О ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА РЕШЕТКАХ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ ПЛАЗМЫ

В. А. Барегамян

Вопросы диагностики плазмы имеют важное значение при изучении различных свойств плазмы и процессов, протекающих в ней.

Среди известных способов определения основных параметров плазмы (концентрация заряженных частиц, степень ионизации, температура электронов и т. д.), основанных на спектроскопических, корпускулярных, зондовых исследованиях, нельзя указать метод, который обладал бы универсальными возможностями при измерениях. Что же касается микроволнового метода диагностики плазмы, то он охватывает, во-первых, широкий диапазон частот, а во-вторых, пригоден как при излучении самой плазмы, так и при облучении внешними источниками.

В диапазоне СВЧ наиболее удобным методом исследования плазмы считается метод, основанный на отражении или прохождении плоских волн через плазму. Этот метод позволяет определить максимальную концентрацию электронов в плазме в данном объеме. Видоизменением метода отражения является метод измерения фазового сдвига, определяемого с помощью радиоинтерферометра при прохождении высокочастотного сигнала через плазму. Этим методом определяется усредненная по пространству концентрация электронов в плазме. Применение микроволновых методов в некоторых случаях затрудняется сложностью аналитических выражений для искомых величин.

Развитие методов решения задач дифракции электромагнитных волн на металлических решетках позволило, во-первых, исследовать дифракцию волн на решетках с плазмой и, во-вторых, использовать полученные таким образом результаты для диагностики плазмы. При решении таких задач плазма рассматривается как диэлектрическая среда, характеризующаяся некоторым тензором диэлектрической проницаемости. Выбор этого тензора (при строгой постановке дифракционной задачи) определяет точность, с которой можно отыскать структуру поля.

С другой стороны, если нас интересуют компоненты тензора плазмы, то их можно найти в каждом конкретном случае через характеристики решетки и амплитуды распространяющихся волн, образующих дифракционный дискретный спектр.

1. Постановка задачи

Над безграничным слоем плазмы толщиной $a-b$ на расстоянии b помещена металлическая решетка в плоскости $z=0$. Решетка образована бесконечно тонкими металлическими лентами с периодом l и шириной $l-d$.

Обозначим пространство $z > 0$ областью I, часть пространства $-b \leqslant z < 0$ — областью II, часть пространства $-a < z < -b$ — областью III и пространство $z < -a$ — областью IV. Область I — свободное пространство $\varepsilon_1 = 1$, области II, IV — диэлектрик с диэлектрической проницаемостью ε_2 и ε_4 соответственно, а III — плазма, которая характеризуется тензором диэлектрической проницаемости следующего вида:

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_0 & -i\varepsilon' & 0 \\ i\varepsilon' & \varepsilon_0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_e \end{pmatrix}. \qquad (1)$$

Как известно, такому тензору соответствует холодная плазма в магнитогидродинамическом приближении.

Изучая волновые свойства такой плазмы, будем рассматривать ее как диэлектрик с диэлектрической проницаемостью вида (1).

Постоянное магнитное поле H_0 направлено вдоль оси Oz.

Компоненты тензора диэлектрической проницаемости имеют следующие значения [2] для двухкомпонентной плазмы:

$$\varepsilon_0 = 1 - \frac{\omega^2 - \omega_i\omega_e}{(\omega^2 - \omega_i\omega_e)^2 - \omega_e^2\omega^2}\,\omega_0^2;$$

$$\varepsilon' = -\frac{\omega\omega_e\omega_0^2}{(\omega^2 - \omega_i\omega_e)^2 - \omega_e^2\omega^2}; \qquad \varepsilon_t = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}, \qquad (1а)$$

где

$$\omega_i = \frac{eH_0}{Mc}, \quad \omega_e = \frac{eH_0}{mc}, \quad \omega_0 = \frac{4\pi ne^2}{m};$$

n — концентрация заряженных частиц; c — скорость света; ω_i — циклотронная частота ионов; ω_e — циклотронная частота электронов; ω_0 — плазменная частота; m — масса электронов; M — масса ионов, e — заряд электрона.

