

ВОПРОСЫ ОПТИМАЛЬНОГО СИНТЕЗА ОТВЕТВЛЯЮЩИХ УСТРОЙСТВ Ч. I.

В. Ю. Лейкин

Москва

По мере развития волноводной техники многоволновым трактам уделяется все большее внимание. Использование многоволновых прямоугольных и круглых волноводов позволяет существенно уменьшить омические потери, что чрезвычайно важно как при конструировании мощных СВЧ передатчиков [1, 2], так и при построении волноводных линий связи [3].

В передающих устройствах СВЧ проблемы многоволновости возникают даже при работе на стандартных прямоугольных волноводах. Используемые генераторные приборы помимо основной частоты излучают целый ряд гармонических составляющих, которые распространяются по волноводу в виде волн высших типов [4].

В указанных выше случаях возникает задача измерения мощности, переносимой волной каждого типа. Иногда модальные измерения заменяются интегральными.

Известно несколько методов измерения энергетических характеристик волн высших типов. Зондовые методы [5, 6] требуют трудоемкой математической обработки результатов измерения. При этом вычисления значительно усложняются с ростом числа измеряемых типов волн.

Методы схемной селекции [7, 8] при соответствующей калибровке позволяют проводить непосредственное измерение мощности на волнах высших типов. Однако эти устройства являются ненаправленными и их практическая реализация при большом количестве измеряемых типов волн приводит к конструктивным трудностям.

Метод фазовой селекции, основанный на уравнивании постоянных распространения волн в основном и вспомогательном каналах, был предложен Миллером [7] и получил развитие в ряде работ [8, 9]. Этот метод дает возможность направленно ответить волну заданного типа и при известном переходном ослаблении селектора измерить ее мощность. Принцип фазовой селекции допускает построение перестраиваемых модовых селекторов [10]. Однако при значительной многоволновости тракта для получения хорошей избирательности необходимы весьма протяженные области связи, что ограничивает применение метода миллиметровыми и сантиметровыми диапазонами. Минимизация длины селектора подразумевает оптимальность функции распределения связи. Этот весьма важный вопрос не нашел достаточного освещения в указанной выше литературе.

Фазовая селекция может быть получена и без уравнивания постоянных распространения связываемых волн. В данном случае электрическое расстояние между элементами связи выбирается из условия синфазности выделяемого типа и волны вторичного канала [11, 12]. Построенный на этом принципе модовый селектор является весьма узкополосным устройством.

В зависимости от конкретных требований к модовому селектору можно применить тот или иной метод получения избирательности. Лучшим, по-видимому, является комбинация известных методов, которая допускает разделение функций, например, избирательности и направленности, как это сделано в работе [8]. Зачастую можно получить существенное улучшение избирательности путем применения селективных

элементов связи [9, 12]. В этом случае длина области связи селектора уменьшается при сохранении той же величины избирательности.

Таким образом, можно говорить об оптимизации конструкции модового селектора, где под оптимизацией понимается получение минимальных размеров при заданных электрических параметрах, или максимальной направленности и избирательности при заданных размерах. Оптимизация подразумевает ряд конкретных мер: выбор метода или сочетания методов селекции, построение оптимальной функции распределения связи, подбор элементов связи, их расположение и т. д.

В дальнейшем основное внимание будет уделено синтезу оптимальной функции распределения связи модового селектора по заданной функции передачи.

Принципиально указанная задача сводится к решению уравнений Максвелла с соответствующими граничными условиями. Однако в силу больших вычислительных трудностей строгое решение, как правило, заменяется приближенным. Широкое распространение получили приближенные методы, основанные на принципе Кирхгофа.

В соответствии с принципом Кирхгофа функция передачи двух слабо связанных волноводных линий записывается в следующем виде [7]:

$$F(\varphi) = \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} f(x) e^{j \frac{\varphi}{\alpha} x} dx, \quad (1)$$

где $f(x)$ — функция распределения ненаправленной и неизбирательной связи;

$\alpha = n\Delta$ — длина области связи;

$\varphi = \Delta(\gamma_2 - \gamma_1)$ — для волны, распространяющейся вправо во вторичном волноводе;

γ_2 и γ_1 — постоянные распространения волн во вторичном и основном волноводах;

$\varphi = \bar{\varphi} = \Delta(\gamma_2 + \gamma_1)$ — для волны, распространяющейся влево во вторичном волноводе;

x — переменная интегрирования, взятая вдоль области связи от ее середины.

