

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА В ОДНОРОДНОЙ ПРОВОДЯЩЕЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СРЕДЕ ОТ ДВУХ ЭЛЕКТРОДОВ

В. П. Кардаш

В радиотехнике встречаются полупроводники различных геометрических форм и размеров. Существенное значение в работе полупроводников имеет распределение тока или потенциала, которые зависят от количества электродов, их размеров, наличия примесей и т. д. Особые трудности расчета возникают на границе с диэлектриком. В этой статье приводятся решения краевых задач распределения потенциала в одно-

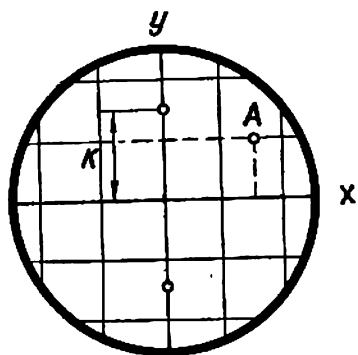


Рис. 1. Расположение электродов в цилиндрической проводящей среде.

родной проводящей цилиндрической среде от двух электродов, расположенных в плоскости, проходящей через ось цилиндра. Электроды параллельны друг другу и оси цилиндра. Они представлены в виде разноименно заряженных электрических осей с равномерно распределенными зарядами, которые не меняются с течением времени. Решение таких задач определяет формы электродов и оптимальные размеры проводящей среды.

На рис. 1 изображено сечение полупроводника, электроды удалены от оси цилиндра радиусом R на одинаковые расстояния K . Выберем начало координат на оси цилиндра плоскости сечения полупроводника W и определим потенциал произвольной точки A .

Для решения поставленной задачи конформно преобразуем внутренность цилиндра на верхнюю полуплоскость (рис. 2).

Потенциал точки A , находящейся в безграничной проводящей среде, определится так, чтобы проводящая среда расположилась на плоском диэлектрике и простиралась в бесконечность. Положительный электрод удалится от полуплоскости на расстояние ia , отрицательный — ib , а ось цилиндра — id . Определим потенциал точки A в плоскости Z методом зеркального изображения. Для этого условно введем два дополнительных электрода ниже границы полупроводника так, чтобы расстояние от электродов до полуплоскости было равно расстоянию до их изображения с противоположными знаками зарядов.

Выберем начало координат в плоскости Z — точку пересечения полуплоскости с плоскостью, в которой расположены электроды и их изо-

бражения. Обозначим расстояния от электродов, их изображений и начала координат (рис. 2) через

$$Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z.$$

С целью преобразования внутренности цилиндра на верхнюю полуплоскость воспользуемся дробно-линейным конформным преобразованием. Для этого необходимо, чтобы три выбранные точки в плоскости W

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= -iR \\ W_2 &= 0 \\ W_3 &= iR \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

конформно преобразовались в три точки плоскости Z

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= 0 \\ Z_2 &= id \\ Z_3 &= \infty \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Осуществление такого дробно-линейного конформного преобразования производится так [1]:

$$\frac{W - W_1}{W - W_2} \frac{W_3 - W_2}{W_3 - W_1} = \frac{Z - Z_1}{Z - Z_2} \frac{Z_3 - Z_2}{Z_3 - Z_1} \quad (3)$$

Заменив в формуле (3) значения координат (1) и (2), получим

$$Z = id \frac{W + iR}{iR - W} \quad (4)$$

или

$$ib = id \frac{ik + iR}{iR - ik} = id \frac{R + k}{R - k} \quad (5)$$

$$ia = id \frac{-ik + iR}{iR + ik} = id \frac{R - k}{R + k} \quad (6)$$

Обозначим постоянные величины

$$\frac{R + k}{R - k} = \gamma, \quad (7)$$

$$\frac{R - k}{R + k} = \frac{1}{\gamma}. \quad (8)$$

Тогда

$$ia = \frac{id}{\gamma}, \quad (9)$$

$$ib = id\gamma. \quad (10)$$

$$U = \frac{I}{2\pi\sigma} \left(\ln \frac{1}{Z_1} + \ln \frac{1}{Z_2} - \ln \frac{1}{Z_3} - \ln \frac{1}{Z_4} \right), \quad (11)$$