Граница раздела между плазмой и диэлектриком считается резко выраженной. На решетку нормально падает плоская линейно поляризованная волна с $E_x \neq 0$ вида

$$E_x = e^{-i(\gamma_{01}z + \omega t)}, \quad E_y = 0. \qquad (2)$$

Необходимо теперь определить структуру поля в различных областях рассматриваемой системы и по полям найти компоненты тензора диэлектрической проницаемости плазмы, считая геометрические параметры задачи известными.

2. Решение дифракционной задачи

Разложим волну (2) на две компоненты, поляризованные по кругу в противоположных направлениях (левополяризованную, правополяризованную). Обозначим индексом (+) величины, соответствующие правополяризованной волне, а (—) — левополяризованной.

Тогда формула (2) имеет вид

$$E_x = \frac{1}{2}e^{-i\overset{+}{\gamma}_{01}z} + \frac{1}{2}e^{-i\overset{-}{\gamma}_{01}z},$$
$$E_y = -\frac{i}{2}e^{-i\overset{+}{\gamma}_{01}z} + \frac{i}{2}e^{-i\overset{-}{\gamma}_{01}z} \qquad (\cdot)$$

(временный множитель $e^{-i\omega t}$ здесь и далее опущен).

В плазме будут распространяться волны двух типов (лево-, право-поляризованные), если на нее падает нормально волна типа (3).

Дифрагированные волны в первой ($z > 0$) и во второй ($-b < z < 0$) областях будут суперпозицией волн двух типов, поляризованных по кругу. Эти волны независимы между собой, поэтому их можно исследовать раздельно.

Воспользовавшись периодичностью решетки по y, разложим дифрагированные поля в ряд Фурье с периодом l.

Представим эти ряды в первой области в виде

$$E_x^{\pm} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n^{\pm} e^{i\gamma_{n1}^{\pm} z} e^{i\frac{2\pi n}{l} y}. \tag{4}$$

Во второй области

$$E_{x2}^{\pm} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(c_n^{\pm} e^{-i\gamma_{n2}^{\pm} z} + d_n^{\pm} e^{i\gamma_{n2}^{\pm} z}\right) e^{i\frac{2\pi n}{l} y}. \tag{5}$$

В третьей области

$$E_{x3}^{\pm} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(b_n^{\pm} e^{-i\gamma_{n3}^{\pm} z} + g_n^{\pm} e^{i\gamma_{n3}^{\pm} z}\right) e^{i\frac{2\pi n}{l} y}. \tag{6}$$

В четвертой области

$$E_{x4}^{\pm} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} W_n^{\pm} e^{-i\gamma_{n4}^{\pm} z} e^{i\frac{2\pi n}{l} y}. \tag{7}$$

Остальные компоненты поля можно определить из уравнений Максвелла

Из волновых уравнений для обыкновенной (правополяризованной и необыкновенной (левополяризованной) волн следует для z — компоненты коэффициента распространения следующие выражения:

$$\begin{gathered}
\gamma_{n1}^{+} = \gamma_{n1}^{-} = \frac{2\pi}{l}\sqrt{\varkappa^2 - n^2}; \quad \gamma_{n2}^{+} = \gamma_{n2}^{-} = \frac{2\pi}{l}\sqrt{\varepsilon_2\varkappa^2 - n^2};\\
\gamma_{n4}^{+} = \gamma_{n4}^{-} = \frac{2\pi}{l}\sqrt{\varepsilon_4\varkappa^2 - n^2};\\
\gamma_{n3}^{+} = \frac{2\pi}{l}\sqrt{(\varepsilon_0 - \varepsilon')\varkappa^2 - n^2};\\
\gamma_{n3}^{-} = \frac{2\pi}{l}\sqrt{(\varepsilon_0 + \varepsilon')\varkappa^2 - n^2},
\end{gathered} \tag{8}$$

где $\varkappa = \frac{l}{\lambda} = \frac{k_0 l}{2\pi}$, $k_0 = \frac{\omega}{c}$.

