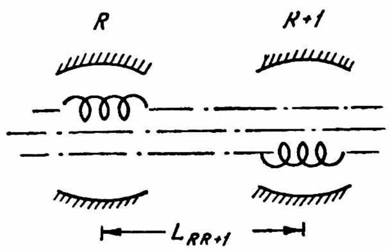
КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ГРУППИРОВАНИЕ ВИНТОВЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПОТОКОВ

В. А. Жураховский
Киев

В статье теоретически рассматриваются вопросы группировки электронов винтового потока на участках дрейфа многокаскадного модулятора, т. е. исследуются коллективные процессы в резонаторном секционированном группирователе с большим числом каскадов. Это практически наиболее интересные случаи, поскольку каскадная группировка позволяет достичь высокой эффективности при отборе мощности от винтового электронного потока, что особо важно в гирорезонансных приборах, предназначаемых преимущественно для больших мощностей.



Произведем анализ группировки электронов винтового потока, пронизывающего цепочку проходных резонаторов (см. рисунок) с колебаниями *TE*-типа, развязанных по высокой частоте. Резонаторы условимся считать достаточно короткими (по сравнению с участками дрейфа) и потому приближенно заменим результат взаимодействия потока с ВЧ полем результатом воздействия на электрон ударной силы, сосредоточенной в среднем сечении резонатора. Вследствие симметрии продольного распределения поперечной компоненты ВЧ магнитного поля относительно среднего сечения резонатора в слабосигнальном приближении можно пренебречь результатом воздействия на электрон продольных лоренцовых сил и изменением продольного импульса.

Точки приложения ударных сил разделены сравнительно длинными участками дрейфа. Вся система в целом погружена в статическое магнитное поле, однородное либо плавно (адиабатически) изменяющееся вдоль оси системы; в последнем случае продольная v_z и поперечная v_t составляющие скорости электрона вдоль участка дрейфа не остаются постоянными, хотя полная скорость v сохраняется (здесь и ниже термины «продольная», «поперечная» относятся к системе координат на силовой линии магнитного поля, с которой связан рассматриваемый электрон).

Продольная и поперечная скорость электронов в секции модуляции и на дрейфе

Пусть к резонатору с номером k приходит электрон с компонентами скорости

$$v_{zk-0} = v_{\parallel k} + \tilde{v}_{zk-0}, \quad v_{tk-0} = v_{\perp k} + \tilde{v}_{tk-0}, \tag{1}$$

где $v_{\parallel k}$, $v_{\perp k}$ — невозмущенные ударными силами величины; а $\tilde{v}_{zk-0}$, $\tilde{v}_{tk-0}$ — суммарные результаты возмущений, получаемые от резонаторов с меньшими номерами, чем рассматриваемый.

Вследствие воздействия сосредоточенной силы, отвечающей в принятой модели полю *TE*-типа, на выходе k-го резонатора поперечная скорость электрона уже иная

$$v_{tk+0} = v_{\perp k} + \tilde{v}_{tk-0} + \tilde{v}_{tk}, \tag{2}$$

вместе с тем меняется и продольная скорость, однако сохраняется (с учетом релятивистского изменения массы) продольный импульс:

$$v_{zk+0} = v_{zk-0} \sqrt{\frac{1-\beta_{k+0}^2}{1-\beta_{k-0}^2}} = v_{zk-0} \sqrt{\frac{1-\beta_{tk+0}^2}{1-\beta_{tk-0}^2}}, \tag{3}$$

где $\beta = \frac{v}{c}$; $\beta_t = \frac{v_t}{c}$; c — скорость света.

Пройдя k-й резонатор, электрон попадает на участок дрейфа, где, как отмечалось, сохраняется его полная скорость и сохраняется так называемый поперечный адиабатический инвариант — отношение квадрата поперечной скорости к текущей индукции магнитного поля

$$\begin{gathered} v_{tk+0}^2 + v_{zk+0}^2 = v_t^2 + v_z^2; \\ \frac{v_{tk+0}^2}{B_k} = \frac{v_t^2}{B_{kk+1}}, \end{gathered} \tag{4}$$

где B_k и B_{kk+1} — соответственно индукция поля в зоне k-го резонатора и между k-м и $(k+1)$-м резонаторами.

