К ВОПРОСУ ОБ ОЦЕНКЕ ПОГРЕШНОСТИ, ОБУСЛОВЛЕННОЙ ПОТЕРЯМИ, ПРИ АБСОЛЮТНОЙ КАЛИБРОВКЕ ПОНДЕРОМОТОРНЫХ ВАТТМЕТРОВ

В. Д. Кукуш

Харьков

Абсолютная калибровка пондеромоторных ваттметров по методу Каллена [1] позволяет получить высокую точность измерений СВЧ мощности [2]. Для выяснения вопроса о предельной точности ваттметров этого типа необходимо исследовать погрешность, обусловленную потерями энергии в элементах прибора и вспомогательных устройствах (поршнях, тройнике и т. д.).

Абсолютная калибровка основывается на использовании теоремы об инвариантности действия для электромагнитного резонатора без потерь при его адиабатической деформации. Наличие потерь энергии в реальных системах, естественно, приведет к некоторой погрешности.

Попытки оценить эту погрешность предпринимались в работах В. С. Жилкова [2] и В. Г. Орлова [3]. В статье [3] приведен расчет электрического калибровочного коэффициента для эквивалентной схемы в виде длинной линии с потерями. При этом влияние возможных сосредоточенных потерь не учитывалось. В работе [2] доказывается теорема действия для электромагнитного резонатора с малыми потерями. Автор ограничивается нулевым приближением уравнений Рытова, но количественно не оценивает погрешность, связанную с этим приближением.

В настоящей работе по предложению проф. Каллена предпринята попытка оценить указанную погрешность, исходя из простейшей колебательной системы с потерями — резонансного контура с сосредоточенными параметрами, — и распространить эту оценку для абсолютной калибровки пондеромоторных ваттметров.

Постановка задачи

Теорема об инвариантности действия для резонатора без потерь при адиабатической деформации

$$W\tau = \text{const}, \tag{1}$$

где W — запас энергии;

τ — период колебаний.

Дифференцируя (1), имеем

$$\frac{dW}{W} + \frac{d\tau}{\tau} = 0. \tag{2}$$

Очевидно, при наличии потерь и свободных колебаний резонатора запас энергии будет уменьшаться. Это изменение энергии не связано с деформацией. Чтобы выделить эффект изменения энергии при деформации, воспользуемся средней энергией за время, соответствующее времени деформации. Тогда, если под W понимать среднюю энергию, выражение (2) можно записать для случая резонатора с потерями

$$\frac{dW}{W}+\frac{d\tau}{\tau}=a, \qquad (3)$$

где a — вещественная величина, отличная от нуля.
Отсюда

$$dW=\left(a-\frac{d\tau}{\tau}\right)W.$$

Если деформация не ведет к изменению частоты, как это имеет место при калибровке,

$$dW=aW. \qquad (4)$$

Рассмотрим два участка резонатора, на которые действуют силы со стороны полей F_1 и F_2. Эти участки претерпевают адиабатические деформации dx_1, dx_2. При этом период колебания не изменяется. Тогда при отсутствии потерь

$$F_1dx_1+F_2dx_2=0. \qquad (5)$$

При наличии потерь

$$F_1dx_1+F_2dx_2=dW. \qquad (6)$$

Здесь F_1 и F_2 — средние силы за время деформаций, совершаемых одновременно. Из (6) получаем

$$F_1=-F_2\frac{dx_2}{dx_1}+\frac{dW}{dx_1}. \qquad (7)$$

Поскольку при калибровке проводится два опыта [1], сила при бегущей волне в выходном плече калибруемого прибора

$$F_1=-F_2^{(1)}\frac{dx_2^{(1)}}{dx_1}-F_2^{(2)}\frac{dx_2^{(2)}}{dx_1}+\frac{dW^{(1)}}{dx_1}+\frac{dW^{(2)}}{dx_1},$$

или

$$F_1=-Pk_e+\frac{dW^{(1)}}{dx_1}-\frac{dW^{(2)}}{dx_1}, \qquad (8)$$

где k_e — электрический калибровочный коэффициент;
P — проходящая мощность.

