

ТЕОРИЯ УМНОЖИТЕЛЬНОГО ТВИСТРОНА. ЧАСТЬ I.
ПРИБЛИЖЕНИЕ ЗАДАННОГО ТОКА

В. А. Гребенчук, Л. А. Поспелов, В. Ф. Процай

Харьков

В работе [1] говорится о перспективности приборов с гармонизированным электронным потоком (ПГП) в целях освоения миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов длин волн. В качестве одного из ПГП [1] обсуждался умножительный твистрон, основными элементами которого в упомянутых диапазонах являются клистронный резонатор, обеспечивающий модуляцию по скорости электронного потока, и замедляющая система типа «гребенки», производящая съем высокочастотной мощности на кратной частоте.

Целью настоящей работы является создание теории такого умножителя, способной дать качественные и количественные зависимости всех основных его характеристик. Данная статья, представляющая собой первую часть этой работы, содержит результаты исследования умножительного твистрона в приближении заданного тока.

Постановка задачи

Наиболее общим методом теории электровакуумных приборов СВЧ является использование самосогласованной системы уравнений движения и поля. Однако даже для простейших задач получение таким путем конкретных зависимостей связано с численным решением сложных нелинейных уравнений [2, 3]. Вместе с тем для ряда ситуаций (например, умножительного твистрона), можно применить сравнительно простой метод заданного тока, в котором искомые зависимости получают в квадратурах или в явном виде и относительно просто анализируются.

Ниже использованы следующие допущения. Предполагается, что в некоторой плоскости $z = 0$, которую электрон пролетает в момент времени $t = t_0$, поток модулируется по скорости высокочастотным полем с частотой Ω по закону

$$v = v_0 (1 + \alpha \sin \Omega t_0).$$

(α — глубина модуляции).

При дальнейшем движении над плоской замедляющей системой («гребенка» расположена в плоскости $x = 0$) скоростная модуляция превращается в плотностную — происходит группировка электронов; n -я гармоника тока группирующегося электронного пучка возбуждает в замедляющей системе поле на частоте $n\Omega$ ($n = 1, 2, 3$), которое в прибли-

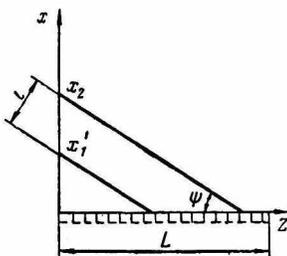


Рис. 1. Схема потока и замедляющей системы.

жении заданного тока не оказывает влияния на группировку. Для простоты предполагаем, что возбуждается одна пространственная гармоника одного из собственных типов волн «гребенки». Поток имеет ограниченные размеры (рис. 1): ширина его a , толщина l . Возможен наклон ψ его относительно плоскости «гребенки». Однако величину угла наклона считаем малой, чтобы можно было пренебречь поперечными компонентами тока и напряженности поля.

Для учета пространственного заряда необходимо задаться моделью потока, для которой известно аналитическое выражение амплитуд гармоник тока. Такое выражение известно для безграничного потока [5, 4] и для потока ограниченного и движущегося в трубке дрейфа [6]. Если рассматривать отдельную гармонику тока, формально выражения для обоих этих случаев совпадают. Отличие состоит лишь в трактовке редукционного множителя, учитывающего ограниченность электронного потока. Поэтому здесь взято соответствующее выражение из работы [5].

Некорректность такого приближения состоит в том, что не учитывается расселение пучка [8] и недостаточно строго учитывается пространственный заряд. Однако эта неточность приводит лишь к некоторой количественной погрешности результатов теории, не изменяя справедливости ее качественных выводов, составляющих основную цель этой статьи.

Коэффициент полезного действия умножительного твистрона

Мощность взаимодействия электронного потока с высокочастотным полем замедляющей системы определяется соотношением

$$P_{en} = \frac{1}{8} R_{0n} \left| \int_0^z e^{-ih_{0n}z'} dz' \int_{S_p} j_{nz} \varphi_{0n}(x, y) dS \right|^2, \quad (1)$$

где R_{0n} — коэффициент связи нулевого типа волн замедляющей системы на частоте $n\Omega$ у поверхности замедляющей системы; h_{0n} — постоянная распространения той же волны в холодной системе; j_{nz} — продольная составляющая плотности тока; $\varphi_{0n}(x, y)$ — функция распределения основного типа волн на частоте $n\Omega$ по поперечному сечению в «гребенке» без пучка.

