

ДИСПЕРСИЯ И АМПЛИТУДНЫЙ СПЕКТР ВОЛНОВОДНОЙ ВСТРЕЧНО-ШТЫРЕВОЙ ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

А. Г. Шейн, В. В. Старостенко

Харьков

Волноводные встречно-штыревые замедляющие системы широко применяются в лампах прямой и обратной волны M -типа, что объясняется их удовлетворительными конструктивными и электродинамическими свойствами.

Хотя в ряде работ [1,2] анализируются дисперсия и сопротивление СВЧ-систем, в них не содержится ответа о влиянии различных параметров системы на ее основные характеристики как в основной, так и в высших полосах пропускания.

Поэтому данная работа посвящена анализу свойств волноводной встречно-штыревой замедляющей системы в зависимости от различных геометрических параметров и выяснению основных закономерностей, влияющих на амплитудный спектр и дисперсию в широкой полосе частот.

Основные соотношения

Учитывая, что из существующих методов расчета наиболее пригодным является электродинамический как по строгости постановки задачи, так и по достоверности получаемых результатов, для анализа исследуемой структуры используем метод сшивания полей на границах частотных областей [3]. В этом случае система разбивается на область пространства взаимодействия и пять резонаторных областей (рис. 1).

Рассматривая сначала совокупность этих областей, образующих волнообразно изогнутый волновод с открытой стенкой, представим поля через совокупность Π_{mx} и Π_{my} компонент векторов Герца. Составляющая вектора Π_{my} описывает распространение собственных волн в системе типа изогнутый волновод, в то время как Π_{mx} -составляющая описывает волны, возбуждаемые в областях 1—5 за счет дифракции на открытой стенке. Поскольку эти дифрагирующие волны будут быстро затухать по y по мере удаления от пространства взаимодействия, для больших глубин $q > a$ ими можно пренебречь и ограничиться только Π_{my} -составляющей вектора в каждой из областей:

в области 1

$$\Pi_{my1} = \sum_{m=0}^{\infty} A_{m1} \sin \theta y \cdot \cos \rho_m (a - x) \times \times \cos \frac{\pi m}{2l} (z + t); \quad (1)$$

в областях 4 и 5

$$\Pi_{my4,5} = \sum_{m=0}^{\infty} A_{m4,5} \sin \theta y \cos \rho_m (a + x) \cos \frac{\pi m}{2l} (z \pm L + t); \quad (2)$$

в областях 2 и 3

$$\Pi_{my2,3} = (B_{2,3} \sin ax + C_{2,3} \cos ax) \sin \theta y. \quad (3)$$

В соотношении (2) верхний знак относится к области 4, нижний — к области 5. Учет только статического поля ($\frac{\partial}{\partial z} = 0$) в областях 2 и 3 сделан в предположении, что щели достаточно узки, а q — велико.

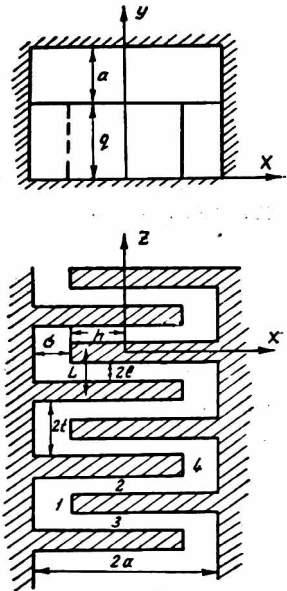


Рис. 1. Волноводная встречно-штыревая замедляющая система.

Используя метод Фурье [3] при сшивании тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей при $x = \pm h$, получаем следующее дисперсионное уравнение, связывающее фазовый сдвиг на период $\varphi = \beta L$ с постоянной распространения α :

$$-\operatorname{tg}^2 \varphi = \frac{(b_{11}^2 - b_{12}^2)(b_{22}^2 - b_{21}^2)}{(b_{11}b_{22} - b_{21}b_{12})^2}. \quad (4)$$

Здесь учтено, что поля в 4 и 5 областях удовлетворяют теореме Флоке [4].

