

ОБ АСИММЕТРИИ ФОРМЫ КОЛЕБАНИЙ В НЕЛИНЕЙНОМ КОНТУРЕ С ЕМКОСТЬЮ $p-n$ -ПЕРЕХОДА

Ю. Х. Лоза

Харьков

Форма напряжения на емкости $p-n$ -перехода рассматривалась ранее [1], но не были получены аналитические выражения, устанавливающие отличие напряжения на емкости от синусоидального и зависящее от параметров схемы. В данной работе рассматривается связь между формой напряжения и параметрами нелинейного колебательного контура, а также показывается, что амплитудно-частотная характеристика несимметрична относительно оси частот и значительно отличается от характеристики для амплитуды первой гармоники напряжения.

Рассмотрим нелинейный колебательный контур (рис. 1) с емкостью смещенного в обратном направлении $p-n$ -перехода. Уравнение колебательного контура имеет вид

$$L \frac{di}{dt} + ri + u = U_m \cos \omega t, \quad (1)$$

где u — переменное напряжение на емкости $p-n$ -перехода;

U_m — амплитуда напряжения питания;

r — сопротивление потерь;

L — индуктивность контура;

i — ток в контуре.

Используя очевидное соотношение для определения тока и его первой производной

$$i = \frac{dq}{dt} = C(u) \frac{du}{dt}; \quad \frac{di}{dt} = C(u) \frac{d^2u}{dt^2} + \frac{dC(u)}{du} \left(\frac{du}{dt} \right)^2,$$

получим уравнение

$$LC(u) \frac{d^2u}{dt^2} + L \frac{dC(u)}{du} \left(\frac{du}{dt} \right)^2 + rC(u) \frac{du}{dt} + u = U_m \cos \omega t. \quad (2)$$

Дифференциальная емкость $p-n$ -перехода определяется в общем случае следующим выражением:

$$C(u) = C_0 (1 + a + x)^{-n}, \quad (3)$$

где $a = \frac{E_{см}}{\varphi_k}$ — нормированное постоянное смещение;

$x = \frac{u}{\varphi_k}$ — нормированное переменное напряжение на емкости;

φ_k — контактная разность потенциалов;

n — показатель степени, определяющий тип $p-n$ -перехода.

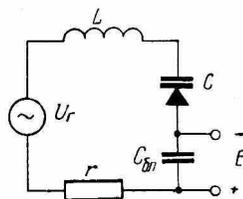


Рис. 1. Схема нелинейного контура с емкостью $p-n$ -перехода.

Используя выражения (2), (3), а также произведя замену переменной

$$y = (1 + a + x)^{1-n} - (1 + a)^{1-n}, \quad (4)$$

получим нелинейное дифференциальное уравнение в общем виде

$$\begin{aligned} \frac{d^2y}{dt^2} + 2\delta \frac{dy}{dt} + \frac{(1-n)}{(1+a)^n} \cdot \omega^2 [y + (1+a)^{1-n}]^{1-n} = \\ = \frac{(1-n)}{(1+a)^n} \cdot \omega^2 [(1+a) + b \cos \nu t], \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{где } \omega = \frac{1}{LC_0(1+a)^{-n}}; \quad \delta = \frac{r}{2\omega L}.$$

Для сплавных $p-n$ -переходов показатель степени $n = \frac{1}{2}$ и уравнение (5) легко приводится к стандартному виду

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 y = -2\delta \frac{dy}{dt} - \frac{\omega^2 y^2}{2(1+a)^{\frac{1}{2}}} + \frac{b\omega^2}{2(1+a)^{\frac{1}{2}}} \cos \nu t. \quad (6)$$

Следует заметить, что при других степенях нелинейности нелинейный член приходится разлагать в степенной ряд, ограничиваясь первыми членами.

