают общей задачи определения существования фазового центра антенны вообще.

Для решения поставленной задачи можно воспользоваться следующим выражением [3]:

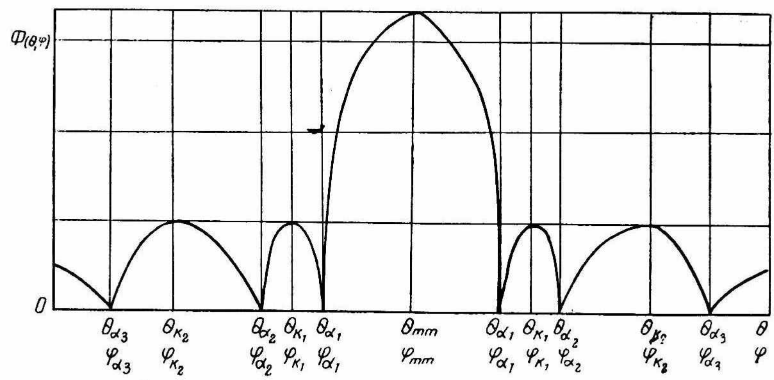
$$\delta = \int\limits_{\theta_k}^{\theta_\alpha}\int\limits_{\varphi_k}^{\varphi_\alpha} [\psi(\theta, \varphi) - \psi_0(\theta, \varphi)]^2\,\Phi(\theta, \varphi)\,d\theta d\varphi. \qquad (4)$$

Дифференцирование $\frac{\partial\delta}{\partial A}$, $\frac{\partial\delta}{\partial B}$ и $\frac{\partial\delta}{\partial C}$ и приравнивание полученных выражений нулю приводит к системе уравнений относительно $A$, $B$, $C$

$$\int_{\theta_k}^{\theta_\alpha}\int_{\varphi_k}^{\varphi_\alpha}[\psi(\theta,\ \varphi)-\psi_0(\theta,\ \varphi)]\frac{\partial\psi(\theta,\ \varphi)}{\partial A}\Phi(\theta,\ \varphi)\,d\theta d\varphi=0;$$

$$\int_{\theta_k}^{\theta_\alpha}\int_{\varphi_k}^{\varphi_\alpha}[\psi(\theta,\ \varphi)-\psi_0(\theta,\ \varphi)]\frac{\partial\psi(\theta,\ \varphi)}{\partial B}\Phi(\theta,\ \varphi)\,d\theta d\varphi=0; \tag{5}$$

$$\int_{\theta_k}^{\theta_\alpha}\int_{\varphi_k}^{\varphi_\alpha}[\psi(\theta,\ \varphi)-\psi_0(\theta,\ \varphi)]\frac{\partial\psi(\theta,\ \varphi)}{\partial C}\Phi(\theta,\ \varphi)\,d\theta d\varphi=0.$$




Амплитудная диаграмма направленности антенны.

Уравнения (5) могут быть записаны в обобщенном виде

$$\int_{\theta_k}^{\theta_\alpha}\int_{\varphi_k}^{\varphi_\alpha}[\psi(\theta,\ \varphi)-Zf(\theta,\ \varphi)]f(\theta,\ \varphi)\,\Phi(\theta,\ \varphi)\,d\theta d\varphi=0. \tag{6}$$

Разбивая интеграл (6) на сумму интегралов таким образом, чтобы нижние пределы соответствовали направлениям $\theta_{km}$, $\varphi_{km}$ максимумов излучения соответствующих лепестков диаграммы направленности (рис. 1), а верхние пределы $\theta_{\alpha m}$, $\varphi_{\alpha m}$ — их минимумам, получим следующее выражение:

$$\sum_{m=0}^{n}\left\{\int_{\theta_{km}}^{\theta_{\alpha_m}}\int_{\varphi_{km}}^{\varphi_{\alpha_m}}[\psi(\theta,\ \varphi)-Zf(\theta,\ \varphi)]f(\theta,\ \varphi)\,\Phi(\theta,\ \varphi)\,d\theta d\varphi-\right.$$

$$\left.-\int_{\theta_{km}}^{\theta_{\alpha(m-1)}}\int_{\varphi_{km}}^{\varphi_{k(m-1)}}[\psi(\theta,\ \varphi)-Zf(\theta,\ \varphi)]f(\theta,\ \varphi)\,\Phi(\theta,\ \varphi)\,d\theta d\varphi\right\}=0. \tag{7}$$

Применение к выражению (7) последовательно теоремы о среднем относительно $\Phi(\theta,\ \varphi)$ и $f(\theta,\ \varphi)$ и дифференцирование по верхнему и нижнему пределу с последующими преобразованиями приводит к следующему соотношению:

$$\frac{\partial\psi(\theta_{an}\varphi_{an})}{\partial\varphi_{an}\partial\theta_{an}}=Z\,\frac{\partial f(\theta_{on},\ \varphi_{an})}{\partial\varphi_{an}\partial\theta_{an}} \tag{8}$$

или

$$Z = \frac{\psi'(\theta_{an}, \varphi_{an})}{f'(\theta_{an}, \varphi_{an})}, \tag{9}$$

где

$$\theta_{an} = \theta - \theta_{mm}; \quad \varphi_{an} = \varphi - \varphi_{mm};$$

$\theta_{mm}$, $\varphi_{mm}$ — координатные углы оси главного лепестка диаграммы направленности.