В зависимости от конкретных требований, предъявляемых к селекторам, их функции передачи (1) могут иметь различный вид (рис. 1—3).

На рис. 1 представлена функция передачи селектора, построенного по принципу уравнивания фазовых скоростей двух связываемых волн. Для ответвляемой вправо волны заданного типа равенство $\varphi = 0$ выполняется автоматически во всем частотном диапазоне и характеризует ослабление устройства. Отрезки $[\varphi_1, \varphi_2]$ и $[\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2]$ определяют избирательность и направленность селектора. При этом

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \Delta(\gamma - \gamma)_{\min}; & \varphi_2 &= \Delta(\gamma - \gamma)_{\max}; \\ \bar{\varphi}_1 &= \Delta(\gamma + \gamma)_{\min}; & \bar{\varphi}_2 &= \Delta(\gamma + \gamma)_{\max}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь

$n\Delta = \alpha$ — длина области связи, n — целое число;

$(\gamma - \gamma)_{\min}$ — минимальная (в заданном диапазоне частот) разность постоянных распространения двух типов волн, выделяемой и наиболее близкой к ней по фазовой скорости;

$(\gamma - \gamma)_{\max}$ — максимальная (в заданном диапазоне частот) разность постоянных распространения двух типов волн: выделяемой и наиболее удаленной от нее по фазовой скорости;

$(\gamma + \gamma)_{\min}$, $(\gamma + \gamma)_{\max}$ — минимальная и максимальная (в заданном диапазоне частот) сумма постоянных распространения волны вторичного канала и волны, по которой обеспечивается направленность.

В одноволновом случае рис. 1 соответствует обычному направленному ответвителю.

Показанная на рис. 2 функция передачи характеризует модовый селектор, предназначенный для одновременного выделения нескольких

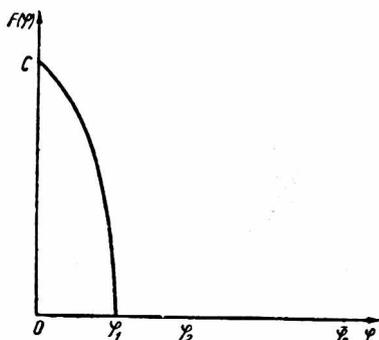


Рис. 1. Функция передачи селектора, построенного на принципе уравнивания фазовых скоростей связываемых волн.

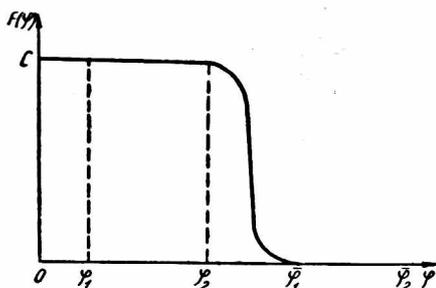


Рис. 2. Функция передачи модового селектора, предназначенного для одновременного выделения нескольких типов волн.

типов волн. Отрезок $[\varphi_1, \varphi_2]$ определяет переходное ослабление устройства для волн, отвечаемых вправо. Здесь $(\gamma - \gamma)_{\min}$ и $(\gamma - \gamma)_{\max}$ соответственно минимальная и максимальная в заданном диапазоне частот разность постоянных распространения волны вторичного канала и выделяемых волн. Область подавления определяется величинами φ_1 и φ_2 .

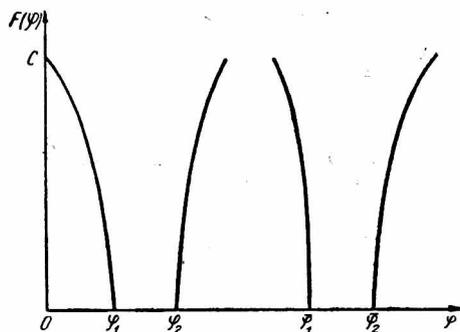


Рис. 3. Функция передачи селектора с «нерабочим» участком.