Обозначения, введенные в (4), следующие:

$$b_{11} = \sum_{m=0}^{\infty} g_m - \operatorname{tg} \alpha h; \quad b_{12} = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m g_m;$$

$$b_{22} = \sum_{m=0}^{\infty} g_m \operatorname{tg} \alpha h + 1; \quad b_{21} = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m g_m \operatorname{tg} \alpha h;$$

$$g_m = \frac{2\alpha l \operatorname{ctg} \rho_m \delta}{\delta_m t} \frac{(\sin \pi m \nu)}{\pi m \nu}^2;$$

$$\delta_m = \begin{cases} 2 & \text{при } m = 0 \\ 1 & \text{при } m \geq 1 \end{cases}; \quad \nu = \frac{l}{t}.$$

В пространстве взаимодействия поле определяется через Π_{mx} составляющую вектора Герца, возбуждающую LE -волну в системе [5]:

$$\Pi_{mx} = \sum_{s=-\infty}^{\infty} D_s \frac{\cos \gamma_s (y-b)}{\sin \gamma_s d} \cos \frac{\pi x}{2a} e^{-\beta_s z}. \quad (5)$$

Второе дисперсионное уравнение, связывающее постоянные распространения α , $k = \frac{\omega}{c}$ и фазовый сдвиг φ , может быть получено из условия непрерывности тангенциальной составляющей электрического поля при $y = d$ и равенства электрической и магнитной энергий, запасаемых в элементарной ячейке замедляющей системы [5]. Оно имеет следующий вид:

$$\left(\frac{\nu}{1-\nu}\right) \left[k^2 - \left(\frac{\pi}{2a}\right)^2 \right] \sin^2 \theta q \sum_{s=-\infty}^{\infty} |L_{sm}|^2 \frac{\operatorname{ctg} \gamma_s d}{\gamma_s} = 2\alpha q h [\alpha^2 (Q + Q_1) + \theta^2 (N + N_1)] + 4\alpha q \delta \nu \sum_{m=0}^{\infty} \frac{|A_m|^2 \Gamma_m \cos^2 \alpha h}{\delta_m |\rho_m \sin \rho_m \delta|^2} \left(\frac{\sin \pi m \nu}{\pi m \nu}\right)^2. \quad (6)$$

Здесь

$$\Gamma_m = \rho_m^2 \left(\frac{\sin 2\rho_m \delta}{2\rho_m \delta}\right) \left(\alpha^2 - k^2 \frac{\sin 2\theta q}{2\theta q}\right) + \theta^2 \frac{\sin 2\theta q}{2\theta q} \left[\alpha^2 + \left(\frac{\pi m}{2l}\right)^2 \frac{\sin 2\rho_m \delta}{2\rho_m \delta}\right];$$

$$L_{sm} = R h \frac{\sin \beta_s l}{\beta_s l} [1 + (-1)^s R \cos \varphi] - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2S_m \beta_s \sin \left(\beta_s t + \frac{\pi m}{2}\right) \cos \alpha h}{\delta_m t \left[\beta_s^2 - \left(\frac{\pi m}{2l}\right)^2\right] \sin \rho_m \delta} \times$$

$$\times T \cdot \left(\frac{\sin \pi m \nu}{\pi m \nu}\right)^2;$$

$$T = \operatorname{Re} A_m \cos \frac{\varphi_s + \pi m}{2} - \operatorname{Im} A_m \sin \frac{\varphi_s + \pi m}{2};$$

$$S_m = \frac{2\rho_m}{\rho_m^2 - \left(\frac{\pi m}{2a}\right)^2} \left(\sin \frac{\pi \delta}{2a} \cos \rho_m \delta - \frac{\pi \delta}{2a} \frac{\sin \rho_m \delta}{\rho_m \delta} \cos \frac{\pi \delta}{2a} \right);$$

$$\operatorname{Re} A_m = 1 + (-1)^m \cos^2 \varphi [1 - \Phi_1 \operatorname{tg} a h \cdot \operatorname{tg}^2 \varphi] \Phi_2;$$