Для нахождения поля во всем пространстве достаточно найти его на одном из периодов. Неизвестные коэффициенты Фурье a_n, b_n, C_n, d_n, g_n, W_n в выражениях (4)—(7) можно определить из граничных условий для тангенциальных составляющих электромагнитного поля.

Их можно записать так:

$$\begin{gathered}
\text{при } z = 0 \quad \left.\begin{matrix} E_{x1} = E_{x2} \\ H_{y1} = H_{y2} \end{matrix}\right\}, \text{ (на щели)}\\
E_{x1} = E_{x2} = 0; \quad \text{(на металле)}\\
\text{при } z = -b \quad \left.\begin{matrix} E_{x2} = E_{x3} \\ H_{y2} = H_{y3} \end{matrix}\right\}; \quad \text{(для всех } y)\\
\text{при } z = -a \quad \left.\begin{matrix} E_{x3} = E_{x4} \\ H_{y3} = H_{y4} \end{matrix}\right\}. \quad \text{(для всех } y)
\end{gathered} \tag{9}$$

Граничные условия для остальных тангенциальных компонентов ничего нового не дают, так как они связаны между собой следующим образом: $E_y^- = -iE_x^+$, $E_y^- = iE_x^-$; аналогичная связь существует между H_x и H_y.

Подчинение полей граничным условиям (9) приводит к таким связям между неизвестными коэффициентами как для обыкновенных, так и для необыкновенных волн [1]:

$$g_n = -\frac{1-\frac{\gamma_{n3}}{\gamma_{n4}}}{1+\frac{\gamma_{n3}}{\gamma_{n4}}} b_n e^{2i\gamma_{n4}a}; \quad W_n = \frac{2\gamma_{n3}}{\gamma_{n3}+\gamma_{n4}} b_n e^{i(\gamma_{n3}-\gamma_{n4})a};$$

$$c_n = \frac{b_n}{2}\left[\left(1+\frac{\gamma_{n3}}{\gamma_{n2}}\right)-\left(1-\frac{\gamma_{n3}}{\gamma_{n2}}\right)\frac{1-\frac{\gamma_{n3}}{\gamma_{n4}}}{1+\frac{\gamma_{n3}}{\gamma_{n4}}} e^{2i(a-b)\gamma_{n3}}\right] e^{i(\gamma_{n3}-\gamma_{n2})b};$$

$$d_n = \frac{b_n}{2}\left[\left(1-\frac{\gamma_{n3}}{\gamma_{n2}}\right)-\left(1+\frac{\gamma_{n3}}{\gamma_{n2}}\right)\frac{1-\frac{\gamma_{n3}}{\gamma_{n4}}}{1+\frac{\gamma_{n3}}{\gamma_{n4}}} e^{2i\gamma_{n3}(a-b)}\right] e^{i(\gamma_{n3}+\gamma_{n2})b}; \qquad (10)$$

$$a_0 = -\frac{1}{2} + c_0 + d_0; \quad a_n = c_n + d_n, \quad n \neq 0.$$

Кроме того, получим следующую систему уравнений:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n b_n e^{i\frac{2\pi n}{l}y} = 0; \quad \text{(на металле)}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \gamma_{n1} F_n b_n e^{i\frac{2\pi n}{l}y} = 2\gamma_{01}, \quad \text{(на щели)} \qquad (11)$$

где

$$f_n = \frac{2}{b_n}\left(c_n + d_n\right);$$

$$F_n = \frac{2}{b_n}\left[\left(1+\frac{\gamma_{n2}}{\gamma_{n1}}\right)c_n + \left(1-\frac{\gamma_{n2}}{\gamma_{n1}}\right)d_n\right]. \qquad (12)$$

Дифференцируя первое уравнение системы (9), получим

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n e^{i\frac{2\pi n}{l}y} = 0; \quad \text{(на металле)}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{|n|}{n} x_n e^{i\frac{2\pi n}{l}y} = -i\varkappa + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{|n|}{n}\chi_n x_n e^{i\frac{2\pi n}{l}y} \quad \text{(на щели)} \qquad (13)$$

с дополнительным условием

$$\sum_{m\neq 0}(-1)^m\frac{x_m}{m} = -f_0 b_0, \qquad (14)$$

которое следует из первого уравнения системы (11) при $y = \frac{l}{2}$.