Если селектор предназначен для выделения только нескольких из существующих типов волн, то в отрезок $[\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2]$ входят области избирательности и направленности. Тогда

$$\begin{aligned} \bar{\varphi}_1 &= \Delta (\gamma - \gamma)_{\min}^{\text{под}}, \\ \bar{\varphi}_2 &= \Delta (\gamma + \gamma)_{\max}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $(\gamma - \gamma)_{\min}^{\text{под}}$ — минимальная в заданном диапазоне частот разность постоянных распространения волны вторичного канала и подавляемых типов волн;

$(\gamma + \gamma)_{\max}$ — определяем из (2).

Для интегрального селектора $\bar{\varphi}_1 = \Delta (\gamma + \gamma)_{\min}$ и устройство в соответствии с (2) обеспечивает постоянное переходное ослабление для волн всех типов и направленность на отрезке $[\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2]$.

В случае одноволновых волноводов функция передачи (рис. 2) характеризует направленный ответвитель на линиях с неравными фазовыми скоростями связываемых волн [13].

На рис. 3 показана функция передачи селектора, у которого между полосами избирательности $[\varphi_1, \varphi_2]$ и направленности $[\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2]$ существует нерабочий отрезок $[\varphi_2, \bar{\varphi}_1]$. Входящие сюда величины $\varphi_1, \varphi_2, \bar{\varphi}_1$ и $\bar{\varphi}_2$ определяются равенствами (2).

Если основной и вторичный волноводы выбираются одноволновыми, приведенная на рис. 3 функция передачи соответствует частотноизбирательному направленному фильтру.

Выражение (1) определяет функцию передачи не только для реальных углов, показанных на рис. 1—3, но и на всей оси φ . Функция передачи на оси ($-\infty \leq \varphi \leq \infty$), как следует из (1), является преобразованием Фурье-функции распределения связи. Поскольку связь считается равной нулю вне отрезка $[-\frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha}{2}]$, $F(\varphi)$ является функцией с ограниченным по протяженности спектром [14]. Функция распределения связи в этом случае оказывается обратным преобразованием Фурье-функции передачи

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\varphi) e^{-i\frac{\pi x}{\alpha} \varphi} d\varphi. \quad (4)$$

Таким образом, функции $f(x)$ и $F(\varphi)$ образуют пару взаимных преобразований Фурье.

Рис. 1—3 дают только качественную картину поведения функции передачи. Количественные характеристики можно сформулировать на основе более детального рассмотрения функции передачи как функции с ограниченным спектром.

Весь класс функций с ограниченным по протяженности спектром из соображений физической реализуемости целесообразно ограничить функциями, удовлетворяющими неравенству:

$$\int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} |f(x)|^2 dx < \infty. \quad (5)$$

Выражение (5) показывает, что величина, характеризующая полную энергию электромагнитного поля в зоне области связи, должна быть ограниченной.

Используя равенство Парсевеля, аналогичное условие можно получить и для функции передачи

$$\int_{-\infty}^{\infty} |F(\varphi)|^2 d\varphi < \infty. \quad (6)$$

Неравенства (5) или (6) наряду с ограничением протяженности спектра (1) следует рассматривать как условие реализации функции передачи непрерывной области связи.

Класс реализуемых функций передачи определяется известной теоремой [15], которая утверждает, что необходимым и достаточным условием представимости функции $F(\varphi)$, квадрат которой интегрируем на вещественной оси φ , в виде (1) является возможность ее доопределения в плоскости комплексной переменной $W = \varphi + jz$ как целой функции класса $W^{\frac{\alpha}{2}}$.

Таким образом, каждая функция передачи непрерывной связи является целой функцией из $W_{\frac{\alpha}{2}}$, и наоборот, каждая функция из $W_{\frac{\alpha}{2}}$ может быть реализована в виде непрерывной связи.

При практическом выполнении ответвляющих устройств наряду с непрерывной связью широкое распространение получила дискретная. Между этими видами связи могут быть установлены определенные соотношения [16].

