

# СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СИГНАЛОВ В РЕАЛЬНОМ МАСШТАБЕ ВРЕМЕНИ — IV. ОБОБЩЕННЫЙ АНАЛИЗАТОР СПЕКТРА

*В. А. Омельченко*

Харьков

Современные методы спектрального анализа, рассмотренные в работах [1] — [3], позволяют в реальном масштабе времени синтезировать мгновенный спектр сигналов в интегральной форме и в виде частичной суммы рядов Фурье и Котельникова. Различия алгоритмов синтеза

спектра приводят к значительному различию схемных решений, а также обуславливают разные методические погрешности получения спектра. Однако указанные различия не влияют на одинаковую сущность методов — способность синтезировать мгновенный спектр в реальном масштабе времени. Это дает возможность перейти от исследования конкретных методов к их совместному изучению на соответствующей модели.

В настоящей статье рассматриваются вопросы моделирования процесса спектрального анализа в реальном масштабе времени.

## 1. Математическая модель спектрального анализа в реальном времени

Рассмотрим случай периодического процесса анализа. Определим модель следующими закономерностями преобразования сигнала:

а) сигнал разбивается на отрезки равной длительности  $T + \tau$ ;  
 б) большая часть длительностью  $T$  каждого из отрезков используется для анализа, меньшая часть длительностью  $\tau$  — для подготовки к последующему периоду анализа;

в) из каждого выделенного отрезка сигнала длительностью  $T$  синтезируется мгновенный спектр взвешенного сигнала.

Теперь в качестве аналитического описания модели можно использовать выражение для спектра сигнала, преобразованного процессом анализа.

В работе [4] выполнены соответствующие вычисления и получено искомое выражение

$$S_{\text{пр}}(\omega) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} S\left(\omega - n \frac{2\pi}{T + \tau}\right) F\left(n \frac{2\pi}{T + \tau}\right), \quad (1)$$

где  $S(\omega)$  — спектр исследуемого сигнала;

$F(\omega)$  — спектр весовой функции.

Используя выражение (1), определим основные параметры модели, которую в дальнейшем будем называть обобщенным анализатором спектра.

**Разрешающая способность анализатора.** Найдем разрешающую способность по частоте, как это принято для сигналов с дискретным и квазидискретным спектрами.

Пусть на входе анализатора действует сигнал

$$f(t) = A_1 f_1(t) + A_2 f_2(t), \quad \left(\frac{A_1}{A_2} = D > 1\right), \quad (2)$$

состоящий из двух составляющих, энергия которых сосредоточена в окрестностях частот  $\pm \omega_1$  и  $\pm \omega_2$ .

Тогда спектр (1) будет иметь вид

$$S_{\text{пр}}(\omega) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ A_1 S_1\left(\omega - n \frac{2\pi}{T + \tau}\right) + A_2 S_2\left(\omega - n \frac{2\pi}{T + \tau}\right) \right] F\left(n \frac{2\pi}{T + \tau}\right) \quad (3)$$

и дает сумму спектров

$$S_{\text{пр1}}(\omega) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_1 S_1\left(\omega - n \frac{2\pi}{T + \tau}\right) F\left(n \frac{2\pi}{T + \tau}\right) \quad (3a)$$

и

$$S_{\text{пр2}}(\omega) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_2 S_2 \left( \omega - n \frac{2\pi}{T+\tau} \right) F \left( n \frac{2\pi}{T+\tau} \right). \quad (36)$$

Разрешающую способность анализатора можно определить [4] из условия превышения в  $p$  раз максимального значения огибающей спектра (36) слабого сигнала над значением огибающей (3а) сильного сигнала на частоте слабого.

Выполняя соответствующие вычисления, в общем случае весовой обработки сигнала произвольной весовой функцией получаем выражение

$$R = f(D, \varphi, p) \frac{1}{T}, \quad (4)$$

где  $R$  — разрешающая способность в динамическом диапазоне  $D$  уровней сигнала при критерии различимости  $p$ ;

$f$  — функция, зависящая от  $D$ ,  $p$  и весовой функции  $\varphi(t)$ .

В частности, если каждый отрезок длительностью  $T$  выделяется с прямоугольным весом, справедлива [4] зависимость

$$R = \frac{pD}{\pi} \frac{1}{T}, \quad D \gg 1. \quad (4a)$$

В данном случае разрешающая способность резко ухудшается с ростом  $D$ . Это объясняется малой концентрацией энергии преобразованного сигнала в окрестностях частот  $\pm \omega_1$  и  $\pm \omega_2$  при весовой обработке прямоугольной весовой функцией.