$$\operatorname{Im} A_m = -\Phi_1 \operatorname{tg} a h \cdot \operatorname{tg} \varphi + (-1)^m \frac{\sin 2\varphi}{2} \Phi_2 (\Phi_2 - 1);$$

$$\Phi_1 = \frac{b_{11} b_{22} - b_{22} b_{21}}{b_{22}^2 - b_{21}^2}; \quad \Phi_2 = \frac{b_{11} b_{21} - b_{22} b_{21}}{b_{11} b_{22} - b_{12} b_{21}};$$

$$R = \frac{\sin \left(\alpha + \frac{\pi}{2a} \right) h}{\left(\alpha + \frac{\pi}{2a} \right) h} + \frac{\sin \left(\alpha - \frac{\pi}{2a} \right) h}{\left(\alpha - \frac{\pi}{2a} \right) h};$$

$$Q = \frac{\sin 2\alpha h}{2\alpha h} \left[(|\Phi_1 \operatorname{tg} \varphi|^2 - 1) \left(1 - \frac{\sin 2\theta q}{2\theta q} \right) \right]$$

$$N = \frac{\sin 2\theta q}{2\theta q} \left[|\Phi_1 \operatorname{tg} \varphi|^2 \left(1 - \frac{\sin 2\alpha h}{2\alpha h} \right) + \left(1 + \frac{\sin 2\alpha h}{2\alpha h} \right) \right];$$

$$Q_1 = Q |\Phi_1 \cos \varphi|^2; \quad N_1 = N |\Phi_1 \cos \varphi|^2.$$

Амплитудный спектр пространственных гармоник целесообразно определять по отношению к амплитуде нулевой гармоники

$$\frac{E_{sz}}{E_{0z}} = \frac{\alpha_s D_s}{\alpha_0 D_0} = \frac{L_{sm}}{L_{0m}}, \quad (7)$$

что позволяет с помощью выражения для сопротивления связи

$$R_{св0} = \frac{k |D_0|^2 \left| 1 - \frac{\sin 2\gamma_0 d}{2\gamma_0 d} \right| |\gamma_0|^2 \cdot \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}}{2ad\beta_0^2 \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} D_s D_p^* \frac{\beta_s M}{\sin \gamma_s d \sin \gamma_p^* d} \left[k^2 - \left(\frac{\pi}{2a} \right)^2 \right]}, \quad (8)$$

где

$$M = \frac{\sin (\gamma_s + \gamma_p^*) d}{(\gamma_s + \gamma_p^*) d} + \frac{\sin (\gamma_s - \gamma_p^*) d}{(\gamma_s - \gamma_p^*) d},$$

оценивать эффективность работы прибора на любой пространственной гармонике.

Дисперсионные характеристики волноводной встречно-штыревой системы

Для расчета дисперсионных характеристик замедляющей системы необходимо найти совместное решение уравнений (4) и (6). Используя то, что в (4) не входит в явном виде частота, можно все решение разбить на два этапа. Во-первых, определить зависимость $\alpha = f(\varphi)$ из (4). Затем, подставляя полученные данные в (6), найти частоты ω (или волновые числа $k = \frac{\omega}{c}$).

Необходимо отметить, что уравнение (4) является квадратичным относительно фазового сдвига на период φ . Это означает, что решение $\alpha = f(\varphi)$ удовлетворяет также решению вида $\alpha = f(\pi - \varphi)$ при $0 \leq |\varphi| \leq \leq \pi$. Иначе, существует сразу две ветви дисперсии, для одной из которой постоянная распространения α растет с ростом φ , в то время как для другой — α убывает. Такая двузначность кривой дисперсии вообще является характерной для двухступенчатой системы со скользящей плоскостью симметрии, к какой относится и встречно-штыревая. Однако ввиду однозначности задания постоянной распространения в пространстве взаимодействия в виде $\beta_s = \beta_0 + \frac{\pi s}{L}$ (где $2L$ — полный период системы), достаточно определить в (4) одно из решений. Тогда второе найдется автоматически.