Учитывая, что $F(\varphi) \equiv 0$ при $|\varphi| \geq \varphi_{\max}$, где $\varphi_{\max} = \varphi_1$ (рис. 1), $\varphi_{\max} = \varphi_1$ (рис. 2 и 3), из (4) получаем

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\varphi_{\max}}^{\varphi_{\max}} F(\varphi) e^{-j \frac{xn}{\alpha} \varphi} d\varphi. \quad (7)$$

Функция передачи дискретной связи, состоящей из $N = 2M + 1$ элементов, расположенных на расстоянии $t\Delta$ друг от друга, записывается следующим образом:

$$\Phi(\varphi) = \sum_{-M}^M I_n e^{j\varphi t n}, \quad (8)$$

где I_n — амплитуда возбуждения (коэффициент связи элемента с номером n).

Используя ортогональность функций $(2\pi)^{-0,5} e^{j\varphi t n}$ в интервале $(-\frac{\pi}{t}, \frac{\pi}{t})$, из (8) получаем

$$I_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{t}}^{\frac{\pi}{t}} \Phi(\varphi) e^{-j\varphi t n} d\varphi. \quad (9)$$

Если положить $\varphi_{\max} = \frac{\pi}{t}$, то

$$I_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\varphi_{\max}}^{\varphi_{\max}} \Phi(\varphi) e^{j\varphi t n} d\varphi \quad (10)$$

и полностью совпадает с (7) при условии $\frac{x}{\alpha} = t$ или $\frac{x}{n\Delta} = t$.

Таким образом, $I_n = f\left(\frac{\pi n \Delta}{\varphi_{\max}}\right)$, т. е. равенство $F(\varphi) = \Phi(\varphi)$ выполняется, если огибающей коэффициентов Фурье-функции является преобразование Фурье от $F(\varphi)$.

Для сильной связи указанная эквивалентность также существует и экспериментально подтверждена Миллером [7].

Условия физической реализуемости дискретной связи несколько отличаются от приведенных выше (5) и (6).

В этом случае в силу периодичности функции передачи (5) и (6) не выполняются и заменяются менее жестким условием ограниченности функции распределения связи

$$\max |f(x)| < \infty, \quad (11)$$

$$|x| < \frac{\alpha}{2}$$

откуда, используя равенство Парсеваля, легко получить следующее соотношение для функции передачи:

$$\max |\Phi(\varphi)| < \infty. \quad (12)$$

$$|\varphi| < \infty$$

Таким образом, в случае дискретной связи функция передачи принадлежит к классу $B_{\frac{\alpha}{2}}$ целых функций конечной степени $\frac{\alpha}{2}$. Класс $B_{\frac{\alpha}{2}}$, как более широкий, включает в себя класс $W_{\frac{\alpha}{2}}$ [20], т. е. в него входят функции передачи непрерывной и дискретной связи.

Поскольку в протяженных элементах непрерывной связи, как правило, возникает щелевая волна [18], что существенно усложняет практическое выполнение основанных на этом принципе устройств, в дальнейшем ограничимся рассмотрением дискретной связи.

Используя приведенные данные, можно сформулировать следующую задачу синтеза: на основе оптимальной функции передачи из класса целых функций конечной степени $B_{\frac{\alpha}{2}}$ построить функцию распределения

дискретной связи.

Под оптимальной будем понимать функцию, которая обеспечит минимальное отклонение от нуля в областях подавления (рис. 1—3) при заданных величинах переходного ослабления C и числа элементов связи N .

Наиболее полно поставленным условиям отвечают полиномы Чебышева [19], которые из всех многочленов степени n со старшим коэффициентом 1 имеют наименьшую точную верхнюю грань абсолютных значений на интервале $(-1, 1)$.

Рассмотрим процесс нахождения оптимальных функций распределения дискретной связи по функциям передачи рис. 1—3.

Для наших целей выражение (8) удобнее записать в следующем виде:

$$\Phi(\varphi) = I_0(1 - \delta) + 2 \sum_{n=1}^M I_n \cos(2n - \delta)\varphi_1, \quad (13)$$

где $\varphi = \begin{cases} \frac{\Delta}{2}(\gamma_2 - \gamma_1) & \text{для волны, идущей вправо;} \\ \frac{\Delta}{2}(\gamma_2 + \gamma_1) & \text{для волны, идущей влево;} \end{cases}$

Δ — расстояние между элементами связи;

γ_2, γ_1 — постоянные распространения волн вторичного и основного волноводов;

N — число элементов связи;

при этом $M = \frac{N-1}{2}$; $\delta = 0$, если N — нечетное;

$M = \frac{N}{2}$; $\delta = 1$, если N — четное.

