

РАСЧЕТ КРИТИЧЕСКИХ ЧАСТОТ ВЫСШИХ ТИПОВ ВОЛН
ЭКРАНИРОВАННОЙ СИММЕТРИЧНОЙ ПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ

Л. И. Белоусова, Л. П. Сальникова

Харьков

Экранированные полосковые линии широко применяются в технике сверхвысоких частот. Рабочей волной в таких линиях является ТЕМ-волна, характеристики которой достаточно хорошо исследованы.

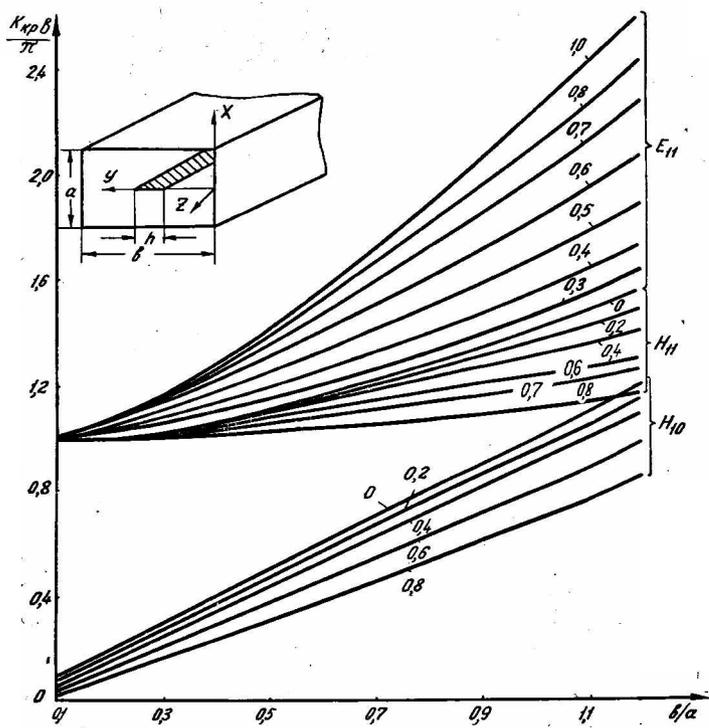


Рис. 1.

В последнее время значительное внимание уделяется также изучению характеристик волн высших типов. В связи с этим представляет интерес выполненный в настоящей работе в строгой постановке анализ ТМ(Е)-, ТЕ(Н)-волн, распространяющихся в экранированной симметричной полосковой линии.

Рассматриваемая структура представлена на рис. 1. Предполагается, что экран и полоска выполнены из идеального проводника и среда внутри структуры обладает $\epsilon = \mu = 1$. Структура однородна в направлении оси z, поэтому ее собственными волнами являются волны, имеющие различную

поляризацию в указанном направлении. Представляя искомое поле какой-либо из собственных волн в виде бесконечного набора частных решений волнового уравнения, отвечающих одному и тому же типу волны и одному и тому же поперечному волновому числу, запишем отличную от нуля z -компоненту поля

$$\left. \begin{matrix} E_z \\ H_z \end{matrix} \right\} = e^{ihz} \sum_{-\infty}^{\infty} B_n [e^{i\gamma_n |x|} \mp e^{i\gamma_n (a-|x|)}] e^{i\beta_n y}, \quad (1)$$

где

$$\beta_n = \frac{\pi n}{b}, \quad B_n = \mp B_{-n}, \quad B_0 = 0 \text{ для } E\text{-волн; } \gamma_0 = \sqrt{k^2 - h^2};$$

$$\gamma_n = \sqrt{\gamma_0^2 - n^2}, \quad (2)$$

причем считаем, что $\text{Re } \gamma_n > 0$, если $\text{Re } \gamma_n = 0$, то $\text{Im } \gamma_n > 0$. Верхний знак здесь и далее относится к E -волнам, нижний — к H -волнам.

