

К РАСЧЕТУ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ НЕРЕГУЛЯРНЫХ ПРЕДЕЛЬНЫХ РЕЗОНАТОРОВ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ*

А. И. Терещенко, Д. П. Буртовой, В. Л. Мироненко

Харьков

В технике СВЧ все шире начинают применяться нерегулярные резонаторы, которые позволяют: создавать волноводные резонансные системы с открытыми торцами; получать нужную конфигурацию поля вдоль оси резонатора; изменять распределение резонансных частот путем выбора угла конусности.

В работе рассматривается задача теоретического определения условий резонанса в системе показанной на рис. 1. Для этой цели используется геометрическая аналогия между системой и электромагнитным секториальным рупором.

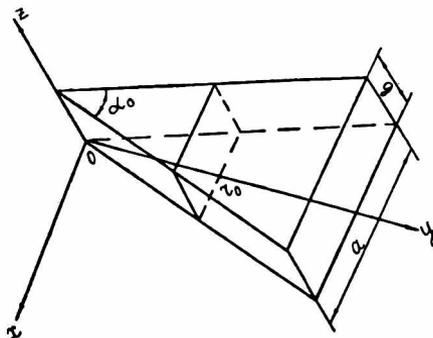


Рис. 1.

Поля в секториальном рупоре можно найти с помощью вектора Герца $\vec{\Pi}$ по формулам [1]

$$\vec{E} = \text{grad div } \vec{\Pi} + k_0 \vec{\Pi};$$

$$\vec{H} = -ik_0 \text{rot } \vec{\Pi},$$

если переписать их в цилиндрической системе координат, расположенной таким образом (рис. 1), чтобы боковые стенки рупора, образующие двухгранный угол α_0 , совпадали с координатными плоскостями $\varphi = 0$ и $\varphi = \alpha_0$, а верхняя и нижняя стенки рупора — с плоскостями $z = 0$ и $z = b$. Составляющие электромагнитного поля в этом случае

$$E_r = \frac{\partial^2 \Pi_z}{\partial r \partial z}; \quad E_\varphi = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Pi_z}{\partial r \partial \varphi}; \quad E_z = \frac{\partial^2 \Pi_z}{\partial z^2} + k_0^2 \Pi_z;$$

* Отдельные результаты этой работы докладывались на XVII украинской республиканской научно-технической конференции НТОРиЭ имени А. С. Попова, посвященной Дню радио.

$$H_r = -i \frac{k_0}{r} \frac{\partial \Pi_z}{\partial \varphi}; \quad H_\varphi = i k_0 \frac{\partial \Pi_z}{\partial r}; \quad H_z = 0.$$

Для расходящейся волны при граничных условиях

$$E_r = E_\varphi = 0 \quad \text{при } z = 0 \text{ и } Z = b;$$

$$E_r = E_z = 0 \quad \text{при } \varphi = 0 \text{ и } \varphi = \alpha_0$$

решение для Π_z можно записать в следующем виде:

$$\Pi_z = A H_p^{(2)}(\Gamma z) \sin p \varphi \cos \chi z, \quad (1)$$

где

$$p = \frac{m\pi}{x_0}, \quad \chi = \frac{n\pi}{b}, \quad \Gamma^2 = k_0^2 - \chi^2.$$

$$(m = 1, 2, 3, \dots, n = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

Для сходящихся волн функция Ханкеля второго рода $H_p^{(2)}$ в выражении (1) заменяется функцией Ханкеля первого рода $H_p^{(1)}$. Если взять суперпозицию расходящихся и сходящихся волн с учетом соотношений

$$H_p^{(2)} = J_p - iN_p; \quad H_p^{(1)} = J_p + iN_p,$$

то при $m = 1, 2, \dots$ и $n = 0$ получим:

$$\begin{aligned} E_z &= k_0^2 \sin p \varphi [H_p^{(1)}(k_0 r) + \dot{R} H_p^{(2)}(k_0 r)]; \\ H_r &= -ip \cos p \varphi [H_p^{(1)}(k_0 r) + \dot{R} H_p^{(2)}(k_0 r)]; \\ H_\varphi &= ik_0^2 \sin p \varphi [H_p^{(1)}(k_0 r) + \dot{R} H_p^{(2)}(k_0 r)]. \end{aligned} \quad (2)$$

Коэффициент отражения $\dot{R} = |\dot{R}| e^{i\psi}$ определяется из физических условий, что вся энергия падающей волны отражается, т. е. $|\dot{R}| = 1$, и поля в вершине рупора отсутствуют. С учетом сказанного, вводя в (2) временную зависимость $e^{i\omega t}$, можно записать

$$\begin{aligned} E_z &= k_0^2 \sin p \varphi J_p(k_0 r) e^{i\omega t}; \\ H_r &= -ip \cos p \varphi J_p(k_0 r) e^{i\omega t}; \\ H_\varphi &= ik_0^2 \sin p \varphi J_p(k_0 r) e^{i\omega t}. \end{aligned} \quad (3)$$

Из выражений (3) следует, что в рупоре образуется стоячая волна. В случае малых углов при вершине рупор приближается к обычному прямоугольному волноводу и волны, описываемые уравнениями (3), можно рассматривать как волны H_{m0} в постепенно расширяющемся волноводе.