Из соотношений (4) следует выражение для текущего значения квадрата продольной скорости на дрейфе между резонаторами с номерами k, $k+1$:

$$v_z^2 = v_{zk+0}^2 - \varphi_{kk+1} v_{tk+0}^2; \quad \varphi_{kk+1} = \left(\frac{B_{kk+1}}{B_k}\right) - 1. \tag{5}$$

Таким образом, модуляция поперечной скорости сопровождается модуляцией продольной скорости, а это приводит, как в обычной классической лампе с прямолинейным электронным потоком, к зависимости времени пролета электроном любого участка дрейфа от его фазы влета в первый резонатор, т. е. к продольной группировке. Релятивистское изменение гирочастоты может привести также к азимутальной группировке заряженных частиц — эффекту, не имеющему аналога в классических секционированных приборах.

Азимутальная координата и длительность пребывания электрона на дрейфе

Учитывая (5), можно проследить поведение азимутальной координаты ϑ вращающегося вокруг силовой линии и одновременно дрейфующего вдоль этой линии электрона, переходя от текущей угловой скорости на дрейфе между резонаторами с номерами k, $k+1$

$$\dot{\vartheta}_{kk+1} = \eta_0 B_{kk+1} \sqrt{1-\beta^2} \tag{6}$$

к производной по продольной координате $z \in (0; L_{kk+1})$, где L_{kk+1} — длина дрейфа между резонаторами с номерами k, $k+1$:

$$\frac{d\vartheta_{kk+1}}{dz} = \frac{\eta_0 B_{kk+1} \sqrt{1-\beta^2}}{v_z} = \frac{\eta_0 B_k \sqrt{1-\beta_{k+0}^2}}{v_{zk+0}} \cdot \frac{1+\varphi_{kk+1}}{\sqrt{1-\varphi_{kk+1}\frac{v_{tk+0}^2}{v_{zk+0}^2}}} = \tag{7}$$

$$= \frac{\eta_0 B_k \sqrt{1-\beta_{k-0}^2}}{v_{zk-0}} \cdot \frac{1+\varphi_{kk+1}}{\sqrt{1-\varphi_{kk+1}\frac{v_{tk+0}^2}{v_{zk+0}^2}}} = \ldots$$

Здесь использован результат (3); η_0 — удельный заряд электрона при нулевой скорости. Выполняя преобразования типа (7) нужное число раз, получаем окончательно

$$\frac{d\vartheta_{kk+1}}{dz}=\frac{\eta_0 B_1\sqrt{1-\beta_{1-0}^2}}{v_{z1-0}}\cdot\frac{1+\varphi_{kk+1}}{\sqrt{1-\varphi_{kk+1}\dfrac{v_{tk+0}^2}{v_{zk+0}^2}}}\prod_{i=1}^{k-1}\frac{1+\Phi_{ii+1}}{\sqrt{1-\Phi_{ii+1}\dfrac{v_{ti+0}^2}{v_{zi+0}^2}}},\qquad(8)$$

где $\Phi_{ii+1}=\left(\dfrac{B_{i+1}}{B_i}\right)-1.$

Из (8) видно, что при каскадном группировании в однородном магнитном поле ($\varphi_{kk+1}\equiv 0$ для любого k) даже при наличии ударных сил движение электронов, связанных с данной силовой линией направляющего магнитного поля, происходит по единой фиксированной винтовой траектории (частицы перемещаются подобно бусинкам на общей неподвижной криволинейной нити), тогда как в неоднородном поле для каждого сечения $z=\text{const}$ наблюдается веерообразное сканирование азимутальной координаты с частотой модулирующего сигнала.