В (13) и (14) обозначили:

$$\chi_n = 1 + \frac{i}{2}\sqrt{\frac{\varkappa^2}{n^2}-1}\cdot N_n;$$

$$F_n = f_n N_n; \quad x_n = \varkappa f_n b_n.$$

Система (13) образует задачу Римана — Гильберта. Точное решение подобной системы (13) дано в работе [1]. Оно имеет вид бесконечной

[1] Полученные выражения для обеих волн по внешнему виду похожи друг на друга, поэтому для простоты записи опустим индексы (+) и (—) и восстановим их в окончательных результатах.

системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных b_0 и x_n:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\frac{|n|}{n}\chi_n K_m^n-\delta_{mn}R_n\right]x_n-i\varkappa K_m^0=f_0 b_0 R_m, \tag{15}$$

$$m=0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \ldots$$

где $K_m^n=R_n V_m^n-R_m V_n^n$; δ_{mn} — символ Кронекера. Коэффициенты R_m, V_m^n, R_n, V_n^n являются функциями аргумента $u=\cos\frac{\pi d}{l}$ как для обыкновенных, так и для необыкновенных волн. Значения их определяются по формулам, приведенным в [1].

3. Исследование решения в длинноволновом приближении

Если предположить, что $\chi_n=0$, при $n\neq 0$ и $\varkappa\ll 1$, то получим решение задачи в длинноволновом приближении для нулевой гармоники в виде

$$b_0^{\pm}=-\frac{2i\varkappa K_0^0}{f_0^{\pm}-i\varkappa F_0^{\pm}K_0^0} \tag{16}$$

или из (10)

$$a_0^{\pm}=-\frac{1}{2}\,\frac{f_0^{\pm}+i\varkappa\left(2f_0^{\pm}-F_0^{\pm}\right)K_0^0}{f_0^{\pm}-i\varkappa F_0^{\pm}K_0^0}. \tag{17}$$

Можно показать, что

$$K_0^0=-\frac{1}{2}\ln\frac{1+u}{2}.$$

Тогда формула (17) принимает вид

$$a_0^{\pm}=-\frac{1}{2}\,\frac{f_0^{\pm}-i\left(2f_0^{\pm}-F_0^{\pm}\right)\varkappa\ln\frac{1+u}{2}}{f_0^{\pm}+iF_0^{\pm}\varkappa\ln\frac{1+u}{2}}. \tag{18}$$

В случае, когда $b=0$ (область II также заполнена плазмой), из (18) находим:

$$a_0^{+}=-\frac{1}{2}\,\frac{2\left[1-\frac{1-\sqrt{\varepsilon_0-\varepsilon'}}{1+\sqrt{\varepsilon_0-\varepsilon'}}e^{2ik_0\sqrt{\varepsilon_0-\varepsilon'}a}\right]-i\left(1-\sqrt{\varepsilon_0-\varepsilon'}\right)\left(1-e^{2ik_0\sqrt{\varepsilon_0-\varepsilon'}a}\right)\varkappa\ln\frac{1+u}{2}}{2\left[1-\frac{1-\sqrt{\varepsilon_0-\varepsilon'}}{1+\sqrt{\varepsilon_0+\varepsilon'}}e^{2ik_0\sqrt{\varepsilon_0-\varepsilon'}a}\right]+i\left[\left(1+\sqrt{\varepsilon_0-\varepsilon'}\right)-\frac{\left(1-\sqrt{\varepsilon_0-\varepsilon'}\right)^2}{1+\sqrt{\varepsilon_0-\varepsilon'}}e^{2ik_0\sqrt{\varepsilon_0-\varepsilon'}a}\right]\varkappa\ln\frac{1+u}{2}}; \tag{19}$$