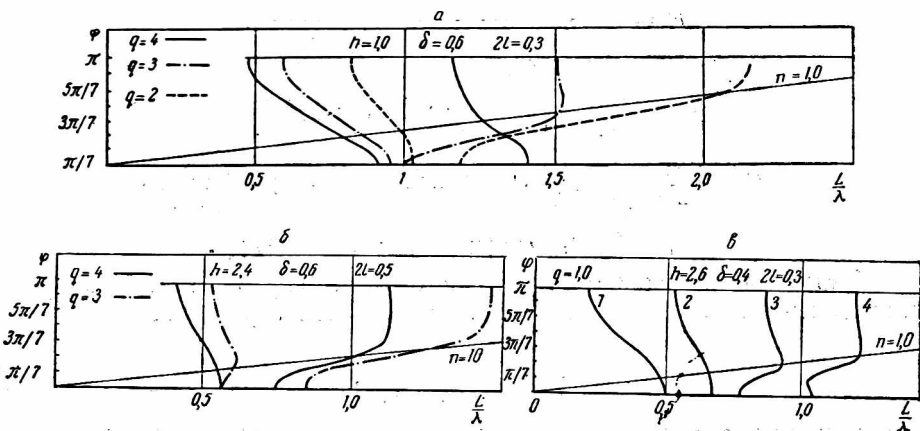


Рис. 2. Кривые дисперсии волноводной встречно-штыревой замедляющей системы в нескольких полосах пропускания.

Результаты расчета дисперсии волноводной встречно-штыревой замедляющей системы приведены на рис. 2.

При этом в пространстве резонаторов учитывалось двенадцать пространственных гармоник, а в областях 1, 4 и 5 — по четыре собственных типа волн. Как видно из графиков, для больших глубин резонаторных областей q дисперсия на основной ($s=0$) пространственной гармонике в двух длинноволновых полосах пропускания отрицательна. В следующих полосах появляется ветвь с положительной дисперсией при малых фазовых сдвигах, в то время как при $\varphi \rightarrow \pi$ дисперсия остается отрицательной. Это объясняется взаимодействием волноводных (быстрых) волн различных типов, связанных наличием неоднородностей в системе [5]. На всех рисунках область быстрых волн лежит ниже прямой $\frac{c}{v_\varphi} = 1$. Для меньших величин q , когда $a \geq q$ уже в самой длинноволновой полосе можно наблюдать влияние волноводных волн, в связи с чем дисперсия искажается (рис. 2, б). Следует отметить, что отсечки в длинноволновой полосе пропускания могут быть приближенно определены из соотношений

$$\lambda_{\varphi=0} \approx 4a; \lambda_{\varphi=\pi} \approx 4q,$$

удовлетворяющихся тем лучше, чем больше q по сравнению с a .

Исследования показывают, что изменение размера пространства взаимодействия мало влияет на дисперсию, поэтому эти графики здесь не приводятся.

Амплитудный спектр пространственных гармоник

В связи с тем, что была выбрана статическая аппроксимация поля, основной интерес представляло исследование влияния неоднородных областей (1, 4 и 5) на амплитудный спектр пространственных гармоник.

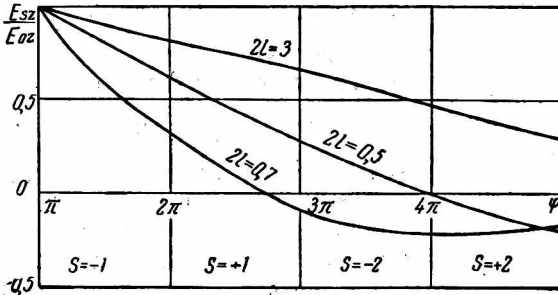


Рис. 3. Амплитудный спектр замедляющей системы.

Расчет показывает, что в основном характер изменения $\frac{\alpha_s D_s}{\alpha_0 D_0} = F(\varphi)$ подчиняется закону $\frac{\sin \beta_s l \beta_0 l}{\beta_s l \sin \beta_0 l}$. При вариации δ происходит небольшое изменение кривых, но общая картина сохраняется (рис. 3).