Вновь обратимся к (5) с целью установления зависимости текущего времени пребывания электрона на дрейфе между резонаторами с номерами k, $k+1$ от продольной координаты

$$\frac{d\tau_{kk+1}}{dz}=\frac{1}{v_z}=\frac{1}{v_{zk+0}\sqrt{1-\varphi_{kk+1}\dfrac{v_{tk+0}^2}{v_{zk+0}^2}}}=$$

$$=\frac{\sqrt{1-\beta_{tk-0}^2}}{v_{zk-0}}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\beta_{tk+0}^2}\sqrt{1-\varphi_{kk+1}\dfrac{v_{tk+0}^2}{v_{zk+0}^2}}}=$$

$$=\frac{\sqrt{1-\beta_{tk-1+0}^2(1+\Phi_{k-1k})}}{v_{zk-0}}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\beta_{tk+0}^2}\sqrt{1-\varphi_{kk+1}\dfrac{v_{tk+0}^2}{v_{zk+0}^2}}}=$$

$$=\frac{\sqrt{1-\beta_{tk-1-0}^2}}{v_{zk-1-0}}\sqrt{\frac{1-\beta_{tk-1+0}^2(1+\Phi_{k-1k})}{(1-\beta_{tk-1+0}^2)\left(1-\Phi_{k-1k}\dfrac{v_{tk-1+0}^2}{v_{zk-1+0}^2}\right)}}\times$$

$$\times\frac{1}{\sqrt{(1-\beta_{tk+0}^2)\left(1-\varphi_{kk+1}\dfrac{v_{tk+0}^2}{v_{zk+0}^2}\right)}}=\ldots,\qquad(9)$$

где использованы результаты (3), (4). Выполняя преобразования типа (9) нужное число раз, получаем окончательно

$$\frac{d\tau_{kk+1}}{dz}=\frac{\sqrt{1-\beta_{t1-0}^2}}{v_{z1-0}}\cdot\frac{1}{\sqrt{(1-\beta_{tk+0}^2)\left(1-\varphi_{kk+1}\dfrac{v_{tk+0}^2}{v_{zk+0}^2}\right)}}\times$$

$$\times\prod_{i=1}^{k-1}\sqrt{\frac{1-\beta_{ti+0}^2(1+\Phi_{ii+1})}{(1-\beta_{ti+0}^2)\left(1-\Phi_{ii+1}\dfrac{v_{ti+0}^2}{v_{zi+0}^2}\right)}}.\qquad(10)$$

Особый интерес для практики гирорезонансных приборов представляет случай, когда все резонаторы находятся в магнитном поле одинаковой индукции, $\Phi_{ii+1} = 0$ (на участках дрейфа поле может быть и неоднородным, $\varphi_{kk+1} \neq 0$). При этом выражения (8), (10) значительно упрощаются

$$\frac{d\vartheta_{kk+1}}{dz} = \frac{\Omega}{v_\parallel} \cdot \frac{1 + \varphi_{kk+1}}{\sqrt{1 - \varphi_{kk+1} \dfrac{v^2_{tk+0}}{v^2_{zk+0}}}};$$

$$\frac{d\tau_{kk+1}}{dz} = \frac{1}{v_\parallel} \cdot \frac{\sqrt{1-\beta^2_\perp}}{\sqrt{1-\beta^2_{tk+0}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \varphi_{kk+1} \dfrac{v^2_{tk+0}}{v^2_{zk+0}}}}, \tag{11}$$

где $\Omega = \eta_0 B_0 \sqrt{1-\beta_0^2}$; $\beta_\perp = \frac{v_\perp}{c}$; $B_0 \equiv B_1 = B_2 = \ldots = B_k$; $\beta_0 = \beta_{1-0}$.

Следует заметить, что указанное здесь ограничение не распространяется на заключительную секцию прибора (предназначенную для отбора мощности от сгруппированного пучка), магнитное поле которой в рамках условия адиабатичности может не совпадать с полем в резонаторах группирователя.