Удовлетворяя точным граничным условиям в плоскости раздела, получаем систему функциональных уравнений относительно неизвестных амплитуд пространственных гармоник. Она сводится к неоднородной задаче сопряжения, в результате решения которой получаем бесконечную систему линейных однородных алгебраических уравнений

$$\sum_n x_n \{ \varepsilon_n [W_m^n \mp W_m^{-n}] - f_0^m - \delta_{mn} \} = 0; \quad (3)$$

($n, m = 1, 2, 3, \dots$ для E -волн; $n, m = 0, 1, 2, 3, \dots$ H -волн), где неизвестные x_n пропорциональны B_n ;

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 0, & m \neq n; \\ 1, & m = n; \end{cases} \quad f_0^m = 0 \text{ для } E\text{-волн;}$$

$$f_0^m = \frac{R_{m-1}}{R_{[\sigma]}^{-1}}; \quad f_0^0 = \frac{R_{[\sigma]}^{-1}}{R_{[\sigma]}} \text{ для } H\text{-волн;} \quad (4)$$

$$\varepsilon_n = \begin{cases} -\frac{i\gamma_0 b}{\pi} \frac{1 - e^{i\gamma_0 a}}{1 + e^{i\gamma_0 a}}, & n = 0; \\ 1 + \frac{i\gamma_n b}{\pi n} \left[\frac{1 + e^{i\gamma_n a}}{1 - e^{i\gamma_n a}} \right]^{\pm 1}, & n \neq 0; \end{cases} \quad (5)$$

$$W_0^n = V_{[\sigma]}^n - 2R_{[\sigma]}^0 V_0^n - \frac{R_{[\sigma]}^{-1}}{R_{[\sigma]}} \{ W_{[\sigma]}^n - 2R_{[\sigma]}^0 V_0^n \}; \quad (6)$$

$$W_m^n = V_m^n - 2R_m V_0^n - \frac{R_{m-1}}{R_{[\sigma]}^{-1}} \{ W_{[\sigma]}^n - 2R_{[\sigma]}^0 V_0^n \}. \quad (7)$$

Функции $V_m^n, V_{[\sigma]}^n, W_{[\sigma]}^n, R_m, R_{[\sigma]}^k, \tilde{R}_{[\sigma]}^k$ выражаются через полиномы Q_n по формулам, определенным в работе [1], а полиномы Q_n принимают в данном случае вид

$$Q_{2k+1} = 0$$

$$Q_{2k} = \sum_{l=0}^{2k} (-1)^{l-2k+1} \sum_{r=0}^l \frac{A_{l-r} A_{l-2k-l-r-1} (4k-4r-1)}{A_{2k-r-1} \cdot (4k-2r-1)} \cdot P_{2k-2r-1}(v), \quad (8)$$

где $A_r = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot r}{r!}$, $P_r(v)$ — полином Лежандра, $v = -\sin \frac{\pi h}{2b}$.

Полученная система (3) является хорошо сходящейся. Легко показать что элементы определителя ведут себя как $c/n^{3/2}$, где c -константа, зависящая только от параметров структуры.

Приравнивая нулю определитель системы, получаем точное характеристическое уравнение для критических частот волн, распространяющихся в экранированной полосковой линии:

$$\text{Det} \{ \epsilon_n [W_m^n \mp W_m^{-n}] - f_0^m - \delta_{mn} \} = 0. \quad (9)$$

В приближении $\frac{pb}{a} \ll 1$ из (9) следуют сравнительно простые выражения для H_{p0} -волн

$$\frac{\gamma_0 b}{\pi} \text{tg} \gamma_0 \frac{a}{2} = - \frac{1}{2 \ln \sin \frac{\pi h}{2b}}; \quad (10)$$

для H_{p1} -волн

$$\frac{\gamma_1 b}{\pi} \text{tg} \gamma_1 \frac{a}{2} = \text{tg}^2 \frac{\pi h}{2b}; \quad (11)$$

для E_{p2} -волн

$$\frac{\pi}{\gamma_2 b} \text{ctg} \gamma_2 \frac{a}{2} = - \frac{1}{4} \text{tg}^2 \frac{\pi h}{2b} \sec^2 \frac{\pi h}{2b}; \quad (12)$$