Рассмотрим случай, когда при заданных условиях возбуждения в волноводе распространяются только волны H_{m0} , другие же волны не возникают. Тогда волна H_{m0} , падая на сужающийся участок волновода, будет отражаться от критического сечения, в котором ширина волновода равна $\frac{1}{2} m \lambda_0$. Из геометрических соображений ясно, что здесь выполняется соотношение

$$\frac{2\alpha_0 r_0}{m} = \lambda_0, \quad (4)$$

где r_0 — расстояние от вершины рупора до критического сечения.

Умножая обе части равенства (4) на $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$, получим

$$k_0 r_0 = \frac{m\pi}{\alpha_0}. \quad (5)$$

Из последнего соотношения следует, что критическое сечение определяется из условия равенства порядка и аргумента функции Бесселя первого рода. Расстояние d_1 между критическим сечением и первым нулем распределения поля стоячей волны легко находится из графиков рис. 2 или по формуле работы [2]

$$d_1 = 1,8558p^{\frac{1}{3}} + 1,033p^{-\frac{1}{3}} - 0,004p^{-1} - 0,09p^{-\frac{5}{3}} + 0,00448p^{-\frac{7}{3}},$$

которая справедлива для больших как целочисленных, так и нецелочисленных индексов p . Если расположить в сечении q -го нуля функции

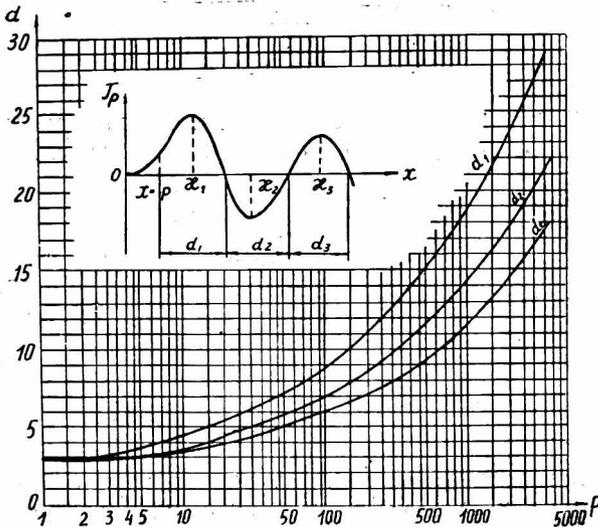


Рис. 2.

Бесселя идеально проводящую перегородку и потребовать, чтобы набег фазы был равен целому числу полуволин на расстоянии

$$l = \frac{\lambda_0 \sum_{s=1}^q d_s}{2\pi};$$

$$(q = 1, 2, 3, \dots, s = 1, 2, 3, \dots),$$

то получим условие резонанса

$$l\beta = q\pi,$$

из которого после несложных преобразований легко получить расчетную формулу для определения резонансных длин волн нерегулярного резонатора

$$\lambda_0 = \lambda_c \left[1 - \left(\frac{q\pi}{\sum_{s=1}^q d_s} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (6)$$

Здесь λ_c и β — критическая длина волны и фазовая постоянная волны H_{m0} в регулярном волноводе с широкой стенкой a .

Соединив два отрезка нерегулярного волновода, как показано на рис. 3, получим резонатор с двумя критическими сечениями.

Для расчета его резонансных длин волн при четном числе полу-

волн q вдоль оси можно использовать формулу (6), заменив в ней π на $\frac{\pi}{2}$. При $q = 1$

$$\lambda_0 = \lambda_c \left\{ 1 - \left[\frac{\pi}{2(x-p)} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (7)$$

где x — значение аргумента функции Бесселя p -го порядка в точке первого максимума (рис. 2). При всех других нечетных значениях q

$$\lambda_0 = \lambda_c \left\{ 1 - \left[\frac{\left(q - \frac{1}{2} \right) \pi}{2 \sum_{s=1}^{\frac{q-1}{2}} d_s + d_{\frac{q+1}{2}}} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (8)$$

Поскольку резонансное поле за критические сечения практически не проникает [3], формулы (6), (7), (8) пригодны для приближенного

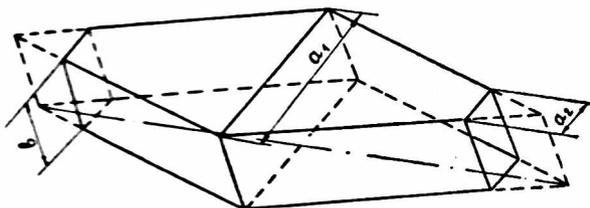


Рис. 3.