где

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= Z - ia \\ Z_2 &= Z + ia \\ Z_3 &= Z - ib \\ Z_4 &= Z + ib \end{aligned} \right\}; \quad (12)$$

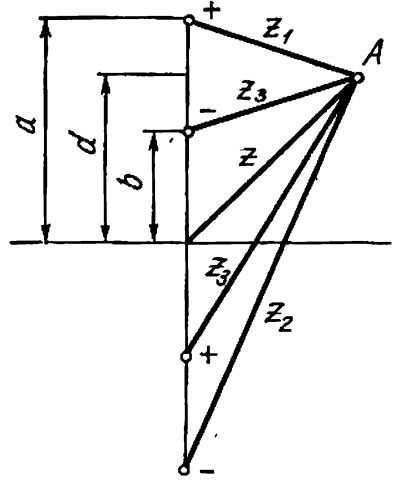


Рис. 2. Расположение электродов в проводящей среде, находящейся на верхней полуплоскости.

I — сила тока, приходящаяся на единицу длины электрода;
 σ — удельная проводимость среды.

Заменив в уравнении (11) величины $Z_1 Z_2 Z_3 Z_4$, получим

$$U = \frac{I}{2\pi\sigma} \ln \frac{(Z - ib)(Z + ib)}{(Z - ia)(Z + ia)}. \quad (13)$$

Подставим значения Z , ia , ib из формул (4, 9, 10):

$$U = \frac{I}{2\pi\sigma} \ln \frac{[W + iR - \gamma(iR - W)][W + iR + \gamma(iR - W)]}{\left[W + iR - \frac{1}{\gamma}(iR - W)\right] \left[W + iR + \frac{1}{\gamma}(iR - W)\right]}. \quad (14)$$

Обозначим в формуле (14)

$$\begin{aligned} W &= x + iy, \\ 1 - \gamma^2 &= c; \end{aligned}$$

тогда

$$U = \frac{I}{2\pi\sigma} \ln \frac{[cx^2 - cy^2(4R - 2Rc)y + R^2c + i(2cxy + 4Rx - 2Rcx)](c - 1)}{cx^2 + cy^2 - (2Rc - 4R)y - R^2c + i(2cxy + 2Rcx - 4Rx)}. \quad (15)$$

При расположении электрических осей на концах диаметра цилиндрического полупроводника формула (15) упрощается:

$$U = \frac{I}{\pi\sigma} \ln \frac{-x + i(R - y)}{x + i(R + y)}. \quad (16)$$

Эквипотенциальные поверхности представлены дугами окружностей, оканчивающихся на стенке цилиндра. Если электрические оси удалены на различные расстояния от оси цилиндра, распределение потенциала в проводящей среде вычисляется по аналогичной формуле (15), которая отличается только коэффициентами.

В однородной изотропной проводящей среде плотность тока

$$I = -\sigma \operatorname{grad} u, \quad (17)$$

где σ — удельная проводимость среды.

При известном распределении потенциала можно вычислить плотность тока в любом направлении проводящей среды с учетом краевого эффекта на границе с диэлектриком, где σ и I меняются скачкообразно.

Экспериментальное исследование распределения потенциала произ-

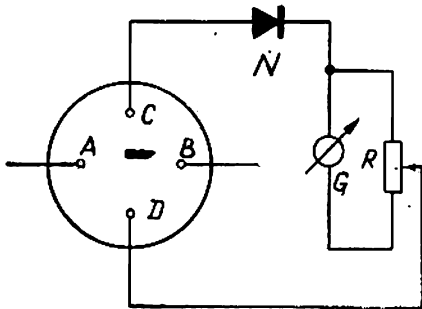


Рис. 3. Схема установки для определения эквипотенциальных кривых.

водилось посредством установки, которая схематично изображена на рис. 3. Стеклянный цилиндрический сосуд заполнялся водным раствором медного купороса, затем туда вводились два электрода A и B , которые соединялись с источником переменного тока. Вторая замкнутая цепь состояла из двух других электродов C и D , выпрямителя N , гальванометра G вместе с электролитом. Сопротивление R предназначалось для стабильности работы гальванометра. Боковые поверхности электродов C и D покрывались резиновой оболочкой так, чтобы контакт с электролитом устанавливался посредством кончиков электродов, которые представлялись в виде точек.