При  $T = \text{const}$  универсальным средством изменения концентрации является весовая обработка сигнала. Чем меньше уровень боковых лепестков спектра весовой функции и больше скорость их убывания, тем лучше концентрация и поэтому меньше влияние  $D$  на  $R$ . Например, при весовой обработке функцией косинус-квадрат, спектр которой убывает по закону  $\frac{1}{\omega^3}$ , справедлива [4] зависимость

$$R = \sqrt[3]{\frac{pD}{\pi}} \frac{1}{T}, \quad D \gg 1. \quad (46)$$

Наилучшую концентрацию преобразованного сигнала обеспечивает оптимальная весовая функция (типа Гауссовой кривой). Поэтому она позволяет свести влияние  $D$  на  $R$  до минимума [4].

**Время однократного анализа спектра.** При периодическом процессе анализа время однократного анализа спектра совпадает с длительностью  $T$  отрезка сигнала, из которого синтезируется мгновенный спектр. Период анализа равен

$$T_0 = T + \tau. \quad (5)$$

**Полоса обзора.** Обобщенный анализатор формирует спектр в виде функции времени, длительность которой адекватна полосе обзора  $\Phi_0$ . Поэтому величина  $\Phi_0$  определяется соотношением

$$\Phi_0 = \alpha T, \quad (6)$$

где  $\alpha$  — коэффициент пропорциональности между шкалой частоты и времени.

Представим  $T$  в виде

$$T = K_n R_{t1}.$$

Здесь

$K_n$  — коэффициент панорамности, который определяется как наибольшее число измеряемых за время  $T$  спектральных составляющих сигнала;

$R_{f1}$  — разрешающая способность по равным сигналам в масштабе времени.

Подставляя это выражение в (6), полагая  $R_1 \equiv R_{f1} = \alpha R_{f1}$  и учитывая, что, согласно выражениям (4), (18 а) [1], (13 а) [2] и (22 а) — (22 а<sub>1</sub>) [3], для рассмотренных в работе методов справедливо соотношения

$$R_1 = \frac{R}{f(D, \varphi, \rho)}, \quad (7)$$

окончательно получаем (6) в виде

$$\Phi_0 = \frac{K_n}{f(D, \varphi, \rho)} R. \quad (8)$$

Скорость анализа. Основные параметры анализатора можно связать через скорость анализа

$$\gamma = \frac{\Phi_0}{T_0}. \quad (9)$$

Учитывая, что  $T_0 \approx T$ , нетрудно получить  $\gamma$ :

$$\gamma = \frac{K_n}{f^2(D, \varphi, \rho)} R^2, \quad (10)$$

или

$$\gamma = K_n R_1^2. \quad (10a)$$

Найденные параметры обобщенного анализатора выражаются через основные параметры сигнала, один из которых — коэффициент панорамности. Так как последний представляется в виде

$$K_n = \Phi_0 T, \quad (11)$$

он определяет меру сложности сигнала [5].

## 2. Обобщенный анализатор — анализатор спектра квазиодновременного действия

Выясним, в каком смысле обобщенный анализатор эквивалентен анализатору одновременного действия. Для этого сравним их при условии, что анализ осуществляется в равных полосах обзора с одинаковой разрешающей способностью.

Сначала определим скорость анализа анализатора одновременного действия.

Представляя  $\gamma$  в виде

$$\gamma = \frac{\Phi_0}{t_{уст}} \quad (12)$$

и полагая  $t_{уст} R_1 = 1$ , приводим (12) к виду

$$\gamma = n R_1. \quad (12a)$$

Здесь

$n$  — количество фильтров, частотные характеристики которых пересекаясь на уровне  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ , перекрывают полосу  $\Phi_0$ ;

$t_{уст}$  — время установления переходных процессов в фильтрах.

Сравнивая полученное выражение (12а) со скоростью анализа обобщенного анализатора (10а), приходим к искомому равенству

$$K_n = n. \quad (13)$$

Согласно (12а), (10а) и (13), соотношения основных параметров анализаторов совпадают. Поэтому обобщенный анализатор является анализатором квазиодновременного действия — он осуществляет одно-временный анализ спектра без большого количества анализирующих фильтров.

Из выражения (13) видно, какую роль при этом играет коэффициент панорамности.

Нетрудно показать, что в интерференционном, дисперсионном и резонансном методах анализа [1]—[3] величина  $K_n$  определяется техническими характеристиками анализаторов, согласно выражениям

$$\begin{aligned} K_{\text{пи}} &= N; \\ K_{\text{нд}} &= \lambda(1 - \lambda)K; \\ K_{\text{пр}} &= \frac{P}{m}. \end{aligned} \quad (14)$$

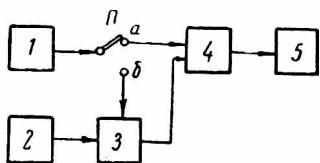


Рис. 1. Функциональная схема экспериментальной модели обобщенного анализатора спектра:

1 — генератор сигналов; 2 — генератор весовых функций; 3 — устройство весовой обработки сигнала; 4 — устройство периодического повторения сигналов; 5 — анализатор спектра последовательного действия; П — переключатель.

