К ВОПРОСУ ОБ ОПТИМАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯХ ПАРАМЕТРОВ СИНУСОИДАЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЕМКОСТЕЙ

В. К. Дущенко

Харьков

В последнее время большое внимание уделяется разработке радиотехнических систем, использующих нелинейные конденсаторы. В ряде случаев при этом параметры устройств могут быть существенно улучшены при одновременном их упрощении или получены качественно новые явления по сравнению с транзисторно-ламповой техникой [1—4].

Во всех этих исследованиях рассматривается применение типовых нелинейных конденсаторов на основе емкости $p-n$-перехода. В связи с развитием микроэлектроники и все увеличивающейся степенью интеграции микросхем возникла необходимость в оптимизации типовых схем. Один из возможных путей оптимизации — реализация требуемых преобразований на основе нелинейных цепей с оптимальной нелинейностью одного из элементов. Рядом исследователей рассматривается оптимальное умножение частоты синусоидального напряжения [4—6]. Практическая реализация требуемой нелинейности возможна либо чисто технологическими методами [7—8], либо на основе комбинированных соединений типовых нелинейностей [9]. Ниже рассматривается оптимизация нелинейной емкости при заданном преобразовании амплитуды, частоты и фазы синусоидального напряжения на основе пассивной нелинейной RC-цепи.

Источник сигнала может быть представлен напряжением

$$U_{\text{вх}} = U_0 \sin \omega_{\text{вх}} t \tag{1}$$

и внутренним сопротивлением $R_{\text{вх}}$.

Это напряжение необходимо преобразовать в

$$U_{\text{вых}} = U_{\text{н}} \sin(\omega_{\text{н}} t + \varphi_{\text{н}}), \tag{2}$$

которое выделяется на сопротивлении нагрузки $R_{\text{н}}$.

Собственно нелинейная цепь представляется в виде линейного активного сопротивления R и нелинейной емкости

$$C = C_0 f(U_c),$$

где $f(U_c)$ — безразмерная функция напряжения на емкости.

В зависимости от того, что является выходным параметром (напряжение на нелинейном элементе или протекающий через него ток), возможны два схемных решения (рис. 1).

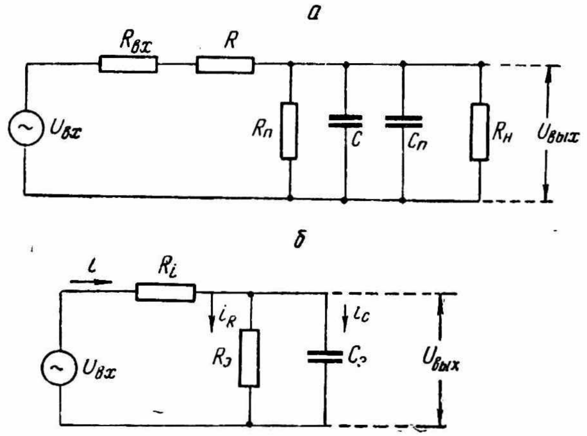

Рис. 1. RC — цепь, где выходным параметром является напряжение до (*а*) и после преобразований (*б*).

Рассмотрим цепь, где выходным параметром служит напряжение на нелинейной емкости (рис. 1, *а*), которая приводится к более простой (рис. 1, *б*) с очевидными соотношениями:

$$R_i = R_{\text{вх}} + R;$$
$$\frac{1}{R_{\text{э}}} = \frac{1}{R_{\text{п}}} + \frac{1}{R_{\text{н}}}; \tag{3}$$
$$C_{\text{э}} = C + C_{\text{н}}.$$

Здесь $C_{\text{н}}$ — емкость нагрузки;

$R_{\text{п}}$ — сопротивление, определяющее потери нелинейной емкости.

Процессы, протекающие в схеме, описываются соотношениями

$$i = i_C + i_R;$$
$$U_{\text{вх}} = iR_i + U_{\text{вых}}; \tag{4}$$
$$i_C = C_{\text{э}} \frac{dU_{\text{вых}}}{dt},$$
$$i_R = \frac{U_{\text{вых}}}{R_{\text{э}}},$$

на основании которых получаем общее дифференциальное уравнение цепи

$$C_{\text{э}} \frac{dU_{\text{вых}}}{dt} + \left(\frac{1}{R_{\text{э}}} + \frac{1}{R_i}\right) U_{\text{вых}} = \frac{U_{\text{вх}}}{R_i}, \tag{5}$$

которсе после приведения к безразмерному виду выразим следующим образом:

$$\tau_0 [f(x) + \xi] \frac{dx}{dt} + ax = x_{вх}, \tag{6}$$

откуда

$$f(x) = \frac{x_{вх} - ax}{\tau_0 \frac{dx}{dt}} - \xi, \tag{7}$$

где принято

$$a = 1 + \frac{R_i}{R_э}; \quad x = \frac{U_{вых}}{U_н}; \quad x_{вх} = \frac{U_{вх}}{U_н}; \tag{8}$$

$$\xi = \frac{C_н}{C_0}; \tau_0 = R_i C_0.$$

Из уравнения (6) следует, что для получения требуемого напряжения на выходе x (оно же и напряжение на нелинейной емкости) при заданном воздействии на входе $x_{вх}$ зависимость емкости от напряжения должна описываться уравнением (7). Для получения этой зависимости в явном виде необходимо величины $x_{вх}$ и $\frac{dx}{dt}$ представить как функции x.

