

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ ПРИ БОЛЬШИХ ПЛОТНОСТЯХ ТОКА

И. К. Овчинников

Определение электростатического поля в электронно-оптических системах с заданным распределением пространственного заряда не вызывает особых затруднений. Это поле можно найти путем численного интегрирования уравнений Лапласа и Пуассона [1], а наглядное представление картины поля можно получить с помощью электролитической ванны с токовводящими электродами [2]. Основная трудность состоит в том, что распределение пространственного заряда зависит от поля. Поэтому в работе [3] нахождение формы электродов и поля вне пучка с помощью электролитической ванны производится при определенном законе распределения пространственного заряда и поля в пучке. Приближенное распределение пространственного заряда (усредненного по сечению пучка) может осуществляться при учете его расталкивающего действия в поле, которое находится для данной системы без учета пространственного заряда [4, 5]. В общем случае распределение поля может быть найдено с помощью электролитической ванны с токовводящими электродами методом последовательного приближения.

Так как метод электролитической ванны широко известен и достаточно подробно описан в ряде работ, например [6, 7], то ниже приводится описание приближенного способа нахождения распределения потенциала с учетом пространственного заряда при использовании электролитической ванны с переменной глубиной электролита без рассмотрения схемы и работы с ванной.

1. Уравнения Пуассона и Лапласа электролитической ванны

Определим основное уравнение электролитической ванны с различной толщиной электролита, которое необходимо для решения двумерных задач.

В соответствии с законом Ома,

$$\vec{j}_в = \sigma \vec{E}, \quad (1)$$

где $\vec{j}_в$ — плотность тока в ванне;
 σ — проводимость электролита;

$\vec{E} = -\text{grad } U$ — напряженность электрического поля;
 U — потенциал.

и уравнением непрерывности,

$$\operatorname{div} \vec{j}_s = 0, \quad (2)$$

можно записать

$$\operatorname{div} (\sigma \cdot \operatorname{grad} U) = 0. \quad (3)$$

Так как проводимость электролита пропорциональна толщине слоя h , то $\sigma = \sigma_0 h$, где σ_0 — удельная проводимость, которая не зависит от h , и уравнение (3) можно записать в виде

$$h \operatorname{div} \operatorname{grad} U + \operatorname{grad} h \operatorname{grad} U = 0$$

или

$$\Delta U = -\frac{1}{h} \operatorname{grad} h \operatorname{grad} U. \quad (4)$$

Так как в правую часть уравнения (4) входит скалярное произведение двух векторов, то из этого следует:

1. Правая часть уравнения (4) отлична от нуля в тех случаях, когда толщина электролита изменяется в направлении напряженности поля dl . При этом уравнение (4) является уравнением Пуассона

$$\Delta U = -\frac{\partial U}{\partial l} \frac{\partial}{\partial l} (\ln h). \quad (5)$$

2. Если в направлении напряженности поля толщина электролита не меняется, то при любых изменениях толщины электролита в направлениях, перпендикулярных к силовым линиям, правая часть уравнения (4) равна нулю и оно переходит в уравнение Лапласа

$$\Delta U = 0. \quad (6)$$

Ввиду того, что уравнение Пуассона для пучка электронов можно записать в виде

$$\Delta U = -\frac{j}{\epsilon_0 \sqrt{2\gamma U}}, \quad (7)$$

где j — плотность тока пучка,

ϵ_0 — диэлектрическая постоянная вакуума,

η — отношение заряда электрона к его массе,

U — ускоряющий потенциал,

то, приравнявая правые части уравнений (5) и (7), получаем зависимость

$$\frac{j}{\epsilon_0 \sqrt{2\gamma U}} = \frac{\partial U}{\partial l} \frac{\partial}{\partial l} (\ln h), \quad (8)$$

которая позволяет определить необходимое изменение толщины электролита вдоль силовых линий для моделирования в ванне пространственного заряда пучка. Вне пучка глубина электролита вдоль силовых линий должна оставаться постоянной.