расчета резонансных длин волн открытых нерегулярных предельных резонаторов прямоугольной формы поперечного сечения.

По полученным соотношениям рассчитаны, изготовлены и экспериментально исследованы открытые нерегулярные предельные резонаторы с размерами $a = 20$ мм, $b = 10$ мм, $\alpha_0 = 0,125$. При этом $p = 250$, $d_1 = 11,78$, $x = 255,92$.

В этом случае при колебаниях типа H_{101} для резонатора с одним критическим сечением имеем расчетное значение $\lambda_0 = 38,15$ мм, измеренное $\lambda'_0 = 38,28$ мм; для резонатора с двумя критическими сечениями $\lambda_0 = 38,34$ мм, $\lambda'_0 = 38,50$ мм.

Сравнивая полученные результаты с результатами работ [4, 5, 6] для таких же резонаторов, приходим к выводу, что формулы (6) — (8) позволяют рассчитать резонансные длины волн с достаточно хорошей точностью.

Определенное достоинство предлагаемого метода — применение его для расчета собственных частот предельных резонаторов с малой нерегулярностью произвольной формы.

Поскольку в этом случае угол конусности изменяется с расстоянием, следует определять эффективный угол α'_0 как угол, образованный между двумя касательными к поверхности в точке, где ширина нерегулярного участка волновода равна $\frac{1}{2} m \lambda_0$.

В качестве примера рассмотрим нерегулярный открытый предельный резонатор прямоугольного поперечного сечения (рис. 4), ширина которого изменяется в соответствии с выражением

$$a(z) = \frac{a_1 + a_2}{2} + \frac{a_1 - a_2}{2} \cos \left[\frac{\pi}{9} \left(10^{\frac{|z|}{l}} - 1 \right) \right].$$

При такой форме широкой стенки происходит меньшее преобразование волны H_{10} в другие типы волн по сравнению с линейным изменением размеров [7]. Кроме того, в этом случае длина открытого предельного резонатора с колебаниями типа H_{10p} меньше при той же ре-

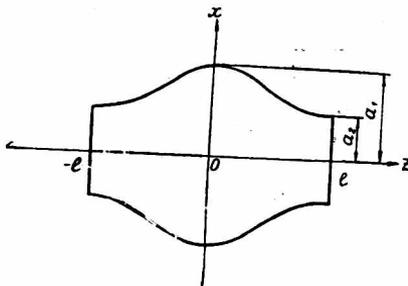


Рис 4.

зонансной частоте. Рассчитан и экспериментально исследован резонатор (рис. 4) с размерами $a_1 = 23$, $a_2 = 11$, $l = 80$ мм. При колебаниях типа H_{101} расчетное значение $\lambda_0 = 38,2$ мм, измеренное $\lambda_0 = 39,30$ мм.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Вайнштейн. Электромагнитные волны. Изд. «Советское радио», 1958.
2. Е. Янке, Ф. Эмде. Таблицы функций. Физматгиз, 1959.
3. Б. З. Каценеленбаум. Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. Изд. АН СССР, 1961.
4. А. И. Терещенко, Н. В. Ляпунов, В. М. Дмитриев. К расчету собственных частот нерегулярных предельных резонаторов. Ученые записки ХГУ, т. 132. Труды радиотехнического ф-та. Изд-во ХГУ, т. 7,71, 1962.
5. В. М. Дмитриев, А. Ф. Зоркин, Н. В. Ляпунов, В. М. Седых. Приближенный метод расчета собственных частот нерегулярных предельных резонаторов. ЖТФ, т. 31, № 6, 712, 1961.
6. В. М. Дмитриев, В. М. Седых, Д. С. Денисов. Некоторые типы волноводных резонаторов с переменным поперечным сечением. «Вопросы радиофизики и электроники», вып. 2,29, 1966.
7. A. L. Cullen, R. Reitzig, P. N. Robson. Further considerations of overmoded rectangular waveguide for high-power transmission, Proc. IEE, vol. 112, № 7, 1965.