Слабосигнальное приближение

Введем обычное предположение линейной теории о малой глубине модуляции скорости в каждом резонаторе, т. е.

$$\left| \frac{\tilde{v}_{ti}}{v_\perp} \right| \ll 1; \quad i = 1, 2, \ldots, k. \tag{12}$$

Это позволяет провести в соотношениях (11) линеаризацию по параметру (12). Полагая его достаточно малым для выполнения неравенств

$$\left| \frac{\tilde{v}_{ti}}{v_\perp} \cdot \frac{2}{1-\beta^2_\perp} \right|, \quad \left| \frac{\tilde{v}_{ti}}{v_\perp} \cdot \frac{2}{1-\beta^2_\perp} \cdot \frac{q^2\varphi_{ii+1}}{1-q^2\varphi_{ii+1}} \right| \ll 1;$$

$$q \equiv \frac{v_\perp}{v_\parallel}, \tag{13}$$

сопутствующих процессу линеаризации, имеем

$$\frac{d\vartheta_{kk+1}}{dz} = \frac{\Omega}{v_\parallel} (1 + \varphi_{kk+1}) \left[\left(1 - \varphi_{kk+1} \frac{v^2_{tk-0}}{v^2_{zk-0}} \right)^{-\frac{1}{2}} + \right.$$

$$\left. + \tilde{v}_{tk} q^2 \frac{\varphi_{kk+1}}{v_\perp (1-\beta^2_\perp)(1-q^2\varphi_{kk+1})^{\frac{3}{2}}} \right] = \ldots \tag{14}$$

Повторяя линеаризацию по образцу (14) нужное число раз, получаем

$$\frac{d\vartheta_{kk+1}}{dz} = \frac{\Omega}{v_\parallel} \left[\left(\frac{(1+\varphi_{kk+1})}{(1-q^2\varphi_{kk+1})} \right)^{\frac{1}{2}} + \right.$$

$$\left. + \left(\sum_{i=1}^{k} \tilde{v}_{ti} \right) q^2 \frac{(\varphi_{kk+1} + \varphi^2_{kk+1})}{v_\perp (1-\beta^2_\perp)(1-q^2\varphi_{kk+1})^{\frac{3}{2}}} \right]. \tag{15}$$

Если $s=\frac{z}{L_{ii+1}}$ — текущая безразмерная координата, то, согласно (15),

$$\vartheta_{k+1}=\vartheta_k+\frac{\Omega}{v_{\|}}L_{kk+1}\int\limits_0^1\frac{(1+\varphi_{kk+1})\,ds}{(1-q^2\varphi_{kk+1})^{\frac{1}{2}}}+$$
$$+\frac{v_\perp\Omega L_{kk+1}\sum\limits_{i=1}^{k}\tilde{v}_{ti}}{v_{\|}^3(1-\beta_\perp^2)}\int\limits_0^1\frac{\varphi_{kk+1}+\varphi_{kk+1}^2}{(1-q^2\varphi_{kk+1})^{\frac{3}{2}}}ds, \tag{16}$$

где ϑ_i — азимутальная координата электрона в момент прохождения им середины i-го резонатора. Повторяя рекуррентную формулу (16), окончательно получаем

$$\vartheta_{k+1}=C_{k+1}^{\vartheta}+\frac{v_\perp\Omega}{v_{\|}^3(1-\beta_\perp^2)}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{i}\tilde{v}_{tj}L_{ii+1}\int\limits_0^1\frac{\varphi_{ii+1}+\varphi_{ii+1}^2}{(1-q^2\varphi_{ii+1})^{\frac{3}{2}}}ds. \tag{17}$$

Здесь

$$C_{k+1}^{\vartheta}\equiv\vartheta_1+\frac{\Omega}{v_{\|}}\sum_{i=1}^{k}L_{ii+1}\int\limits_0^1\frac{(1+\varphi_{ii+1})\,ds}{(1-q^2\varphi_{ii+1})^{\frac{1}{2}}} - \tag{18}$$

общая для всех электронов константа.

Обращаясь теперь ко второму из соотношений (11) при использовании неравенств (12), (13) и

$$\left|\frac{\tilde{v}_{ti}}{v_\perp}\cdot\frac{2q^2}{1-\beta_\perp^2}\left(\frac{\varphi_{ii+1}}{1-q^2\varphi_{ii+1}}+\beta_{\|}^2\right)\right|\ll 1,$$
$$\beta_{\|}\equiv v_{\|}/c, \tag{19}$$