2. Определение толщины слоя электролита в ванне

Представим уравнение (8) в виде конечных разностей

$$\frac{j}{\epsilon_0 \sqrt{2\gamma U}} = \frac{\Delta U}{\Delta l} \frac{\Delta (\ln h)}{\Delta l}, \quad (9)$$

где ΔU , Δl и $\Delta (\ln h)$ — соответствующие приращения для эквипотенциалей U_i и U_{i+1} . После подстановки в (9) значений

$$U = \frac{U_i + U_{i+1}}{2} \text{ и } \Delta U = U_i - U_{i+1},$$

получим

$$\Delta(\ln h) = \frac{j}{\epsilon_0 V \eta} \frac{\Delta l^2}{\sqrt{U_i + U_{i+1}}(U_i - U_{i+1})}. \quad (10)$$

При переходе от рассматриваемого электронно-оптического устройства к макету в электролитической ванне необходимо учесть увеличение макета в R раз и уменьшение потенциала на электродах в p раз. При этом величины Δl и U будут определяться

$$\Delta l = \frac{10^9}{R} \Delta l \text{ мм и } U = pV,$$

где Δl — размер между эквипотенциалами в электролитической ванне, мм
 V — потенциал ванны. Уравнение (10) будет иметь вид

$$-\ln h_i - \ln h_{i+1} = 0,27 \frac{j}{R^2 p^{3/2}} \frac{\Delta l_{мм}^2}{\sqrt{V_i + V_{i+1}}(V_i - V_{i+1})}, \quad (11)$$

где учтено, что $\Delta(\ln h)_{i, i+1} = \ln h_i - \ln h_{i+1}$.

Относительное изменение толщины слоя электролита можно получить из системы уравнения

$$\begin{aligned} \Delta(\ln h)_{0,1} &= \ln h_0 - \ln h_1; \\ \Delta(\ln h)_{1,2} &= \ln h_1 - \ln h_2; \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \Delta(\ln h)_{i,i+1} &= \ln h_i - \ln h_{i+1}, \end{aligned} \quad (12)$$

которая получается при решении уравнения (11) для соответствующей эквипотенциальной поверхности, причем потенциал поверхности катода принимается равным $V_0 = 0$.

3. Распределение поля при последовательных приближениях

Так как распределение пространственного заряда в исследуемой системе является неизвестным, то распределение поля, связанное с этим зарядом, определяется методом последовательных приближений.

В качестве нулевого приближения можно использовать распределение потенциала, получающееся без учета пространственного заряда, т. е. при постоянной толщине электролита. При этом приближении строится ряд траекторий электронов, выходящих из катода на различных расстояниях от оси симметрии. Траектория крайнего электрона определяет границы пространственного заряда. Другие траектории служат для определения плотности тока по сечению и длине пучка. Так, плотность тока обратно пропорциональна расстоянию между траекториями. Вдоль построенных траекторий, в соответствии с уравнением (11), строятся системы уравнений (12). Принимая распределение плотности тока с катода равномерным, получаем равные значения начальных глубин электролита для каждой системы уравнений (12). Последнее позволяет определять глубину электролита, соответствующую каждому участку пучка. В соответствии с найденными значениями толщины электролита, профилируется дно электролитической ванны и определяется распределение потенциала в первом приближении.

Распределение потенциала в первом приближении позволяет после построения траекторий и соответствующих расчетов и нового профилирования дна ванны получить распределение потенциала во втором приближении и т. д.

Достаточным можно считать то приближение, при котором отклонение траекторий электронов от траекторий предыдущего приближения находится в пределах ошибок измерений. В ряде случаев можно считать достаточным уже второе приближение, которое имеет траектории электронов и распределение потенциала практически такие, как и у третьего приближения.

4. Режим пространственного заряда

В соответствии с законом «трех вторых» плотность тока с катода определяется уравнением

$$j = 2,33 \cdot 10^{-6} \frac{U_r^{3/2}}{r_{r,м}^2} \left(\frac{a}{\text{см}^2} \right)$$

или

$$j = 2,33 p^{3/2} R^2 \frac{V_r^{3/2}}{r_{и,м}^2}, \quad (13)$$

где $r_{и,м}$ — расстояние от катода до эквипотенциали с потенциалом V_r . Уравнение (13) справедливо, когда плотность тока много меньше плотности тока насыщения, и позволяет определять величину и распределение плотности тока с катода.