Здесь

$N$  — число циркуляций сигнала в рециркуляторе;

$K$  — коэффициент качества устройства с дисперсией;

$P$  — коэффициент сжатия сигнала;

$$\lambda \leq \frac{1}{2};$$

$m$  — коэффициент, характеризующий допустимую погрешность дискретизации.

Выражения (14) непосредственно показывают, какой ценой можно обеспечить заданные значения  $K_n$ . Однако в настоящей статье мы не станем останавливаться на этом вопросе, так как ему посвящены следующие разделы работы.

### 3. Экспериментальная модель обобщенного анализатора

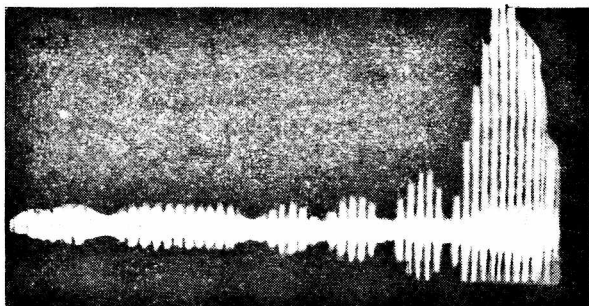
При построении экспериментальной модели анализатора в качестве ее основного свойства достаточно принять способность измерять спектры отрезков сигнала длительностью  $T$ .

Такие измерения можно осуществить спектроанализатором последовательного действия, если каждый исследуемый отрезок предварительно повторить нужное число раз, а в качестве анализирующего применить фильтр с частотной характеристикой типа  $\frac{\sin x}{x}$ , согласованный с сигналом [3], [6].

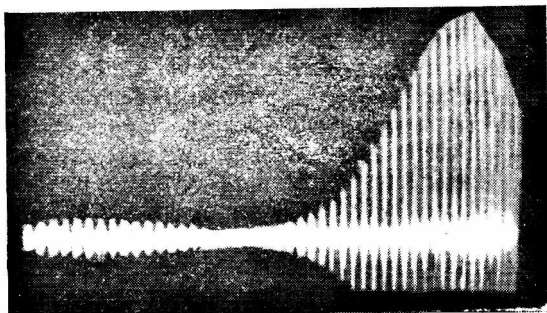
На рис. 1 приведена функциональная схема соответствующей модели, предназначенная для иллюстрации эффективности весовой обработки. Схема работает в двух режимах.

Когда переключатель П находится в положении а, отрезок сигнала длительностью  $T$  периодически повторяется и поступает на вход анализатора. В положении б переключателя сигнал сначала подвергается весовой обработке, затем тоже повторяется и подается на анализатор. В результате в первом режиме измеряется мгновенный спектр сигнала, во втором — мгновенный спектр взвешенного сигнала.

На рис. 2 приведены осциллограммы мгновенного спектра сигнала (а) и мгновенного спектра взвешенного сигнала с весом косинус-квадрат (б) для случая, когда сигнал является суммой двух гармоник с разными амплитудами.



а



б

Рис. 2. Осциллограммы мгновенного спектра сигнала (а) и мгновенного спектра взвешенного сигнала с весом косинус-квадрат (б).

Согласно приведенным осциллограммам, применение весовой обработки позволяет улучшить форму отклика. При этом ранее не разделявшиеся составляющие сигнала (рис. 2, а) становятся разделяемыми (рис. 2, б), что улучшает разрешающую способность анализатора.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Омельченко. Спектральный анализ сигналов в реальном масштабе времени — I. Вопросы общей теории. Интерференционный метод анализа. Сб. «Радиотехника», вып. 16. Изд-во ХГУ, Харьков, 1971.
2. В. А. Омельченко. Спектральный анализ сигналов в реальном масштабе времени — II. Дисперсионный метод анализа. Сб. «Радиотехника», вып. 16. Изд-во ХГУ, Харьков, 1971.
3. В. А. Омельченко. Спектральный анализ сигналов в реальном масштабе времени — III. Резонансный метод анализа. См. статью настоящего сборника.
4. В. А. Омельченко. Обобщенное математическое описание методов формирования текущего спектра сигналов. Вестник Харьковского политехнического института, № 36 (84), «Радиотехника», вып. 2. Изд-во ХГУ, Харьков, 1969.
5. Д. Е. Вакман. Сложные сигналы и принцип неопределенности в радиолокации. Изд-во «Советское радио», 1965.
6. В. А. Омельченко. Формирование мгновенного спектра при последовательном анализе ускоренного сигнала. Вестник Харьковского политехнического института, № 36 (84), «Радиотехника», вып. 2. Изд-во ХГУ, Харьков, 1969.