В результате решения (6) асимптотическим методом Боголюбова-Митропольского [2] во втором приближении определяем искомую функцию

$$y = -\frac{\alpha^2}{4(1+a)^{\frac{1}{2}}} + \alpha \cos \psi + \frac{\alpha^2}{12(1+a)^{\frac{1}{2}}} \cos 2\psi, \quad (7)$$

где амплитуда первой гармоники и фаза определяются из системы укороченных дифференциальных уравнений первого порядка

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} = -\delta\alpha - \frac{b\omega^2}{2(1+a)^{\frac{1}{2}}(\omega + \nu)} \cos \varphi; \\ \frac{d\varphi}{dt} = \omega - \nu - \frac{5}{48} \frac{\alpha^2 \omega}{(1+a)} + \frac{b\omega^2}{2(1+a)^{\frac{1}{2}} \alpha (\omega + \nu)} \sin \varphi. \end{aligned} \quad (8)$$

В установившемся режиме $\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} = 0$ (8) находим амплитудно-частотную характеристику первой гармоники

$$\nu^2 = \omega^2 \left[\left(1 - \frac{5}{24} \chi^2 \right) \pm \left(\frac{b^2}{4(1+a)^2 \chi^2} - \frac{1}{Q^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right], \quad (9)$$

где $\chi = \frac{\alpha}{(1+a)^{\frac{1}{2}}}$ — нормированная амплитуда первой гармоники;
 $Q = \frac{\omega L}{r}$ — добротность в рабочей точке.

Приравняв нулю подкоренное выражение в (9), находим значение максимальной амплитуды первой гармоники и выражения, описывающие скелетную кривую

$$\chi_m = \frac{bQ}{2(1+a)}; \quad (10)$$

$$\nu = \omega \left(1 - \frac{5}{24} \chi^2 \right). \quad (11)$$

Из (4) для сплавного $p-n$ -перехода ($n = \frac{1}{2}$) находим связь между переменной y и дважды пронормированной величиной напряжения на $p-n$ -переходе $z = \frac{x}{(1+a)}$;

$$z = \frac{y^2}{(1+a)} + \frac{2y}{(1+a)^2}. \tag{12}$$

Используя (12) и (7), находим нормированное переменное напряжение на емкости $p-n$ -перехода, представляющее собой сложную гармоническую функцию:

$$z = \frac{\chi^4}{16} + 2\left(\chi - \frac{5}{24}\chi^3\right) \cos \psi + \frac{2}{3}\chi^2\left(1 - \frac{\chi^2}{16}\right) \cos 2\psi + \frac{\chi^3}{12} \cos 3\psi + \frac{\chi^4}{288} \cos 4\psi. \tag{13}$$

Для построения амплитудно-частотной характеристики необходимо получить выражения, определяющие положительные и отрицательные амплитуды этого напряжения. Принимая $\psi = 2n\pi$, где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ и $\psi = \pi$ ($n = 1, 3, 5, \dots$), получим выражения, связывающие соответственно положительную и отрицательную амплитуды с амплитудой первой гармоники напряжения на контурной емкости:

$$Z_+ = 2\chi + \frac{2}{3}\chi^2 - \frac{1}{3}\chi^3 + \frac{1}{36}\chi^4; \tag{14}$$

$$Z_- = -2\chi + \frac{2}{3}\chi^2 + \frac{1}{3}\chi^3 + \frac{1}{36}\chi^4. \tag{15}$$

Выражения (9), (14) и (15) позволяют получить амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) напряжения на емкости $p-n$ -перехода. На рис. 2 изображены теоретическая и экспериментальная характеристики, из которых видно, что АЧХ для положительных амплитуд значительно отличается от АЧХ для отрицательных амплитуд.

Сложив (14) и (15), определим различие между положительной и отрицательной амплитудами

$$\Delta Z = Z_+ + Z_- = \frac{4}{3}\chi^2 + \frac{1}{18}\chi^4 \approx \frac{4}{3}\chi^2. \tag{16}$$