5. Экспериментальное определение распределения потенциала

Распределение потенциала определялось для электронной пушки ленточного пучка, которая имела следующие размеры: ширина анодной

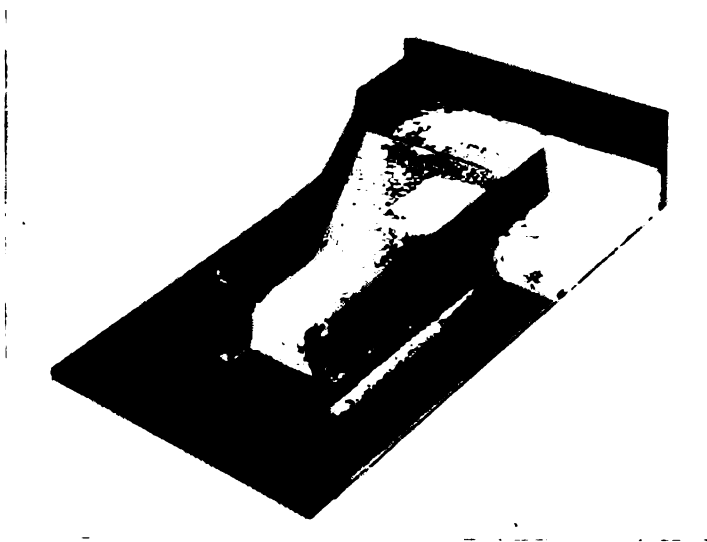


Рис. 1.

диафрагмы (щели) $2r_a = 0,8 \text{ мм}$; ширина катода $2r_k = 0,8 \text{ мм}$; расстояние между анодом и катодом $l = 1 \text{ мм}$; угол наклона фокусирующего электрода с осью пушки составлял 65° . Ускоряющий потенциал 2 кВ плотность тока с катода принята 10 а/см^2 .

Внешний вид макета с профилем дна второго приближения показан на рис. 1. Катод и фокусирующий электрод, имеющие один потенциал, выполнены в виде общего электрода. Между электродами находится

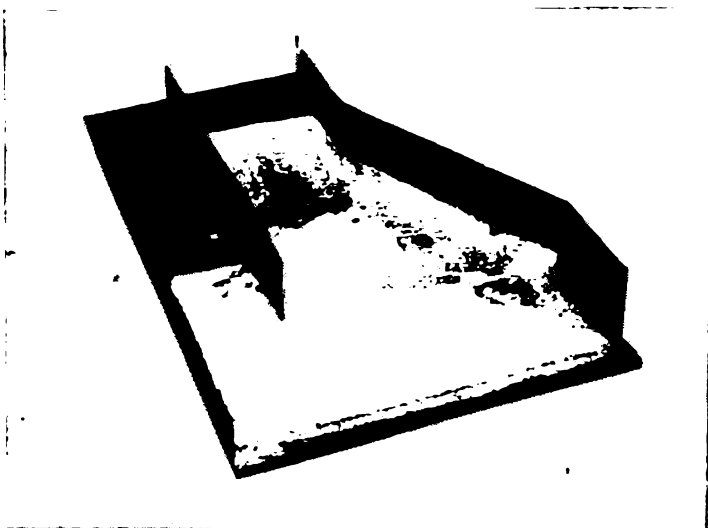


Рис. 2.

слой парафина, допускающий профилирование дна ванны на пути прохождения электронного пучка, что выполнялось с помощью металлических шаблонов. Ось симметрии моделируется стенкой из диэлектрика.

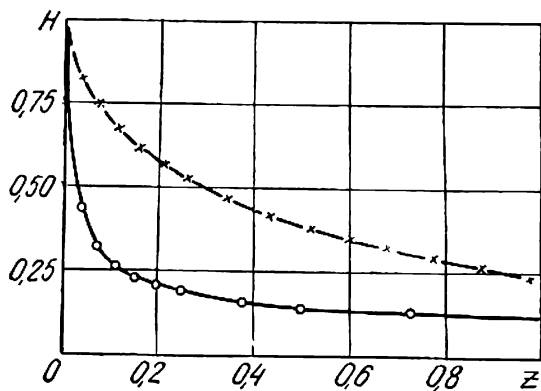


Рис. 3.