Интегрирование проводится по объему, занятому потоком и полем. Поток наклонен к оси системы под углом φ ($\varphi \ll 1$), приподнят над началом системы и ограничен поверхностями

$$x = x_1 - \psi z; \quad (2)$$

$$x = x_2 - \psi z.$$

Для случая «гребенки»

$$\varphi_{0n}(x, y) = e^{-p_{0n}x}. \quad (3)$$

Выражение для амплитуды гармоник тока, согласно работе Солимара [4]

$$j_{nz} = 2j_0 J_n \left(\frac{nk\alpha}{2} \sin \beta_p z \right) e^{in \frac{\omega}{v_0} z}, \quad (4)$$

где

$$\beta_p = \frac{\omega_p}{v_0};$$

ω_p — плазменная частота;

v_0 — средняя скорость электронного потока;

j_0 — средняя плотность тока,

$J_n(x)$ — функция Бесселя n -го порядка.

С учетом этого

$$P_{en} = \frac{1}{8} R_{0n} j_0^2 \frac{d^2}{\rho_{0n}^2} |F_n|^2;$$

$$F_n = 2 \int_0^{f\left(\frac{x_2}{\psi}\right)} [1 - e^{-\rho_{0n}(x_2 - \psi z)}] e^{i(n\beta_0 - h_{0n})z} J_n\left(\frac{nk\alpha}{2} \sin \beta_{\rho z}\right) dz -$$

$$- 2 \int_0^{f\left(\frac{x_1}{\psi}\right)} [1 - e^{-\rho_{0n}(x_1 - \psi z)}] e^{i(n\beta_0 - h_{0n})z} J_n\left(\frac{nk\alpha}{2} \sin \beta_{\rho z}\right) dz. \quad (5)$$

Здесь

$$f\left(\frac{x}{\psi}\right) = \begin{cases} \frac{x}{\psi} & \text{при } 0 \leq \frac{x}{\psi} \leq L; \\ L & \text{при } L \leq \frac{x}{\psi}. \end{cases} \quad (6)$$

(L — длина замедляющей системы).

В выражении (6) учтена ограниченность замедляющей системы по длине. Коэффициент полезного действия удобно записать в виде

$$\eta = \frac{K_{0n} v_{\phi} \varepsilon_0 d}{e} \frac{b+k}{k} \left| \int_0^{f\left(\frac{a_2}{\psi}\right)} [1 - e^{-n(k+b)(a_2 - \psi \zeta)}] e^{-inb\zeta} J_n\left(\frac{nk\alpha}{2} \sin \zeta\right) d\zeta - \right.$$

$$\left. - \int_0^{f\left(\frac{a_1}{\psi}\right)} [1 - e^{-n(k+b)(a_1 - \psi \zeta)}] e^{inb\zeta} J_n\left(\frac{nk\alpha}{2} \sin \zeta\right) d\zeta \right|^2, \quad (7)$$

где $\zeta = \beta_{\rho z}$ — безразмерная длина;

$b = k \left(\frac{n_0}{n_{0n}} - 1 \right)$ — параметр рассинхронизма пучка с полем

$$a_{1,2} = \beta_{\rho} x_{1,2} = \frac{\Omega x_{1,2}}{v_{\phi} (k+b)};$$

v_{ϕ} — фазовая скорость волны в холодной системе;

$K_{0n} = \frac{R_{0n}}{h_{0n}^2}$ — сопротивление связи на поверхности замедляющей системы;

$$\rho_{0n} \approx h_{0n};$$

ε_0 — диэлектрическая проницаемость свободного пространства.

Анализ соотношения для к. п. д.

Из выражения (7) нетрудно заключить, что к. п. д. весьма быстро падает с ростом удаления потока от замедляющей системы. Практически взаимодействие электронного потока с полем замедляющейся системы отсутствует уже при расстоянии потока от «гребенки» порядка Λ (Λ — длина замедленной волны). Это является непосредственным следствием поверхностного характера замедленных волн. Отсюда следует, что для потока, параллельного плоскости гребенки, рабочая толщина не более Λ . Улучшим контакт приподнятого потока с «гребенкой», наклоняя поток относительно замедляющей системы. Для оптимально подобранных длины пространства взаимодействия, мощности накачки

на частоте Ω при нулевом рассинхронизме потока и поля величина оптимального угла наклона равна $\frac{x_2}{L}$. На рис. 2 изображена зависимость оптимального наклона от расстояния x_2 ; зависимость имеет линейный вид.

Поскольку функция Бесселя осциллирует с ростом своего аргумента, можно сделать качественные заключения о зависимости коэффициента полезного действия от глубины предварительной модуляции электронного потока, параметра пространственного заряда и длины замедляющей системы. Все эти зависимости должны иметь вид кривых с экстремумами. Иначе, существует оптимальный скореллированный набор параметров α , k , L , для которых коэффициент полезного действия имеет максимальное значение.