С целью уменьшения скачка потенциала все электроды изготовлялись из медной проволоки, а электролиты — из насыщенного раствора. Для определения каждой эквипотенциальной кривой электрод *C* закреплялся неподвижно. Вторым электродом *D* перемещался в электро-

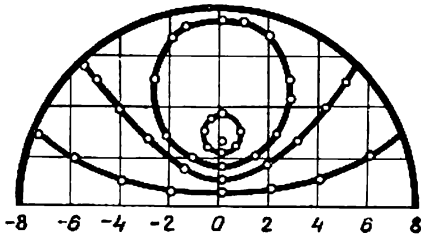


Рис. 4. Эквипотенциальные кривые при симметричном расположении электродов относительно оси цилиндра.

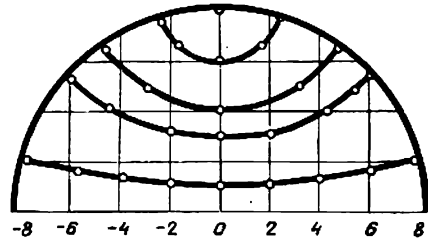


Рис. 5. Эквипотенциальные кривые от электродов на концах диаметра.

лите таким образом, чтобы стрелка гальванометра все время находилась на одном и том же делении. Перемещение электрода *D* осуществлялось посредством специального механизма, имеющего три степени свободы; определялись пространственные координаты подвижного электрода, которые составляли эквипотенциальные поверхности.

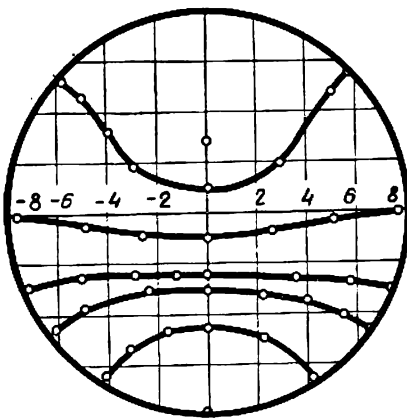


Рис. 6. Эквипотенциальные кривые от электродов, находящихся на расстоянии больше радиуса цилиндра.

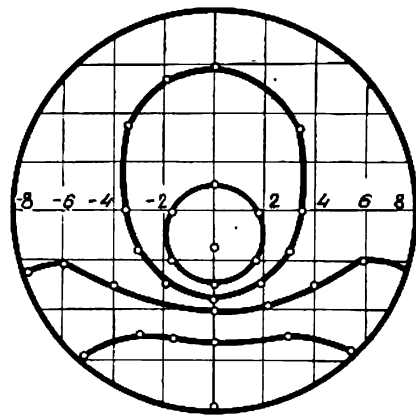


Рис. 7. Эквипотенциальные кривые от электродов, находящихся на расстоянии меньше радиуса цилиндра.

Результаты исследования приведены на рис. 4, где электроды удалены на одинаковые расстояния от оси цилиндра, радиус которого 8 см. Если электроды расположены на концах диаметра, эквипотенциальные кривые (рис. 5) представляются дугами окружностей.

На рис. 6 даны эквипотенциальные кривые для случая, когда один электрод находился у стенки цилиндрического проводника, второй — на расстоянии больше радиуса цилиндра; на рис. 7 один электрод расположен у стенки цилиндра, другой — на расстоянии меньше радиуса цилиндра.

Приведенные экспериментальные эквипотенциальные кривые и соответствующие им теоретические выводы подтверждают друг друга.

При оптимальной работе всех участков полупроводника необходимо придавать электродам форму, соответствующую эквипотенциальным поверхностям, размеры участков должны удовлетворять допустимой плотности тока. Работа полупроводника лимитируется температурным режимом, границы полупроводников определяются поверхностями, ортогональными эквипотенциальным кривым.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Смирнов. Курс высшей математики, т. 3. М—Л., 1933.
 2. Л. Р. Нейман, П. Л. Калантаров. Теоретические основы электротехники, т. 3. М., Госэнергоиздат, 1954.
-