Выражение (13) определяет вещественную и симметричную функцию передачи.

Для модового селектора, функция передачи которого показана на рис. 1, при выделении волны основного типа справедливо соотношение $\varphi_2 = \varphi_1$, т. е. областью подавления является весь отрезок $[\varphi_1, \varphi_2]$. Учитывая вещественность функции передачи, получаем значение периода (13) равным π .

Преобразование $\zeta = \cos \varphi$ переводит точки оси φ в соответствующие точки оси ζ . При этом выражение для функции передачи принимает следующий вид:

$$\Phi(\varphi) = I_0(1 - \delta) + 2 \sum_{n=1}^M I_n T_{2n-\delta}(\zeta), \quad (14)$$

где T_M — полином Чебышева первого ряда степени M .

Мы получим реальную область связи, которая позволяет воспользоваться свойствами полиномов Чебышева и построить селектор с оптимальной функцией передачи, если возбуждение элементов I_n выбрать в соответствии с коэффициентами полинома Чебышева степени $2M - \delta$:

$$\Phi(\zeta) = T_{2M-\delta}(p\zeta), \quad \text{где } p > 1. \quad (15)$$

Из сравнения выражений (14) и (15) можно получить искомые коэффициенты [17]:

$$I_n = \frac{1}{2} \sum_{s=n}^M (-1)^{M-s} \frac{2M-\delta}{M+s-\delta} C_{M+s-\delta}^{M-s} C_{2s-\delta}^{s-n} p^{2s-\delta}, \quad (16)$$

где $n = \delta, 1, 2, \dots, M$;

C_M^n — сочетания из M элементов по n .

Значение коэффициента p определяется заданной избирательностью Z и числом элементов N

$$p = \text{Ch} \frac{\text{arch } Z}{N-1}. \quad (17)$$

Рассмотрим поведение оптимальной функции передачи (15) при изменении расстояния между элементами связи.

Как видно из рис. 1, ширина полосы подавления не может превосходить величину $\pi - 2\varphi_1$, при этом максимальное расстояние между элементами связи удовлетворяет соотношению

$$\Delta = \frac{2\pi}{(\gamma - \gamma)_{\min} + (\gamma + \gamma)_{\max}}. \quad (18)$$

При увеличении расстояния между элементами связи, в полосе подавления возникает интерференционный максимум, нарушающий работу устройства.

Уменьшение величины Δ по сравнению с определяемой выражением (18) приводит к возрастанию значения производной функции передачи в области $[0, \varphi_1]$.

Поскольку (15) является целой функцией конечной степени, величину ее производной можно связать со значением самой функции. Для любой функции из $B_{\frac{\alpha}{2}}$ справедливо неравенство

$$\max_{|\varphi| < \infty} |\Phi'(\varphi)| \leq \frac{\alpha}{2} \max_{|\varphi| < \infty} |\Phi(\varphi)|, \quad (19)$$

которое было получено Бернштейном.

При стремлении $\varphi_1 \rightarrow 0$ величина $\max |\Phi'(\varphi)| \rightarrow \infty$, что с учетом (19) противоречит определению (12) класса $B_{\frac{\alpha}{2}}$ целых функций конеч-

ной степени $\frac{\alpha}{2}$. Таким образом, реализуемые функции передачи не могут иметь чрезмерно малое значение φ_1 и, следовательно, Δ .

Помимо того, если расстояние между элементами связи меньше величины, определяемой (18), отрезок $[\varphi_2, \pi - \varphi_1]$ оказывается нерабочим. Однако функция передачи на этом отрезке принимает нулевые значения. В соответствии с известной теоремой [14], полином с коэффициентом при старшем члене, равном единице, наименее уклоняющийся от нуля на отрезке $[\varphi_1, \varphi_2]$, не имеет нулей вне этого интервала. Таким образом, условие оптимальности в этом случае нарушается.