аналогично предыдущему, имеем

$$\frac{d\tau_{kk+1}}{dz}=\frac{1}{v_{\|}}\cdot\frac{\sqrt{1-\beta_\perp^2}}{\sqrt{1-\beta_{tk-1+0}^2}}\left(1-\varphi_{kk+1}\frac{v_{tk-1+0}^2}{v_{zk-1+0}^2}\right)^{-\frac{1}{2}}+$$
$$+\tilde{v}_{tk}v_\perp\frac{\beta_{\|}^2+(1-\beta_\perp^2)\varphi_{kk+1}}{v_{\|}^3(1-\beta_\perp^2)(1-q^2\varphi_{kk+1})^{\frac{3}{2}}}=\ldots. \tag{20}$$

Повторяя линеаризацию по образцу (20) нужное число раз, получаем

$$\frac{d\tau_{kk+1}}{dz}=\frac{1}{v_{\|}(1-q^2\varphi_{kk+1})^{\frac{1}{2}}}+$$
$$+\left(\sum_{i=1}^{k}\tilde{v}_{ti}\right)\frac{v_\perp[\beta_{\|}^2+(1-\beta_\perp^2)\varphi_{kk+1}]}{v_{\|}^3(1-\beta_\perp^2)(1-q^2\varphi_{kk+1})^{\frac{3}{2}}}. \tag{21}$$

Если ω — частота модуляции, то, согласно (21),

$$\omega t_{k+1} = \omega t_k + \frac{\omega}{v_\parallel} L_{kk+1} \int\limits_0^1 \frac{ds}{(1-q^2\varphi_{kk+1})^{\frac{1}{2}}} + \tag{22}$$

$$+ \frac{v_\perp \omega L_{kk+1} \sum\limits_{i=1}^{k} \tilde{v}_{ti}}{v_\parallel^3 (1-\beta_\perp^2)} \int\limits_0^1 \frac{\beta_\parallel^2 + (1-\beta_\perp^2)\varphi_{kk+1}}{(1-q^2\varphi_{kk+1})^{\frac{3}{2}}} ds,$$

где t_i — момент прохождения электроном середины i-го резонатора. Повторяя рекуррентную формулу (22), окончательно имеем

$$\omega t_{k+1} = C_{k+1}^{\omega\tau} + \omega t_1 + \frac{v_\perp \omega}{v_\parallel^3 (1-\beta_\perp^2)} \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{i} \tilde{v}_{ij} L_{ii+1} \int\limits_0^1 \frac{\beta_\parallel^2 + (1-\beta_\perp^2)\varphi_{ii+1}}{(1-q^2\varphi_{ii+1})^{\frac{3}{2}}} ds. \tag{23}$$

Здесь

$$C_{k+1}^{\omega\tau} = \frac{\omega}{v_\parallel} \sum_{i=1}^{k} L_{ii+1} \int\limits_0^1 \frac{ds}{(1-q^2\varphi_{ii+1})^{\frac{1}{2}}} - \tag{24}$$

общая для всех электронов константа.

Эффективные фазы сил поля в резонаторах секционированного группирователя

Как уже отмечалось, эффективная фаза попадающих в $(k+1)$-й резонатор электронов винтового потока относительно воздействующих со стороны высокочастотного поля сил зависит как от момента времени t_{k+1}, так и от угла поворота ϑ_{k+1}. При правовинтовом потоке, взаимодействующем соответственно с силами круговой поляризации того же направления и не взаимодействующем с противоположно вращающимися силами, которые также существуют при линейной поляризации поля, следует иметь в виду, что более ранние электроны (с меньшим значением ωt_{k+1}) встречают и более раннюю фазу поля, тогда как частицы с меньшим значением геометрической фазы ϑ_{k+1} «видят» более позднюю фазу повернутого относительно электронов поля, так что два отмеченные эффекта работают в противоположные стороны.