$$a_0^{-}=-\frac{1}{2}\,\frac{2\left[1-\frac{1-\sqrt{\varepsilon_0+\varepsilon'}}{1+\sqrt{\varepsilon_0+\varepsilon'}}e^{2ik_0\sqrt{\varepsilon_0+\varepsilon'}a}\right]-i\left(1-\sqrt{\varepsilon_0+\varepsilon'}\right)\left(1-e^{2ik_0\sqrt{\varepsilon_0+\varepsilon'}a}\right)\varkappa\ln\frac{1+u}{2}}{2\left[1-\frac{1-\sqrt{\varepsilon_0+\varepsilon'}}{1+\sqrt{\varepsilon_0+\varepsilon'}}e^{2ik_0\sqrt{\varepsilon_0+\varepsilon'}a}\right]+i\left[\left(1+\sqrt{\varepsilon_0+\varepsilon'}\right)-\frac{\left(1-\sqrt{\varepsilon_0+\varepsilon'}\right)^2}{1+\sqrt{\varepsilon_0+\varepsilon'}}e^{2ik_0\sqrt{\varepsilon_0+\varepsilon'}a}\right]\varkappa\ln\frac{1+u}{2}}. \tag{20}$$

При выводе формул (19) и (20) полагали, что $\varepsilon_1=\varepsilon_1=1$.

В диапазоне частот, где имеют место неравенства $\varepsilon_0 - \varepsilon' < 0$ (условия выполнения неравенства такого типа смотри в приложении к данной работе) и $\lambda \ll 4\pi a \sqrt{\varepsilon' - \varepsilon_0}$, из формулы (19)

$$a_0^+ = -\frac{1}{2}\frac{2 + i\left[2\sqrt{\varepsilon' - \varepsilon_0} - (1 + \varepsilon' - \varepsilon_0)\varkappa \ln\frac{1+u}{2}\right]}{2\left(1 - \sqrt{\varepsilon' - \varepsilon_0}\varkappa \ln\frac{1+u}{2}\right) + i\left[2\sqrt{\varepsilon' - \varepsilon_0} + (1 - \varepsilon' + \varepsilon_0)\varkappa \ln\frac{1+u}{2}\right]}. \quad (21)$$

Аналогично, для a_0^- получается формула вида (21), в которой ε' заменена на $-\varepsilon'$, а условие $\varepsilon_0 - \varepsilon' < 0$ — на условие $\varepsilon' + \varepsilon < 0$ (при допущении, что $e^{-2k_0\sqrt{\varepsilon' - \varepsilon_0}a} \ll 1$).

Когда одновременно выполняются условия $\varepsilon_0 - \varepsilon' < 0$ и $\lambda \gg 4\pi a \sqrt{\varepsilon' - \varepsilon_0}$, т. е. при $e^{-2k_0\sqrt{\varepsilon' - \varepsilon_0}a} \gg 1$, из (19) находим для правополяризованной волны

$$a_0^+ = -\frac{1}{2}\frac{2 - i\left[2\sqrt{\varepsilon' - \varepsilon_0} + (1 + \varepsilon' - \varepsilon_0)\varkappa \ln\frac{1+u}{2}\right]}{2\left(1 + \sqrt{\varepsilon' - \varepsilon_0}\varkappa \ln\frac{1+u}{2}\right) - i\left[2\sqrt{\varepsilon' - \varepsilon_0} - (1 - \varepsilon' + \varepsilon_0)\varkappa \ln\frac{1+u}{2}\right]}. \quad (22)$$

Для левополяризованной волны, когда одновременно выполняются условия $\varepsilon_0 + \varepsilon' < 0$ и $\lambda \gg 4\pi a \sqrt{-\varepsilon_0 - \varepsilon'}$, получим для a_0^- формулу в виде (22) с заменой ε' на $(-\varepsilon')$.