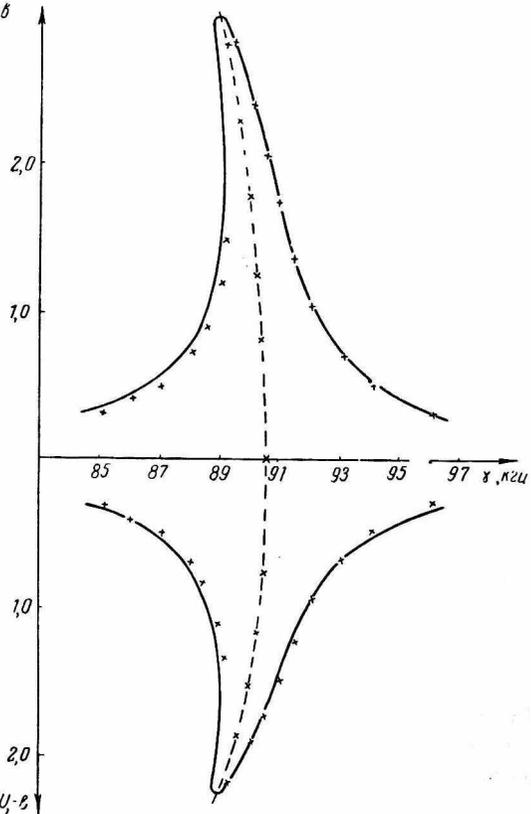


Рис. 2. Амплитудно-частотная характеристика для положительной и отрицательной полувольт напряжения ($u_r = 0,03$ в (эф.в.); $E_{см} = 2,5$ в; $Q = 63,8$).

Выразив χ^2 через ΔZ и подставив полученное значение в (9), получим частотную зависимость превышения положительной амплитуды над отрицательной (рис. 3):

$$y^2 = \omega^2 \left[\left(1 - \frac{5}{32} \Delta Z \right) \pm \left(\frac{b^2}{3(1+a)^2 \Delta Z} - \frac{1}{Q^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right], \quad (17)$$

откуда

$$\Delta Z_{\max} = \frac{b^2 Q^2}{3(1+a)^2}. \quad (18)$$

Ввиду того, что в рассматриваемой системе используется емкость затертого $p-n$ -перехода, амплитуда отрицательного напряжения на нем не должна превышать суммарной величины напряжения смещения и контактной разности потенциалов

$$|x| \leq (1+a) \text{ или } |z| \leq 1; \quad (19)$$

граничным является значение $z = -1$, тогда

$$Y = -(1+a)^{\frac{1}{2}}. \quad (20)$$

Определив отрицательную амплитуду y из (7) при $\psi = n\pi$, где $(n = 1, 3, 5 \dots)$

$$Y_- = \chi(1+a)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{6} \chi^2(1+a) \quad (21)$$

и приравняв (20) и (21), находим максимально допустимое значение амплитуды первой гармоники напряжения

$$\chi_m = 0,873. \quad (22)$$

Подставляя полученное значение χ_m в (10), находим максимально допустимое напряжение генератора, выше которого $p-n$ -переход начинает проводить и добротность системы резко ухудшается

$$b_{\max} = \frac{1,746(1+a)}{Q}. \quad (23)$$

Используя (18) и (23), получаем максимально возможное превышение положительной амплитуды над отрицательной при заданной степени нелинейности $p-n$ -перехода

$$\Delta Z_{\max} = 1. \quad (24)$$

Учитывая, что амплитуда отрицательной полуволны напряжения $Z_{\max-} = -1$, находим максимальное значение амплитуды положительной полуволны

$$Z_{\max+} = Z_{\max-} + \Delta Z_{\max} = 2. \quad (25)$$

Резкое различие в амплитудах положительного и отрицательного полупериодов напряжения объясняется появлением постоянной составляющей или же изменением соотношения их длительностей, т. е. площади полупериодов должны сставаться равны. Как видно из (13), по-

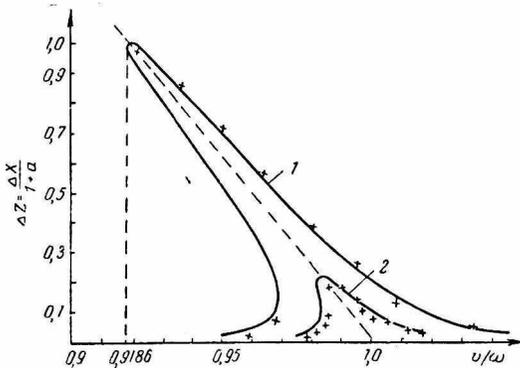


Рис. 3. Частотная зависимость превышения положительной амплитуды над отрицательной:

$$1 - b_{\max} = \frac{1,746(1+a)}{Q}; \quad 2 - b = 0,468 b_{\max};$$

x — экспериментальные точки.