Очевидно, оптимальное расстояние между элементами связи показано формулой (18).

При выделении ряда высших типов колебаний, а также при селекции без уравнивания фазовых скоростей волн в каналах справедливо соотношение $\varphi_2 < \bar{\varphi}_1$, т. е. участок $[\varphi_2, \bar{\varphi}_1]$ окажется нерабочим (рис. 3). В этом случае оптимальное распределение можно получить с помощью полиномов Ахиезера — Чебышева [20], которые дают минимальное среди полиномов данной степени с коэффициентом при старшем члене, равном единице, отклонение от нуля одновременно на двух отрезках.

Установим следующее соотношение между границами нерабочего участка:

$$\varphi_2 + \bar{\varphi}_1 = \pi. \tag{20}$$

Преобразование $\zeta = \cos \varphi$ переводит отрезки $[0, \varphi_2]$ и $[\bar{\varphi}_1, \pi]$ оси φ в интервалы $[a, 1]$ и $[-a, -1]$ оси ζ , причем $\cos \varphi_2 = -\cos \bar{\varphi}_1 = a$.

Используя замену $t^2(1 - a^2) = \zeta - a^2$, преобразуем отрезки $[-1, -a]$ и $[a, 1]$ в непрерывный промежуток $[-1, 1]$ оси t .

Для нечетного числа элементов связи полином Ахиезера — Чебышева $A_{2M}(t^2, a)$ выражается через полином Чебышева:

$$A_{2M}(t^2, a) = T_{2M}\left(\frac{\varepsilon^2 - a^2}{1 - a^2}\right). \tag{21}$$

Вводя в (21) масштабный множитель p , получаем

$$\Phi(\zeta) = T_{2M}\left(p \sqrt{\frac{\varepsilon^2 - a^2}{1 - a^2}}\right). \tag{22}$$

Аналогично (16) из сравнения (14) и (22) легко получить искомые коэффициенты передачи I_n , которые представляются в замкнутом виде [17]:

$$I_n = M \sum_{s=n}^M (-1)^{M-s} C_{2s}^{s-n} \sum_{k=0}^{M-s} \frac{(2a)^{2k}}{M+s+k} C_{s+k}^k C_{M+k+s}^{M-k-s} \frac{p^{2s+2k}}{(1-a^2)^{s+k}}. \tag{23}$$

Значение масштабного множителя определяется степенью полинома $2M$ и величиной избирательности

$$p = \operatorname{ch} \frac{\operatorname{arch} z}{2M}. \tag{24}$$

Из (23) легко заметить, что коэффициенты передачи отдельных элементов могут быть отрицательными. Эта особенность полиномов Ахиезера — Чебышева в ряде случаев существенно усложняет практическую реализацию полученной функции распределения. Однако при определенных условиях все коэффициенты полинома оказываются положительными

$$\Delta \geq \Delta_{\min} = \frac{\pi - \arccos\left(\frac{p^2 - 1}{2p^2 - 1}\right)^{\frac{1}{2}}}{(\gamma + \gamma)_{\min}}. \tag{25}$$

Если в (25) выбирается знак равенства, все коэффициенты (23), имеющие номер $M - 2k - 1$ ($k = 0, 1, 2, \dots, M - 1$), обращаются в нуль. В этом случае расстояние между оставшимися элементами удваивается.

При четном числе элементов связи полином Ахиезера — Чебышева имеет нечетную степень; решение $\Phi(\zeta)$ выражается через эллиптические функции и расчет коэффициентов передачи существенно усложняется.

Нули полинома Чебышева степени $2M$ даются выражением

$$R_i = \cos(2i - 1) \frac{\pi}{4M}, \quad i = 1, 2, \dots, 2M.$$

Первый нуль, определяющий полосу пропускания селектора, для (15) имеет следующее значение:

$$\zeta_1^T = \frac{1}{\rho} \cos \frac{\pi}{4M}. \quad (26)$$

Ширина полосы пропускания модового селектора с функцией передачи Ахиезера — Чебышева (22), находим аналогично

$$\zeta_1^A = \frac{1}{\rho} \sqrt{1 + a^2 \left[\frac{\rho^2}{\cos \frac{\pi}{4M}} - 1 \right]}. \quad (27)$$

Из сравнения выражений (26) и (27) следует очевидное неравенство $\zeta_1^A > \zeta_1^T$ или $\varphi_1^A < \varphi_1^T$ при $a \neq 0$, т. е. полином Ахиезера — Чебышева за счет исключения «нерабочего» участка $[\varphi_2, \varphi_1]$ позволяет уменьшить полосу пропускания селектора при неизменном числе элементов связи и фиксированном расстоянии между ними.