В диапазоне частот, когда $\varepsilon_0 \pm \varepsilon' > 0$, можно записать, что $e^{2ik_0\sqrt{\varepsilon_0 \pm \varepsilon'}a} = \cos 2k_0\sqrt{\varepsilon_0 \pm \varepsilon'}a + i \sin 2k_0\sqrt{\varepsilon_0 \pm \varepsilon'}a$. Если положить, что $2k_0\sqrt{\varepsilon_0 \pm \varepsilon'}a \ll 1$, то $e^{2ik_0\sqrt{\varepsilon_0 \pm \varepsilon'}a} \approx 1$, из формул (19) и (20) тогда имеем:

$$a_0^{\pm} = -\frac{1}{2}\frac{1}{1 + \varkappa \ln\frac{1+u}{2}}, \quad (23)$$

т. е. для $\lambda \gg 4\pi a \sqrt{\varepsilon_0 \pm \varepsilon'}$ волна не будет чувствовать отсутствие плазмы [4].

Формулы (19), (20) и (21)—(23) позволяют однозначно определить ε_0 и ε', что может служить основой для нахождения концентрации плазмы или известных амплитуд отраженных волн и геометрии решетки.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Обозначим $x = \frac{\omega}{\omega_e}$; $\eta = \frac{\omega_i}{\omega_e} = \frac{m}{M}$; $\mu = \frac{\omega_0}{\omega_e} = \frac{4\pi cen}{H_0}$;

$$B = x^2 - x - \eta;\quad D = x^2 + x - \eta. \quad (1)$$

Тогда

$$\text{а) } \varepsilon_0 - \varepsilon' < 0,\quad \text{в) } \varepsilon_0 + \varepsilon' < 0,$$
$$\text{б) } \varepsilon_0 - \varepsilon' > 0,\quad \text{г) } \varepsilon_0 + \varepsilon' > 0 \quad (2)$$

соответственно переходят в неравенства (1а)

$$\text{а) } D - \mu^2 < 0,\quad \text{в) } B - \mu^2 < 0,$$
$$\text{б) } D - \mu^2 > 0,\quad \text{г) } B - \mu^2 > 0. \quad (3)$$

Если $D > 0$ и $B > 0$ или $D < 0$ и $B < 0$, то остаются условия

$$\text{б) } D - \mu^2 < 0,\quad \text{г) } B - \mu^2 < 0. \quad (4)$$

Для разреженной плазмы или при больших постоянных магнитных полях (т. е. $\omega_0 \ll \omega_e$), пренебрегая μ^2 в неравенствах (3) и (4), получим из (3)

$$б)\ D > 0, \qquad г)\ B > 0. \tag{5}$$

Аналогично из (4) имеем:

$$а)\ D < 0, \qquad в)\ B < 0. \tag{6}$$

Последние два уравнения в обозначении (1) можно переписать так:

$$\begin{aligned} B &= (x - x_1)(x - x_2); \\ D &= (x + x_1)(x + x_2), \end{aligned} \tag{7}$$

где x_1, x_2, $-x_2$ и $-x_1$ являются корнями уравнений $B = 0$ и $D = 0$. Они определяются по формулам

$$x_1 = \frac{1 - \sqrt{1 + 4\eta}}{2}; \quad x_2 = \frac{1 + \sqrt{1 + 4\eta}}{2} \tag{8}$$

или

$$\omega_1 = \frac{\omega_e - \sqrt{\omega_e^2 + 4\omega_i\omega_e}}{2}; \quad \omega_2 = \frac{\omega_e + \sqrt{\omega_e^2 + 4\omega_i\omega_e}}{2}.$$