Считая, что два последних слагаемых (8) не очень отличаются друг от друга, записываем выражение для погрешности калибровки

$$\frac{\Delta P}{P}=\frac{\dfrac{2dW}{dx_1}}{Pk_e}. \qquad (9)$$

Задача состоит в том, чтобы вычислить $\dfrac{dW}{dx_1}$.

Изменение средней энергии резонансного контура при деформации

Пусть имеется последовательный резонансный контур с параметрами L, C, R. Рассмотрим свободные колебания резонатора. Напряжение на конденсаторе U_C и ток I_L запишем так [4]:

$$U_C=U_0e^{-\alpha t}\cos\omega t;$$

$$I_L=I_0e^{-\alpha t}\cos(\omega t-\gamma); \qquad (10)$$

$$I_0=\frac{U_0}{\omega L};\quad \omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}};$$

$$\omega=\sqrt{\omega_0^2-\alpha^2};$$

$$\alpha=\frac{R}{2L};\quad \operatorname{tg}\gamma=\frac{\omega}{\alpha}.$$

Средняя энергия в конденсаторе и индуктивности за время деформации $T_d=n\tau$, где n — целое число:

$$W_C=\frac{1}{T_d}\int\limits_0^{T_d}\frac{U_0^2C\,(x)}{2}e^{-2\alpha t}\cos^2\omega t dt=$$

$$=\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\frac{C\,(x)\,U_0^2}{8T_d\alpha}\left(1+\frac{2\alpha^2}{\omega^2}\right)\left(1-e^{-2\alpha T_d}\right); \tag{11}$$

$$W_L=\frac{1}{T_d}\int\limits_0^{T_d}\frac{I_0^2L\,(Y)}{2}e^{-2\alpha t}\cos^2(\omega t-\gamma)\,dt=$$

$$=\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\frac{L\,(Y)\;I_0^2}{8T_d\alpha}\left(1+\frac{2\alpha^2}{\omega^2}\right)\left(1-e^{-2\alpha T_d}\right).$$

При большом T_d средние энергии W_C и W_L определяются выражениями (6) независимо от пределов интегрирования.

Суммарная средняя энергия

$$W=W_C+W_L=\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\frac{CU_0^2+LI_0^2}{8T_d\alpha}\left(1+\frac{2\alpha^2}{\omega^2}\right)\left(1-e^{-2\alpha T_d}\right). \tag{12}$$

Положим, что параметры контура C и L претерпевают деформацию: x и y — координаты, вдоль которых деформируются C и L. При этом изменится и средний запас энергии, и собственная частота. Дифференцируя W, а также τ по x и y, после простых преобразований имеем

$$\frac{dW}{W}+\frac{d\tau}{\tau}=\left[1-\frac{\omega_0^2}{2\omega^2}+\frac{2\alpha^2\omega_0^2}{\omega^2\left(\omega_0^2+\alpha^2\right)}+\frac{\omega^2}{\omega_0^2+\omega^2}\right]\frac{C'\,(x)}{C}dx+$$

$$+\left[1+\frac{2\alpha^2-\omega_0^2}{2\omega^2}-\frac{2\alpha^2\omega_0^2}{\omega^2\left(\omega_0^2+\alpha^2\right)}+\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2+\omega^2}\right]\frac{L'\,(Y)}{L}dy. \tag{13}$$

Здесь

$$L'\,(Y)=\frac{dL}{dy}\text{ и }C'\,(x)=\frac{dC}{dx}.$$

Положим, что деформация осуществляется так, что до деформации и после нее собственные частоты колебаний равны, т. е. $\frac{d\tau}{\tau}=0$,

$$\frac{d\omega}{\omega}=0\text{ и }\frac{L'\,(Y)}{L}dy=\frac{\omega_0^2}{2\alpha^2-\omega_0^2}\cdot\frac{C'\,(x)\,dx}{C}. \tag{14}$$

Тогда

$$\frac{dW}{W}=\frac{1}{\omega_0^2+\alpha^2}\left[\frac{\alpha^2\omega^2}{\omega_0^2+\omega^2}+\frac{2\alpha^4}{2\alpha^2-\omega_0^2}\right]\frac{C'\,(x)}{C}dx.$$