Физическое объяснение этим зависимостям следующее: чем больше глубина модуляции, тем быстрее группируется поток (имеется в виду кинематический режим группировки). Следовательно, изменением α можно смещать положение максимума и нуля тока относительно замедляющей системы. При избыточной глубине модуляции «перегруппировка» потока происходит над «гребенкой» и поток на некотором участке своего пути отбирает мощность у поля. Генерируемая мощность уменьшается. С перегруппировкой связано появление максимума к. п. д. от α . Данное объяснение годится для небольшой плотности тока ($k \geq 15$). При больших значениях тока, когда верно приближение, используемое в настоящей работе, скорость осцилляций потока определяется плазменными колебаниями в нем, а при заданной длине «гребенки» увеличение плотности тока приведет к развалу густака и последующему образованию нового густака, отбирающего мощность у поля над коллекторным концом «гребенки». Это приводит к появлению экстремума в зависимости к. п. д. от параметра пространственного заряда k при заданной длине замедляющей системы или максимума в зависимости к. п. д. от длины «гребенки» при фиксированном k . Наличие экстремального значения α в электронно-волновом приближении связано оптимальному значению аргумента функции Бесселя в формуле (7), при котором площадь под кривой n -й гармоники тока максимальна.

Отрицательное влияние избыточной длины «гребенки» можно, как и в случае с приподнятым потоком, исключить введением некоторого наклона электронного луча. На рис. 3 приведена зависимость к. п. д. от угла наклона ψ потока, прижатого к замедляющей системе, для двух значений параметра рассинхронизма. На этих кривых наблюдается явно выраженные максимумы. Правда, из-за интенсивного токооседания значения к. п. д. для наклоненного пучка значительно меньше значений к. п. д. системы с оптимально подобранной длиной. Введение рассинхронизма приводит к некоторому изменению вида этой зависимости. На ней может появиться минимум, кривая — стать монотонно спадающей.

Влиянию рассинхронизма обязано появление в подынтегральном выражении осциллирующего множителя (экспонента с мнимым показателем). Роль этой осциллирующей функции сводится к уменьшению интеграла (7), и это уменьшение будет тем больше, чем больше периодов осцилляций укладывается на пути интегрирования. Типичные кри-

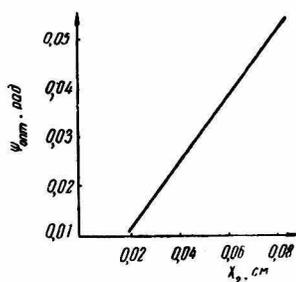


Рис. 2. Зависимость оптимального наклона от расстояния до верхней границы потока при $z=0$: $L=1,5 \text{ см}$; $k=10$; $n=5$; $\alpha=0,25$.

вые зависимостей коэффициента полезного действия от параметра рассинхронизма приведены на рис. 4.

Интересующие нас зависимости к. п. д. от других параметров можно получить в явном виде для случая $\psi = 0$ и оптимального выбора длины замедляющей системы ($L = \frac{\pi}{\beta_0}$). Тогда в отсутствие зазора между электронным потоком и замедляющей системой соотношение (7) принимает следующую форму:

$$\eta = \pi^2 (1 - e^{-h_0 l})^2 \frac{K_{0n} v_{\phi} \varepsilon_0 d}{l} \frac{b + k}{k} J_{\frac{n}{2}(1+b)} \left(\frac{nk\alpha}{4} \right) J_{\frac{n}{2}(1-b)} \left(\frac{nk\alpha}{4} \right). \quad (8)$$

Безразмерные переменные, отличные от традиционных переменных в теории ЛБВ [2], выбираются в связи с тем, что они наиболее удобно позволяют записать выражение для к. п. д., которое затем легко, используя (6.681) из [8], привести к явному виду.

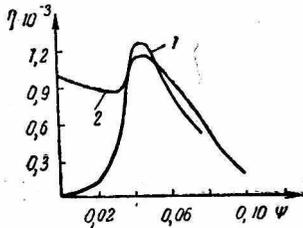


Рис. 3. Зависимость к.п.д. от угла наклона:

- 1 — $k = 6$; $n = 3$;
 $\alpha = 0,25$; $b = 0$;
 2 — $k = 6$; $n = 3$;
 $\alpha = 0,25$; $b = 0,2$.