На рис. 2 приведен этот же макет со снятой диэлектрической стенкой. Величина относительной глубины электролита H на оси симметрии показан на рис. 3, где пунктир соответствует первому приближению, сплошная кривая — второму и третьему.

На рис. 4 дано распределение потенциала для случая постоянной глубины электролита (нулевое приближение), пунктиром показана траектория крайнего электрона. На рис. 5 показано распределение потен-

циала и крайняя траектория электрона при втором приближении (данные третьего приближения практически совпадают с приведенными). Как видно из сравнения рис. 4 и рис. 5, учет действия пространственного заряда приводит к расширению пучка, к уменьшению величины поля у катода, к увеличению поля у диафрагмы. Так как параметры рассматриваемого макета были выбраны близкими к параметрам электронной пушки типа Пирса [8], то, как и следовало ожидать, получаются

похожими и распределение потенциала и траектории электронов. Таким образом, проведенные исследования доказывают, что предлагаемое определение потенциала с учетом пространственного заряда дает хорошие результаты для решения двумерных задач. Аналогично можно определять распределение потенциала и в случае систем с осевой симметрией.

Электролитическая ванна с переменной толщиной электролита допускает непрерывное моделирование пространственного заряда. Несмотря на значительную простоту самой ванны, изменение толщины электролита требует больших промежутков времени. Использование такой ванны можно рекомендовать для решения отдельных задач исследования электронно-оптических устройств в лабораториях и как пособие при изучении вопросов действия пространственного заряда.

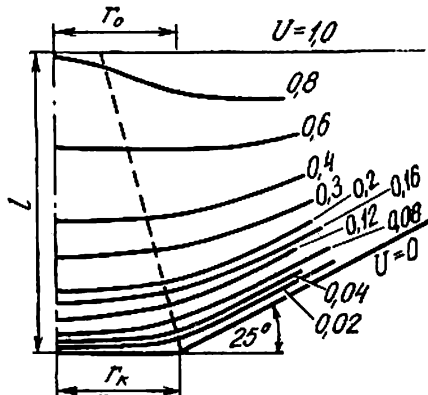


Рис. 4.

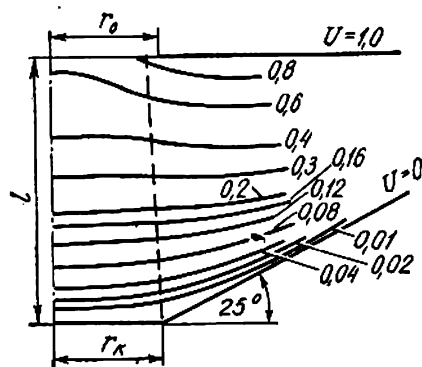


Рис. 5.

Из сказанного можно сделать следующие выводы:

1. Соответствующие изменения глубины электролита в электролитической ванне позволяют производить приближенное решение уравнений Пуассона и Лапласа.

2. Учет пространственного заряда методом последовательных приближений дает возможность определять распределение потенциала и траекторий электронов, близких к действительным.

3. В некоторых случаях при определении распределения потенциала можно оценить величину и распределение плотности тока с катода.

4. Электролитическая ванна с различной толщиной электролита может служить хорошим пособием при изучении действия пространственного заряда в электронно-оптических системах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Ю. Шанов. Справочник по численному решению дифференциальных уравнений в частных производных, М., Гостехиздат, 1950.
2. В. С. Лукошков. Сб. «Межвузовская конференция по применению моделирования в электротехнических задачах и математическое моделирование», М., 1957.
3. В. М. Брейтман. Докл. АН СССР (физика), № 6, 1187, 1959; «Радиотехника и электроника», 5, 9, 1484, 1960.
4. В. П. Тараненко. Изв. Киевск. политехн. ин.-та, 21, 54, 1956.
5. G. R. Brewer. J. Appl. Phys., 25, 243, 1954.
6. А. Рустерхольц. Электронная оптика, М., изд-во иностр. лит., 1952.
7. Специальный физический практикум, том I, «Радиофизика и электроника», 1960.
8. Дж. Р. Пирс. Теория и расчет электронных пучков, М., изд-во «Сов. радио», 1956.