Примем, что i-й резонатор возбужден с начальной фазой ψ_i на m_i-м обертоне основной частоты модуляции ω, а гирочастота составляет n_i-ю долю от $m_i\omega$. Тогда эффективная фаза электрона относительно квазистационарных сил поля в $(k+1)$-м резонаторе запишется как

$$\theta_{k+1} = m_{k+1}(\psi_{k+1} + \omega t_{k+1}) - n_{k+1}\vartheta_{k+1}, \tag{25}$$

причем произвольная константа ϑ_1 в (18) может быть выбрана для удобства таким образом, что в первом резонаторе

$$\psi_1 - n_1\vartheta_1 = 0, \quad \theta_1 = \omega t_1. \tag{26}$$

Подстановка (17), (23) в (25) дает

$$\theta_{k+1} = m_{k+1}(C_{k+1}^{\omega\tau} + \psi_{k+1} + \omega t_1) - n_{k+1} C_{k+1}^{\vartheta} + \frac{v_\perp}{v_\parallel^3(1-\beta_\perp^2)} \times \tag{27}$$

$$\times \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{i} \tilde{v}_{tj} L_{ii+1} \int\limits_0^1 \frac{m_{k+1}\omega\,[\beta_\parallel^2 + (1-\beta_\perp^2)\varphi_{ii+1}] - n_{k+1}\Omega\,(\varphi_{ii+1} + \varphi_{ii+1}^2)}{(1-q^2\varphi_{ii+1})^{\frac{3}{2}}} ds.$$

Для краткости записи поправочный коэффициент, учитывающий неоднородность направляющего магнитного поля на дрейфе между резонаторами с номерами i, $i+1$ и обращающийся в единицу для однородного поля, обозначим как

$$b_{ii+1} = \int_0^1 \frac{1+\left(1-\beta_\perp^2\right)\beta_{\|}^{-2}\varphi_{ii+1} - \frac{n_{k+1}\Omega}{m_{k+1}\omega}\beta_{\|}^{-2}\left(\varphi_{ii+1}+\varphi_{ii+1}^2\right)}{\left(1-q^2\varphi_{ii+1}\right)^{\frac{3}{2}}}\,ds; \qquad (28)$$

вместо (27) записываем

$$\theta_{k+1} = m_{k+1}\left(C_{k+1}^{\omega\tau}+\psi_{k+1}+\omega t_1\right) - n_{k+1}C_{k+1}^{\vartheta} + \frac{m_{k+1}\omega q}{\left(1-\beta_\perp^2\right)c^2}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{i}\tilde{v}_{tj}L_{ii+1}b_{ii+1}. \qquad (29)$$

Почти все коэффициенты b_{ii+1}, согласно (28), в зависимости от данного закона изменения магнитного поля на конкретном дрейфе могут стать отрицательными. Это дает большую свободу в варьировании параметрами отдельных звеньев каскадного группирователя как целого для обеспечения наилучшей степени группирования электронов.

Проходя резонаторы, поток эффективно взаимодействует с полем в том случае, если выполнены известные условия синхронизма — резонанса частот

$$m_{k+1}\omega \approx n_{k+1}\Omega. \qquad (30)$$

При достаточно точной настройке

$$\frac{\left|m_{k+1}\omega - n_{k+1}\Omega\right|}{m_{k+1}\omega} \ll \beta_\perp^2, \qquad (31)$$

которая характерна для коротких резонаторов группирователя и отбирателя (или даже для длинного отбирателя при отсутствии в нем догруппировки, например, в случае бегущей TEM-волны), выражение (28) для подсчета эффективных длин участков дрейфа существенно упрощается:

$$b_{ii+1} = \int_0^1 \frac{1-q^2\varphi_{ii+1}-\beta_{\|}^{-2}\varphi_{ii+1}^2}{\left(1-q^2\varphi_{ii+1}\right)^{\frac{3}{2}}}\,ds. \qquad (32)$$

Возвратимся к соотношению (29). Для удобства поменяем порядок суммирования

$$\theta_{k+1} = m_{k+1}\left(C_{k+1}^{\omega\tau}+\psi_{k+1}+\omega t_1\right) - n_{k+1}C_{k+1}^{\vartheta} + \frac{m_{k+1}\omega q}{\left(1-\beta_\perp^2\right)c^2}\sum_{j=1}^{k}\tilde{v}_{tj}\sum_{i=j}^{k}L_{ii+1}b_{ii+1}. \qquad (33)$$

ВЧ поле в резонаторах, гармонически зависящее от времени в лабораторной системе отсчета, воспринимается каждым данным вращающимся электроном как квазистационарное

$$\tilde{E}_j = \hat{E}_j \sin\theta_j; \quad j = 1, 2, \ldots, k+1, \qquad (34)$$