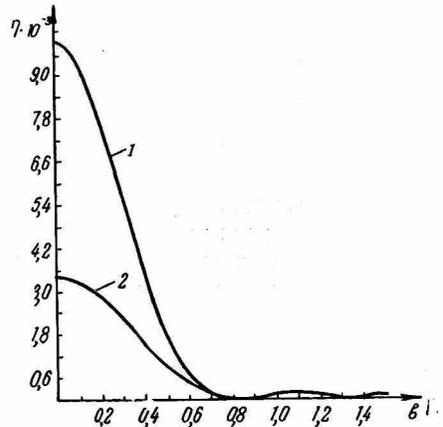


Рис. 4. Зависимость к.п.д. от параметра рассинхронизма:

- 1 — $k = 10$; $\psi = 0$; $n = 5$; $\alpha = 0,25$;
 2 — $k = 8$; $\psi = 0$; $n = 5$; $\alpha = 0,25$.

Из определения параметра рассинхронизма b следует, что он может принимать и отрицательные значения, но не может стать меньше чем $(-k)$. Когда $b = -k$, невозмущенная скорость электронного потока обращается в нуль.

Из соотношения (8) нетрудно найти связь между значениями к. п. д. для параметров рассинхронизма, отличающихся только знаком,

$$\frac{\eta_b}{\eta_{-b}} = \frac{k + b}{k - b}. \quad (9)$$

При нулевом рассинхронизме выражение для к. п. д.

$$\eta = \pi^2 (1 - e^{-h_0 l})^2 \frac{K_{0n} v_{\phi} \varepsilon_0 d}{l} J_{\frac{n}{2}} \left(\frac{nk\alpha}{4} \right). \quad (10)$$

Из этого выражения видим, что параметр пространственного заряда k и оптимальная глубина модуляции $\alpha_{\text{опт}}$ связаны простым соотношением

$$\alpha_{\text{опт}} = \frac{4r_n}{kn}, \quad (11)$$

где r_n — значение аргумента функции Бесселя порядка $\frac{n}{2}$, при котором она достигает первого максимума. Если учесть, что

$$\beta_p \sim \sqrt{J_0}; \quad \alpha \sim \sqrt{P_n},$$

где J_0 — ток пучка, P_n — мощность подкачки на частоте Ω , можно сказать, что оптимальная мощность подкачки зависит от тока по линейному закону.

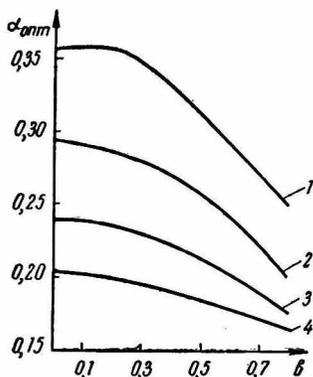


Рис. 5. Зависимость оптимальной глубины модуляции от параметра рассинхронизма для различных значений параметра пространственного заряда:

- 1 — $k = 8$; $\psi = 0$; $n = 5$;
- 2 — $k = 10$; $\psi = 0$; $n = 5$;
- 3 — $k = 12$; $\psi = 0$; $n = 5$;
- 4 — $k = 41$; $\psi = 0$; $n = 5$.

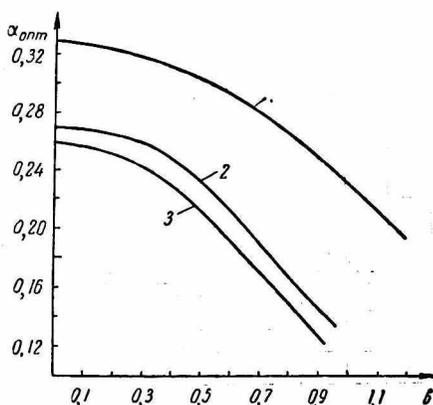


Рис. 6. Зависимость оптимальной глубины модуляции от параметра рассинхронизма для различных значений коэффициента умножения:

- 1 — $k = 10$; $\psi = 0$; $n = 3$;
- 2 — $k = 10$; $\psi = 0$; $n = 7$;
- 3 — $k = 10$; $\psi = 0$; $n = 9$.

Величина оптимальной глубины модуляции медленно уменьшается с увеличением коэффициента умножения при прочих постоянных параметрах. Так, для $k = 10$ эта зависимость проиллюстрируется следующей таблицей:

n	4	6	8	10	16	100
α_{opt}	0,31	0,28	0,265	0,256	0,24	0,21

Введение рассинхронизма приводит к смещению величины оптимальной мощности подкачки в сторону меньших величин.