Учитывая (8), исходные соотношения

$$x_{вх} = \frac{U_0}{U_н} \sin \omega_{вх} t = k \sin \omega_{вх} t; \tag{9}$$

$$x = \sin (\omega_н t + \varphi_н); \tag{10}$$

$$\frac{dx}{dt} = \omega_н \cos (\omega_н t + \varphi_н) = \omega_н \sqrt{1 - x^2}. \tag{11}$$

Для выражения $x_{вх}$ через x рассмотрим тождество

$$\omega_н t - \omega_н t + \omega_{вх} t - \omega_{вх} t + \varphi_н - \varphi_н = 0. \tag{12}$$

Слагаемые этого тождества на основании (9) — (11) представим в виде

$$\begin{gathered} \omega_{вх} t = \arcsin \frac{x_{вх}}{k}; \\ \omega_н t + \varphi_н = \arcsin x; \\ \varphi_н = \arcsin x_0; \\ n\omega_{вх} t = \arcsin x_1, \end{gathered} \tag{13}$$

где $n = \left(1 + \frac{\omega_н}{\omega_{вх}}\right)$ — коэффициент преобразования частоты;

$k = \frac{U_0}{U_н}$ — коэффициент преобразования амплитуды.

Подставив значения (13) в тождество (12) и используя формулу сложения арксинусов, получаем

$$\frac{x_{вх}}{k} \sqrt{1 - x^2} + x \sqrt{1 - \left(\frac{x_{вх}}{k}\right)^2} = x_0 \sqrt{1 - x_1^2} + x_1 \sqrt{1 - x_0^2}. \tag{14}$$

Полученное уравнение (14) позволяет выразить $x_{вх}$ через x в явном виде, если

$$x_1 = \sin n\omega_{вх} t$$

выразить через $x_{вх}$. Это можно сделать для целых n, используя формулу Муавра для комплексных чисел:

$$\sin n\alpha = n\cos^{n-1}\alpha\sin\alpha - C_n^3\cos^{n-3}\alpha\sin^3\alpha + \ldots, \tag{15}$$

где $C_n^m = \frac{n!}{m!\,(n-m)!}$ — сочетания из n элементов по m.

Для рассматриваемого случая

$$x_1 = \frac{n}{k}x_{вх}\left[1-\left(\frac{x_{вх}}{k}\right)^2\right]^{\frac{n-1}{2}} - \left(\frac{x_{вх}}{k}\right)^3\left[1-\left(\frac{x_{вх}}{k}\right)^2\right]^{\frac{n-3}{2}} + \ldots \tag{16}$$

Таким образом, подставив значение (16) в уравнение (14), получим алгебраическое уравнение, из которого принципиально можно определить x_1 как функцию x и подставить его в числитель уравнения (7). Однако легко убедиться, что даже для небольших n порядокуравне ния (14) оказывается высоким, и это не дает возможности получить выражение для емкости в явном виде. Вместе с тем исследование некоторых частных случаев позволяет утверждать, что числитель уравнения (7) при крайних значениях $x = \pm 1$ оказывается отличным от нуля. В то же время знаменатель равен нулю. Это предполагает бесконечно большие значения емкости в рабочем диапазоне напряжений, что реально исключает возможность оптимальных преобразований цепями, где параметром является напряжение.

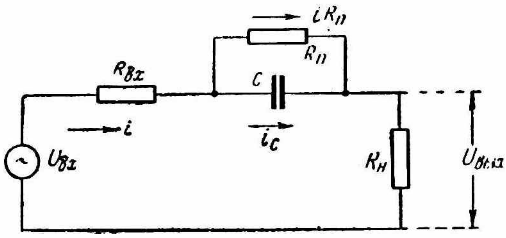

Рис. 2. RC — цепь, где выходным параметром является ток.