поэтому соответствующие приращения орбитальной скорости выражаются как

$$\tilde{v}_{tj} = -\hat{v}_{tj}\sin\theta_j, \quad j = 1, 2, \ldots, k+1. \qquad (35)$$

Подставляя (35) в (33) и вводя обозначения для констант

$$\xi_{k+1} = m_{k+1}\left(C_{k+1}^{\omega\tau} + \psi_{k+1}\right) - n_{k+1} C_{k+1}^{\vartheta};$$

$$X_{jk+1} = \frac{m_{k+1}\omega q}{\left(1-\beta_{\perp}^{2}\right)c^{2}} \hat{v}_{tj} \sum_{i=j}^{k} L_{ii+1} b_{ii+1}, \tag{36}$$

получаем универсальную рекуррентную формулу, связывающую эффективные фазы воздействующих на электроны сил поля в различных резонаторах секционированного группирователя винтового потока

$$\theta_{k+1} = \xi_{k+1} + m_{k+1}\theta_1 - \sum_{j=1}^{k} X_{jk+1} \sin\theta_j. \tag{37}$$

Двухкаскадный группирователь винтового электронного потока

В качестве конкретного примера рассмотрим двухкаскадный группирователь ($k = 1$; 2). Для единообразия номером $k = 3$ будем обозначать короткий отбиратель либо входное сечение длинного отбирателя. При этом формула (37) принимает вид

$$\theta_3 = \xi_3 + m_3\theta_1 - X_{13}\sin\theta_1 - X_{23}\sin\left(\xi_2 + m_2\theta_1 - X_{12}\sin\theta_1\right). \tag{38}$$

Из (35) можно заключить, что степень эффективности группировки электронов винтового потока характеризует среднее за период основного тона сигнала значение величины $\sin\theta_3$, т. е.

$$J = J\left(X_{12}, X_{13}, X_{23}, \xi_2, \xi_3, m_2, m_3\right) =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} \sin\left[\xi_3 + m_3\theta_1 - X_{13}\sin\theta_1 - X_{23}\sin\left(\xi_2 + m_2\theta_1 - X_{12}\sin\theta_1\right)\right] d\theta_1. \tag{39}$$

Если значения интеграла (39) получать численными методами, легко провести оптимизацию всех параметров с целью достижения максимума J. Согласно результатам оптимизирующей вычислительной процедуры Гаусса—Зайделя, полученным на ЦВМ «Минск-22», для различных комбинаций m_2, m_3 экстремуму отвечают данные следующей таблицы

m_2	m_3	X_{12}	X_{13}	X_{23}	ξ_2	ξ_3	J	$\eta_{\perp}^{I}$	$\eta_{\perp}^{II}$
1	1	3,05	3,18	1,57	0,00	1,57	0,88	0,77	0,52
1	2	2,78	5,70	2,72	0,00	1,57	0,84	0,71	0,46
2	1	1,29	2,68	1,46	3,14	1,57	0,85	0,72	0,47
2	2	1,10	4,93	2,38	3,14	1,57	0,80	0,64	0,40

В двух заключительных колонках таблицы указаны величины поперечного электронного к. п. д. отбирателя для его работы на первой или второй гармонике гирочастоты ($n_3 = 1$; 2), подсчитанные по формулам

$$\eta_{\perp}^{I} = J^2; \quad \eta_{\perp}^{II} = 1 - \sqrt{1 - J^2}, \tag{40}$$

справедливым для модели короткого отбирателя, т. е. без учета догруппировки электронов в процессе отбора мощности. Учет последнего фактора, естественно, повышает к. п. д. Однако достижение указанных в таблице оптимальных значений ξ_2 возможно только при условии внешнего возбуждения второго резонатора (что конструктивно не всегда удобно), а при его возбуждении электронным потоком как следствие закона сохранения энергии получается $0 < \xi_2 < \pi$, что приводит к некоторому снижению к. п. д. Поэтому указанные в таблице величины поперечного электронного к. п. д. отбирателя секционированного гирорезонансного прибора правильно отражают *порядок* истинных значений к. п. д.