Значительно интереснее проанализировать изменение величины

$$\frac{E_{0z}}{E_{ст}} = -\frac{l \sin \theta q}{aL} L_{0m},$$

характеризующей амплитуду нулевой пространственной гармоники продольной составляющей электрического поля по отношению к амплитуде стационарного поля $E_{ст} = \alpha B_2$.

Графики зависимости $\frac{E_{0z}}{E_{ст}} = F(\varphi)$ для систем с различными размерами приведены на рис. 4.

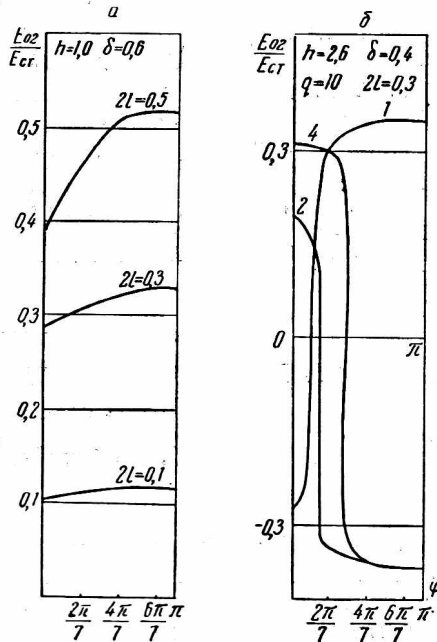


Рис. 4. Графики изменения $\frac{E_{0z}}{E_{ст}}$ от

сдвига фазы на период.

- а) при различных размерах $2l$ в первой полосе пропускания;
- б) для различных полос пропускания (номер кривой соответствует номеру полосы пропускания на рис. 2, в)

Расчет показывает, что при $q > a$ величина $\frac{E_{0z}}{E_{ст}}$ обычно возрастает при увеличении $2l$, хотя в интервале $0,5 \leq 2l \leq 1,0$ это изменение незначительно. Зависимость $F(\varphi)$ имеет максимум, положение которого

определяется геометрией системы. Так при $\frac{a}{q} < 1$ имеет место монотонное возрастание функции по крайней мере в длинноволновой полосе, в то время как при $\frac{a}{q} \geq 1$ положение максимума смещается при увеличении δ в сторону меньших фазовых углов. Однако при этом изменение $F(\varphi)$ по диапазону в области больших замедлений ($\frac{c}{v_\phi} = n > 1$) не превышает 15—17% максимальной величины.

На рис. 4, б приведены графики, иллюстрирующие изменение зависимости $\frac{E_{0z}}{E_{ст}(\varphi)}$ для различных полос пропускания системы. Из рисунка следует, что функция меняет знак при определенных φ , соответствующих точкам перехода быстрой волны в медленную. При этом условие $\sin \theta q = 0$, приводящее к равенству $E_{0z} = 0$, свидетельствует о том, что поле не провисает в пространство взаимодействия.

Иначе, подобная система не может быть использована для работы на высших пространственных гармониках при фазовых сдвигах $\varphi_s = \varphi_0 + \pi s$, где φ_0 соответствует точке при равенстве единице коэффициента замедления.

И, наконец, необходимо отметить, что амплитуды второй ветви кривой дисперсии, удовлетворяющие всем нечетным s , являются весьма малыми величинами (порядка $10^{-3} D_0$), в связи с чем нет необходимости останавливаться на их анализе.

ЛИТЕРАТУРА

1. G. E. Pokorny, A. E. Kushick, T. F. Hull. The dematron a new crossed field amplifier, IRE Trans., 1962. July, ED-9, № 4.
2. T. F. Hull, L. P. Kooyers. Experimental and theoretical characteristics of injected-beam type forward-wave cross-field amplifiers, Int. Tag, Mikrowellenröhren, München, 1960.
3. Е. С. Коваленко, В. С. Коваленко. К теории диафрагмированного волновода прямоугольного сечения. «Изв. вузов. Радиотехника», IV, № 1, 1961.
4. Л. Бриллюэн, М. Пароди. Распространение волн в периодических структурах (перевод с франц.), Изд-во ин. лит., М., 1959.
5. Р. А. Силин, В. П. Сазонов. Замедляющие системы. Изд-во «Советское радио», М., 1966.