На рис. 5 и 6 приведены зависимости α_{opt} от b для различных значений параметра пространственного заряда и коэффициента умножения. При предварительной модуляции электронного потока лишь одним клистронным резонатором к. п. д. твистронного умножителя оказывается низким и спад его с коэффициентом умножения происходит весьма быстро (рис. 7).

Область применимости приближения заданного тока

Определим относительную роль поля резонатора и поля «ребенки». Хорошо сгруппированный поток — это поток, электроны которого, влетевшие в резонатор в течение периода модулирующего поля, слетаются

в электронный сгусток, минимальный по протяженности. Поскольку время взаимодействия соизмеримо со временем группирования, относительный вклад полей резонатора и «гребенки» можно оценить по времени собирания электронов в сгусток под действием того и другого полей.

Таким образом, для применимости приближения заданного тока необходимо, чтобы резонатор группировал значительно быстрее чем «гребенка», т. е. должно быть

$$t_1 \ll t_2, \quad (12)$$

где t_1 и t_2 — время группирования резонатором и «гребенкой». Легко понять, что

$$t_1 \approx \frac{\lambda_1}{v}, \quad (13)$$

где $\lambda = \frac{2\pi c}{\Omega}$ — длина волны поля резонатора;

$v \equiv \alpha v_0$ — амплитудное значение добавки к скорости электрона после взаимодействия его с полем резонатора. Если модуляция слабая ($\alpha \ll 1$),

$$\alpha \approx \sqrt{\frac{2R_{\text{ш}}P_{\text{н}}}{v_0}}, \quad (14)$$

где v_0 — ускоряющее напряжение;

$R_{\text{ш}}$ — шунтирующее сопротивление резонатора.

Время группирования под влиянием поля замедляющей системы

$$t_2 \approx \frac{\Lambda}{v_2}. \quad (15)$$

Здесь Λ — замедленная длина волны, определяемая соотношением

$$\Lambda = \frac{N\lambda_1}{n}, \quad (16)$$

где $N = \frac{v_{\text{ф}}}{c}$ — степень замедления волны;

v_2 — амплитудное значение модуляционной добавки к скорости электрона за счет его взаимодействия с полем «гребенки», определяемая соотношением:

$$\frac{v_2}{v_0} \approx \frac{E_{\text{ен}}L}{v_0}. \quad (17)$$

($E_{\text{ен}}$ — амплитуда напряженности поля замедляющей системы).

Напряженность поля запишем через генерируемую мощность:

$$E_{\text{ен}} = \sqrt{2R_{\text{он}}P_{\text{ен}}}. \quad (18)$$

Подставляя выражения (13)—(18) в неравенство (12), окончательно получим условие применимости метода заданного тока

$$\frac{P_{\text{н}}}{P_{\text{ен}}} \gg \frac{N}{n} \frac{R_{\text{он}}L^2}{R_{\text{ш}}}. \quad (19)$$

Из (19) легко заметить, что чем выше порядок умножения, тем точнее приближение заданного тока.

Оценим значения величин, входящих в это неравенство, применительно к твистронному умножителю, производящему десятикратное умножение из трехсантиметрового в миллиметровый диапазон. Шунтирующее сопротивление резонатора в трехсантиметровом диапазоне длин волн порядка 50 000 ом. Коэффициент связи на поверхности замедляющей системы R_{0n} в трехмиллиметровом диапазоне — величина порядка нескольких тысяч, например 5000 ом/см², длина «гребенки» ~ 1 см, $N \sim 10$.

Отсюда

$$P_n \gg 0,1 P_{en}. \quad (20)$$

Реальные умножители [9] обычно имеют потери преобразования, составляющие несколько десятков децибел, т. е. генерируемая мощность меньше мощности накачки, по крайней мере, на порядок. В этих условиях можно считать неравенство (20) выполненным. Следовательно, метод заданного тока применим. Более строгая оценка на основе самоогласованной теории будет дана во второй части настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Поспелов, А. Я. Усиков. УВЖ, XIV, вып. 5.
2. Л. А. Ванштейн. «Радиотехника и электроника», т. 2, вып. 7, 1957.
3. Л. А. Ванштейн. «Радиотехника и электроника», т. 2, вып. 8, 1957.
4. Solyman L. Journal of Electronics and Control, № 10, p. 165, 1961.
5. Kalman E. Annals of Physics, 10, № 1, 1960.
6. Mihran T. Journal of Applied Physics, V, 38, № 1, 1967.
7. Г. Ф. Филимонов, С. В. Галактионов. «Радиотехника и электроника», № 11, 1968.
8. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. «Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений». Физматгиз, 1962.
9. Kavanagh F., Westermann K. TRE Trans Military Electronics, № 4, 1960.