В формулах (8), пренебрегая η, находим

$$x_1 = -\eta; \quad x_2 = 1 + \eta \tag{9}$$

или

$$\omega_1 = -\omega_i; \quad \omega_2 = \omega_i + \omega_e.$$

Как следует из (7),

$$\begin{aligned} &\varepsilon_0 + \varepsilon' \geqslant 0 \quad (B \geqslant 0), \text{ если } \omega \geqslant \omega_i + \omega_e \quad (x \geqslant x_2); \\ &\varepsilon_0 + \varepsilon' < 0 \quad (B < 0), \text{ если } \omega < \omega_i + \omega_e \quad (x_1 < x < x_2); \\ &\varepsilon_0 - \varepsilon' \geqslant 0 \quad (D \geqslant 0), \text{ если } \omega \geqslant \omega_i \quad (x \geqslant -x_1); \\ &\varepsilon_0 - \varepsilon' < 0 \quad (D < 0), \text{ если } \omega < \omega_i \quad (-x_2 < x < -x_1). \end{aligned} \tag{10}$$

Таким образом, для неплотной плазмы имеем $\varepsilon_0 + \varepsilon' > 0$, когда частота падающей волны превышает суммарную электронную и ионную циклотронную частоту, и $\varepsilon_0 + \varepsilon' < 0$, когда частота падающей волны больше суммарной частоты. Согласно (10), $\varepsilon_0 - \varepsilon' \geqslant 0$, когда частота падающей волны больше ($\omega > \omega_i$) циклотронной частоты ионов, и $\varepsilon_0 - \varepsilon' < 0$, когда меньше ($\omega < \omega_i$).

Если плазма достаточно плотная или постоянное магнитное поле слабое, то нельзя пренебрегать μ^2; поэтому исследуем неравенство (3) в общем виде.

Теперь

$$\begin{aligned} D - \mu^2 &= (x + x_3)(x + x_4); \\ B - \mu^2 &= (x - x_3)(x - x_4), \end{aligned} \tag{11}$$

где x_3 и x_4 являются корнями уравнения $B - \mu^2 = 0$. Они имеют вид

$$x_3 = \frac{1 - \sqrt{1 + 4(\eta + \mu^2)}}{2}; \quad x_4 = \frac{1 + \sqrt{1 + 4(\eta + \mu^2)}}{2} \tag{12}$$

или

$$\omega_3 = \frac{\omega_e - \sqrt{\omega_e^2 + 4(\omega_0^2 + \omega_i\omega_e)}}{2}; \quad \omega_4 = \frac{\omega_e + \sqrt{\omega_e^2 + 4(\omega_0^2 + \omega_i\omega_e)}}{2}.$$

Сравнение формул (9) и (12) дает $-\omega_3 > \omega_i$, $\omega_4 > \omega_i + \omega_e$. Тогда в общем случае из неравенства (3) и (4) будем иметь:

$$
\begin{aligned}
&\text{а)}\ \varepsilon_0 - \varepsilon' < 0, && \text{когда}\ \omega_i < \omega < -\omega_3; \\
&\text{б)}\ \varepsilon_0 - \varepsilon' \geqslant 0, && \text{когда}\ \omega \geqslant -\omega_3 \\
& && \text{или} \\
& && \omega \leqslant \omega_i; \\
&\text{в)}\ \varepsilon_0 + \varepsilon' < 0, && \text{когда}\ \omega_i + \omega_e < \omega < \omega_4; \\
&\text{г)}\ \varepsilon_0 + \varepsilon' \geqslant 0, && \text{когда}\ \omega \geqslant \omega_4 \\
& && \text{или} \\
& && \omega \leqslant \omega_i + \omega_e.
\end{aligned}
\tag{13}
$$

При определении концентрации заряженных частиц в плазме по формулам (19)—(22) необходимо учитывать условия (10) и (13).

Автор выражает благодарность проф. В. П. Шестопалову за руководство и доц. И. П. Якименко за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. З. С. Агранович, В. П. Шестопалов. ЖТФ, 32, 4, 1962.
2. В. Д. Русанов. Современные методы исследования плазмы. М., Госатомиздат, 1962.
3. Вопросы теории плазмы. М., Госатомиздат, 1963.
4. Х. Ламб. Гидродинамика. М.—Л., Гостехиздат, 1947.