При малых потерях, когда $\omega = \omega_0$,

$$\frac{dW}{W} = \frac{\alpha^2}{2\omega^2} \frac{C'(x)}{C} dx. \tag{15}$$

Естественно, при

$$\alpha = 0 \quad \frac{dW}{W} = 0.$$

Ясно, что (15) справедлива и для параллельного контура. Выразив α через добротность Q, имеем

$$\frac{dW}{W} = \frac{1}{8Q^2} \frac{C'(x)}{C} dx. \tag{16}$$

Погрешность калибровки

Формула для расчета погрешности может быть получена подстановкой (16) в (9). Именно здесь содержится нестрогость, состоящая в том, что мы распространяем выводы, полученные при рассмотрении обычного контура, на сложный объемный резонатор. Обоснованием этого шага может служить то, что изменение энергии контура при деформации выражается через величины, имеющие физический смысл и в объемном резонаторе.

Для получения количественных результатов учтем следующие обстоятельства.

В работе [5] показано, что чувствительный элемент пондеромоторного ваттметра — тонкая металлическая пластина — представляет собой емкостную шунтирующую проводимость, изменяющуюся от угла установки в волноводе по закону $B_C = B_m \sin^2\theta$, где θ — угол между плоскостью пластины и широкой стенкой волновода, единственная степень свободы, определяющая положение пластины в волноводе.

Выражение (16) для этого случая можно переписать так:

$$\frac{dW}{d\theta} = \frac{W}{8Q^2} \frac{C'(\theta)}{C} = \frac{W}{8Q^2} \frac{2C \sin\theta \cos\theta}{C \sin^2\theta} = \frac{W}{4Q^2} \operatorname{ctg}\theta. \tag{17}$$

Обычно $\theta = 45°$ и

$$\frac{dW}{d\theta} = \frac{W}{4Q^2}.$$

Учитывая, что

$$W = P_{\text{п}} \frac{Q}{\omega} = \frac{P^+ (1 - |\Gamma|^2) Q}{\omega},$$

где $P_{\text{п}}$ — мощность, поглощаемая в резонаторе;

P^+ — падающая мощность;

Γ — коэффициент отражения короткозамыкающего поршня,

имеем

$$\frac{dW}{d\theta} = \frac{P^+ (1 - |\Gamma|^2)}{4\omega Q}. \tag{18}$$

Подставляя (18) в (9) и учитывая, что $dx_1 = d\theta$, и $P = P^+$ при согласованном приборе, получим

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{1 - |\Gamma|^2}{2\omega Q k_e}. \tag{19}$$

Таким образом, погрешность калибровки, обусловленная потерями, обратно пропорциональна добротности резонатора, электрическому калибровочному коэффициенту и частоте. Увеличение коэффициента отражения поршня, используемого при калибровке, приводит к уменьшению погрешности.

Полученный результат находится в соответствии с высказывавшимися ранее физическими предположениями.

Положим, что $Q = 400$; $|\Gamma|^2 = 0{,}9$; $f = 10^{10}$ *гц*,

$$\mathrm{Ke} = 10^{-11}\ дин \cdot см/орг/сек \text{ (экспериментальные данные).}$$

Тогда

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{0{,}1 \cdot 10^{11}}{12{,}5 \cdot 0{,}4 \cdot 10^{3} \cdot 10^{10}} = \frac{0{,}250}{0{,}125} \cdot 10^{-4} = 0{,}02\%.$$

Этот результат позволяет сделать вывод, что погрешность абсолютной калибровки, обусловленная потерями, не накладывает существенных ограничений на точность пондеромоторного ваттметра.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. L. Cullen. A General method for absolute measurement of microwave power Proc. 9EE, 99 part IV, 122, 1952.

2. В. С. Жилков. Разработка и исследование образцовых пондеромоторных измерителей мощности. Автореф. канд. дисс., Харьков, 1969.

3. В. Г. Орлов. Абсолютная калибровка пондеромоторных ваттметров с потерями. «Измерительная техника», № 5, 1964.

4. В. И. Калинин, Г. М. Герштейн. Введение в радиофизику, Гостехиздат, 1961.

5. Р. А. Валитов, В. Д. Кукуш, В. Г. Орлов. Использование пондеромоторных эффектов электромагнитного поля в технике измерений на СВЧ. «Вопросы радиоэлектроники», серия VI, вып. 3, 1960.