стоянная составляющая мала и она появляется только в результате неточности решения; при взятии третьего и более высоких приближений величина ее должна уменьшиться до нуля. Таким образом, следует ожидать, что асимметрия амплитуд приведет к изменению длительностей полупериодов напряжения. Чтобы проверить правильность этой предпосылки, определим значение величины ψ в установившемся режиме при начальном сдвиге фаз $\varphi = 0$ и прохождении колебаний через нулевое значение. Для этого приравняем в (7) гармонические составляющие нулю и находим, что длительность положительного полупериода

$$\psi_+ = 2 \arccos \left[\left(\frac{9}{\chi} + \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{\chi} \right], \quad (26)$$

а отрицательного полупериода

$$\psi_- = 2(\pi - \psi_+) = 2 \left\{ \pi - \arccos \times \right. \\ \left. \times \left[\left(\frac{9}{\chi} + \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{\chi} \right] \right\}. \quad (27)$$

Введем понятие коэффициента формы напряжения в нелинейной цепи, под которым будем понимать отношение длительности отрицательного полупериода к длительности положительного полупериода

$$K_\psi = \frac{\psi_-}{\psi_+} = \frac{2\pi}{\psi_+} - 1. \quad (28)$$

Используя (16), (26) и (28), получим выражение, устанавливающее связь между K_ψ и ΔZ :

$$K_\psi = \frac{\pi}{\arccos \left[\left(\frac{12}{\Delta Z} + \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} - 2 \left(\frac{3}{\Delta Z} \right)^{\frac{1}{2}} \right]} - 1. \quad (29)$$

Учитывая (24), находим, что максимальная величина коэффициента формы в нелинейном контуре с емкостью сплавного $p-n$ -перехода, смещенного в обратном направлении $K_{\psi_{\max}} = 1,0954$. На рис. 4 приведена зависимость $K_\psi = f(\Delta Z)$. Экспериментальные исследования проводились при следующих частных параметрах колебательной системы: $L = 9,1$ мГн; $Q_0 = 63,8$; при $E_{\text{см}} = 2,5$ в $U_r(\text{эфф}) = 30$ мв; в качестве нелинейной емкости использовался стабилитрон Д808 с $C_0 = 670$ пф и $\varphi_k = 0,8$ в. Измерение амплитуд проводилось с помощью пиковых вольтметров типа В4-1А, а длительность полупериодов — осциллографом типа С1-13А. При этом расхождение теоретических и экспериментальных значений находилось в пределах погрешности измерительных приборов.

Проведенные исследования позволяют установить связь между параметрами нелинейной колебательной системы и формой напряжения на емкости $p-n$ -перехода.

Из проведенного анализа нелинейного колебательного контура с емкостью $p-n$ -перехода следует, что

а) амплитудно-частотная характеристика имеет амплитудную асимметрию;

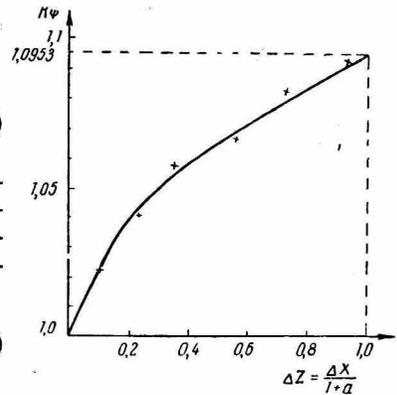


Рис. 4. Зависимость $K_\psi = f(\Delta Z)$.

б) с ростом амплитуд возрастает различие между положительной и отрицательной амплитудами;

в) с возрастанием разницы амплитуд ΔZ увеличивается различие в длительности отрицательного и положительного полупериодов напряжения.

Выведены аналитические соотношения, показывающие связь между разницей амплитуд ΔZ , коэффициентом формы K_ϕ и параметрами системы.

При использовании сверхрезких переходов с коэффициентом нелинейности $n = 3 - 5$ следует ожидать значительного изменения соотношения длительностей полупериодов напряжения на емкости в зависимости от величины напряжения питания или смещения. Данное явление может быть использовано при создании устройства, преобразующего амплитудные изменения во временные. Такое устройство легко выполнить методами микроэлектронной технологии, так как в нем не будет содержаться трехэлектродных активных элементов.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Самойленко, Е. М. Злочевский, Н. А. Миляев. Исследования работы нелинейного контура в режиме вынужденных колебаний. Труды МАИ, вып. 166. Изд-во «Машиностроение», 1966.
2. Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. Физматгиз, 1963.