Рассмотрим преобразование характеристик синусоидального напряжения нелинейной цепью, где параметром является ток (рис. 2). Процессы, протекающие в схеме, описываются уравнениями

$$\begin{gathered} i = i_{R_п} + i_C; \\ U_{вх} = iR_{вх} + U_C + U_{вых}; \\ U_{вых} = iR_н;\quad i_{R_п} = \frac{U_C}{R_п};\quad i_C = C\frac{dU_C}{dt}, \end{gathered} \tag{17}$$

на основании которых с учетом ранее принятых обозначений (8) получаем общее дифференциальное уравнение цепи

$$a\tau_0 f(x)\frac{dx}{dt} + (ab-1)\,x = \tau_0 f(x)\frac{dx_{вх}}{dt} + (b-1)\,x_{вх}, \tag{18}$$

где

$$b = 1 + \frac{R_{вх}}{R_п}.$$

Из уравнения (18) следует, что

$$\tau_0 f(x) = \frac{(b-1)\,x_{вх} - (ab-1)\,x}{a\frac{dx}{dt} - \frac{dx_{вх}}{dt}}. \tag{19}$$

Отметим, что с учетом (17)

$$U_C = U_{вх} - aU_{вых};\quad x_C = x_{вх} - ax; \tag{20}$$

$$\frac{dx_C}{dt} = \frac{dx_{вх}}{dt} - a\frac{dx}{dt}. \tag{21}$$

Тогда после преобразований получаем окончательно

$$C_0 R_{п} f(x) = \frac{\frac{R_{п}}{R_{н}} x_{вх} - x_C}{\frac{dx_C}{dt}}. \qquad (22)$$

Следует отметить, что поскольку выходным параметром данной схемы является ток, инерционность нагрузки должна быть минимальной, поэтому при выводе уравнений (18) и (22) считалось $C_{н} = 0$.

Полученное уравнение (22) позволяет определить зависимость емкости от напряжений, действующих в цепи. Поскольку нас интересует зависимость емкости от напряжения на ней, необходимо для каждого конкретного преобразования знать уравнение производной и выходного напряжения как функцию напряжения на емкости.

Рассмотрим возможность преобразования параметров синусоидальных напряжений (9) и (10).

Из уравнения (10) с учетом (13) следует

$$x = \sin \omega_{н} t \sqrt{1 - x_0^2} + x_0 \sqrt{1 - \sin^2 \omega_{н} t} = x_2 \sqrt{1 - x_0^2} + x_0 \sqrt{1 - x_2^2}, \qquad (23)$$

где $x_2 = \sin m\omega_{вх} t$;

$m = \frac{\omega_{н}}{\omega_{вх}}$ — коэффициент преобразования частоты.

Если в уравнении (23) величину x_2 представить как функцию выходного воздействия $x_{вых}$, то, подставив его в уравнение (20), получаем уравнение для определения выходного воздействия как функции от напряжения на емкости. Для целых m это можно сделать, используя, как в предыдущем случае, формулу Муавра для комплексных чисел (15).

Аналогичным образом можно преобразовать и производную напряжения на емкости. На основании уравнений (9), (10) и (21)

$$\frac{1}{\omega_{вх}} \frac{dx_C}{dt} = k \sqrt{1 - \left(\frac{x_{вх}}{k}\right)^2} - am \sqrt{1 - x^2}, \qquad (24)$$

где x определяется из уравнения (23) как функция выходного воздействия, которая, в свою очередь, ранее была найдена как функция напряжения на емкости.

Подобное решение в общем виде выполнить довольно трудно, поскольку приходится оперировать с бесконечными рядами, которые используются в качестве исходных алгебраических уравнений. Однако в частных случаях решение не вызывает серьезных математических трудностей.

Таким образом, принципиально можно построить зависимость емкости от напряжения, применение которой гарантирует заданное преобразование параметров синусоидального напряжения, т. е. образование, не нарушающее основных законов (например, закона сохранения энергии).

ЛИТЕРАТУРА

1. Adam G. Junction capacitance switches, «IEEE Trans», ED—10, N 1, p. 51—57.
2. Л. С. Берман. Нелинейная полупроводниковая емкость. Физматгиз. 1963.
3. О применении емкости $p-n$-перехода полупроводниковых приборов в радиотехнических схемах. Сб. статей под ред. И. С. Гоноровского. Труды МАИ, вып. 150. Оборонгиз, 1962.
4. В. К. Дущенко. Некоторые вопросы применения емкости $p-n$-перехода в импульсных схемах. Автореф. канд. дисс., Москва, 1964.

5. И. Х. Ризкин. Умножители и делители частоты. Изд-во «Советское радио», 1966.

6. Б. М. Богданович. Об оптимальных характеристиках нелинейных реактивных элементов, предназначенных для умножения частоты. Сб. «Новые разработки элементов и схем радиотехнических устройств». Изд-во «Высшая школа», Минск, 1968.

7. Б. М. Вул. О емкости переходных слоев в полупроводниках, ДАН, т. 96, № 2.

8. Б. М. Вул. О емкостных характеристиках $p-n$-переходов. ФТТ, т. 3, вып. I, 1961.

9. В. К. Дущенко. Комбинированные соединения $p-n$-переходов. Сб. «Приборы и системы автоматики», вып. 12. Изд-во ХГУ, Харьков, 1967.