Если поставленной задачей не диктуется необходимость сужения полосы пропускания, то с помощью полиномов Ахиезера — Чебышева достигается увеличение избирательности селектора. Так, максимальное отклонение от нуля нормированного полинома Чебышева степени $2M$ равно 2^{1-2M} . для аналогичного полинома Ахиезера — Чебышева эта же величина имеет значение $2^{1-2M} (1 - a^2)^M$. Следовательно, выигрыш по избирательности $(1 - a^2)^{-M}$.

Квазиоптимальный синтез функции передачи (рис. 2) рассмотрен в работе [13]. Вопросам оптимизации функции связи будет посвящена вторая часть данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. I. S. Butterwarth und others Over-moded rectangular waveguide for high-power transmission. Proc. IEE, v. 110, № 5, May, 1963.
2. A. L. Cullen and others. Further considerations of overmoded rectangular waveguide for high-power transmission. Proc. IEE, v. 112, N 7, July, 1965.
3. А. Д. Олейников. Экспериментальные методы исследования параметров многоволновых волноводов, предназначенных для линий связи. Автореф. канд. дисс., Москва, 1970.
4. Е. Г. Билык, В. Ю. Лейкин. Измерение переходного ослабления направленных ответвителей на волнах высших типов. «Вопросы радиоэлектроники, серия радиоизмерительная техника», вып. 2, 1970.
5. J. A. Taub. New technigue for multimode power meassurement. IRE trans. on MTT, November, 1962.
6. D. S. Zewinson, F. A. Rubinstein. Techniguel for measuring individual modes propogating in over moded waveguide. IEEE trans. on MTT, v. MTT—14, N 7, July, 1966.
7. S. E. Miller. Coupled wave theory and waveguide applications. Bell Syst. Techn. J. 33 (3) May, 1954.
8. М. В. Персиков. Направленный ответвитель для волны в волноводе круглого сечения. «Радиотехника и электроника», 1957, № 1.
9. В. В. Мериакри. Избирательные индикаторы для измерения отношения мощности волн различных типов в многоволновом волноводе. «Электронная техника», 1, 6, 1967.
10. В. В. Мериакри. Многоволновый перестраиваемый ответвитель, «Приборы и техника эксперимента», 1966, № 2.
11. D. Y. Lewis. Mode Couplers and multimode measurement technigues. IRE trans. on MTT, January, 1959.
12. С. С. Фел, А. Л. Молчанов. Применение ответвителей, селективных по типам волн, для измерения мощности третьей гармоники в волноводе. «Вопросы радиоэлектроники, серия радиоизмерительная техника», вып. 4, 1963.
13. В. Ю. Лейкин. Синтез измерительных ответвляющих устройств. «Вопросы радиоэлектроники, серия радиоизмерительная техника», вып. 4, 1970.

14. Б. М. Минкович, В. П. Яковлев. Теория синтеза антенн. Изд-во «Советское радио», 1969.
15. Н. Винер, Р. Пэли. Преобразование Фурье в комплексной области. Изд-во «Наука», 1964.
16. A. K s i e r s k i. Equivalence between continuaes and descrete radiation arrays. *Canad. Journ. Phys.* v. 39, February, 1961.
17. Я. И. Хургин, В. П. Яковлев. Методы теории целых функций в радиофизике, теории связи и оптике. Физматгиз, 1962.
18. А. М. Модель. Распространение электромагнитных волн в двух связанных волноводах различных сечений. «Радиотехника», 25, 3, 1966.
19. Е. Я. Ремез. Основы численных методов Чебышевского приближения. Изд-во «Наукова думка», 1969.
20. Н. И. Ахизер. Лекции по теории аппроксимации. Изд-во «Наука», 1965.