Применяя формулу (8) для уравнений (5) с учетом выражения (1), можно показать, что любая система излучателей имеет фазовый центр, если

$$\frac{\partial\psi(\theta_{an}, \varphi_{an})}{\partial\varphi_{an}} = 0 \text{ при } \varphi_{an} = 0, \quad \theta_{an} = \frac{\pi}{2} \tag{10}$$

или

$$\frac{\partial\psi(\theta_{an}, \varphi_{an})}{\partial\theta} = 0 \text{ при } \varphi_{an} = \frac{\pi}{2}, \ \theta_{an} = 0.$$

В противном случае, если

$$\frac{\partial\psi(\theta_{an}, \varphi_{an})}{\partial\varphi_{an}} \neq 0 \text{ при } \varphi_{an} = 0, \ 0_{an} = \frac{\pi}{2}, \tag{11}$$

или

$$\frac{\partial\psi(\theta_{an}, \varphi_{an})}{\partial\theta_{an}} \neq 0 \text{ при } \varphi_{an} = \frac{\pi}{2}, \quad \theta_{an} = 0,$$

антенна фазового центра не имеет. При выполнении условия (10) координаты фазового центра определим из следующих соотношений:

$$A = \frac{\partial\psi(\theta_{an}, \varphi_{an})}{\partial\varphi_{an}} \text{ при } \varphi_{an} = \frac{\pi}{2}, \quad \theta_{an} = 0,$$

или

$$A = \frac{\partial\psi(\theta_{an}, \varphi_{an})}{\partial\theta_{an}} \text{ при } \varphi_{an} = 0, \quad \theta_{an} = \frac{\pi}{2}; \tag{12}$$

$$B = \frac{\partial\psi(\theta_{an}, \varphi_{an})}{\partial\varphi_{an}} \text{ при } \varphi_{an} = 0, \quad \theta_{an} = 0;$$

или

$$B = \frac{\partial\psi(\theta_{an}, \varphi_{an})}{\partial\theta_{an}} \text{ при } \varphi_{an} = \frac{\pi}{2}, \quad \theta_{an} = \frac{\pi}{2}; \tag{13}$$

$$C = \frac{\partial\psi(\theta_{an}, \varphi_{an})}{\partial\theta_{an}} \text{ при } \varphi_{an} = 0, \quad \theta_{an} = 0. \tag{14}$$

Таким образом, метод, позволяющий определить критерий существования фазового центра и упрощающий нахождение его координаты, заключается в следующем:

1) в нахождении производной от амплитудной функции направленности по координатным углам $\theta$ и $\varphi$ и приравниванием ее нулю

$$\dot{\Phi}'_{(\theta,\varphi)} = 0.$$

При этом определяются координатные углы главного лепестка диаграммы направленности $\theta_{mm}$ и $\varphi_{mm}$;

2) во введении замены

$$\theta \text{ на } \theta_{an} = \theta - \theta_{mm},$$

$$\varphi \text{ на } \varphi_{an} = \varphi - \varphi_{mm}$$

в фазовую функцию направленности антенны $\psi(\theta, \varphi)$, для осуществления перехода к новой системе координатных углов $\theta_{an}$ и $\varphi_{an}$;

3) в дифференцировании

$$\frac{\partial\psi(\theta_{an}, \varphi_{an})}{\partial\theta_{an}} \text{ или } \frac{\partial\psi(\theta_{an}, \theta_{an})}{\partial\varphi_{an}}$$

по формулам (10) и (11); решается вопрос о существовании фазового центра у антенной системы;

4) в определении из соотношений (12), (13) и (14) его координат, если антенна имеет фазовый центр.

В подтверждение изложенного выше были пересмотрены частные случаи исследования характеристик излучателей, приведенных в работе [1]. Результаты расчета, полученные при помощи описанного метода, идентичны результатам, полученным в работе [1]. При этом процесс анализа значительно упрощается, что важно в инженерной практике.

## ЛИТЕРАТУРА

1. А. Р. Вольперт. «Радиотехника», т. 13, 1963.

2. О. Г. Вендик. Антенны с немеханическим движением луча. Изд-во «Советское радио», 1965.

3. Ю. В. Шубарин. Антенны сверхвысоких частот. Изд-во ХГУ, Харьков, 1960.

4. Д. Р. Роде. Введение в моноимпульсную радиолокацию. Перевод с англ. под редак. Л. Д. Бахраха. Изд-во «Советское радио», 1960.

5. Е. А. Воробьев. Измерение фазовых диаграмм и определение фазового центра слабонаправленных антенн. «Вопросы радиоэлектроники», вып. 14, сер. 12, 1965.

6. А. П. Дорохов. «Расчет и конструирование антенно-фидерных устройств». Изд-во ХГУ, Харьков, 1960.