для E_{p1} -волн

$$\frac{\pi}{\gamma_1 b} \text{ctg} \gamma_1 \frac{a}{2} = 1 - \frac{1}{\cos^2 \frac{\pi h}{2b} + f(k, \theta_1)}, \quad (13)$$

где

$$f(k, \theta_1) = \frac{2E(k, \theta_1) - \left(2 - \sin^2 \frac{\pi h}{2b}\right) F(k, \theta_1) - k \arcsin \left(k \sin \frac{\pi h}{2b}\right) + 2\theta_1 k^3}{k^4 F(k, \theta_1)}; \quad (14)$$

$k = \sqrt{1 - v^2}$; $\theta_1 = \pi d/b$; $E(k, \theta_1)$, $F(k, \theta_1)$ — эллиптические интегралы.

Классификация волн произведена таким образом, что первый индекс волны соответствует числу вариаций поля в волноводе вдоль оси x , второй индекс — вдоль оси y .

Сравнение (10)–(13) с точным решением (9) показывает, что приближенными формулами можно пользоваться для расчета критических частот при $\frac{pb}{a} < 0,3$.

На рис. 1 представлены полученные из (9) зависимости критических частот волн H_{10} , H_{11} , E_{11} от b/a при различной ширине полоски (на кривых указаны значения параметра h/b). На волны $E_{2p, m}$, $H_{2p, m}$ внутренний проводник не оказывает влияния.

Из приведенных кривых видно, что критические частоты E -волн возрастают, H -волн уменьшаются по мере увеличения параметра h/b . При $h/b < 0,2$ (узкие полоски) H -волны испытывают слабое возмущение, а E -волны возмущаются сильно. В диапазоне $0,2b < h < 0,7b$ E и H -волны оказываются почти одинаково чувствительными к изменениям параметра h/b . Последующее увеличение ширины внутреннего проводника вызывает существенное изменение критических частот H -волн, но практически не влияет на E -волны.

Различие в поведении волн электрического и магнитного типов объясняется различием структуры их полей. E -волны обладают z -составляющей электрического поля, способной возбудить сильные продольные токи даже в сравнительно узкой полоске. Возмущение волны полоской является результатом взаимодействия поля волны с полем этих токов. При значительной ширине полоски продольные токи в ней настолько сильны, что создаваемое ими поле оказывается практически таким же, как в сплошной металлической перегородке.

H -волны имеют лишь y -составляющую электрического поля в плоскости $x = 0$, возбуждающую поперечные токи в ленте. При малой ширине полоски токи очень слабы и не могут оказать существенного влияния на поле волны. С увеличением ширины полоски возрастает и возмущение волны.

Таким образом, характеристики E -волн оказываются критичными к изменению параметра h/b в диапазоне $0 < h < 0,7b$, характеристики H -волн — в диапазоне $0,2b < h < b$.

При $h = 0$ собственные волны структуры переходят в соответствующие волны регулярного волновода размерами $a \times b$, при $h = b$ в собственные волны волновода размерами $\frac{a}{2} \times b$. Исключение составляет H_{10} -волна, которая при $h = b$ перестает существовать.

Наибольшая полоса пропускания соответствует случаю, когда критическая частота H_{10} -волны равна критической частоте H_{01} -волны. Параметры структуры, при которых это происходит, представлены на рис. 2.

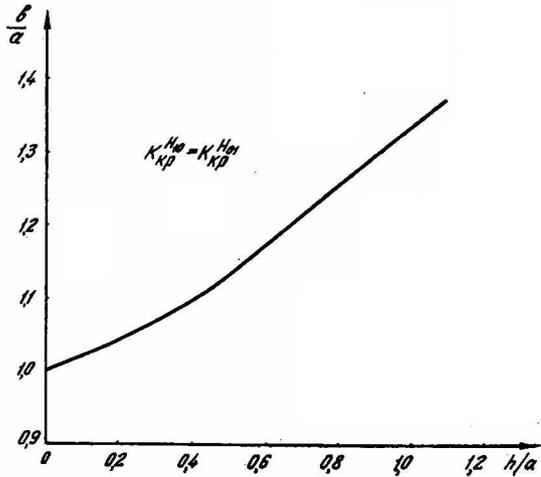


Рис. 2.

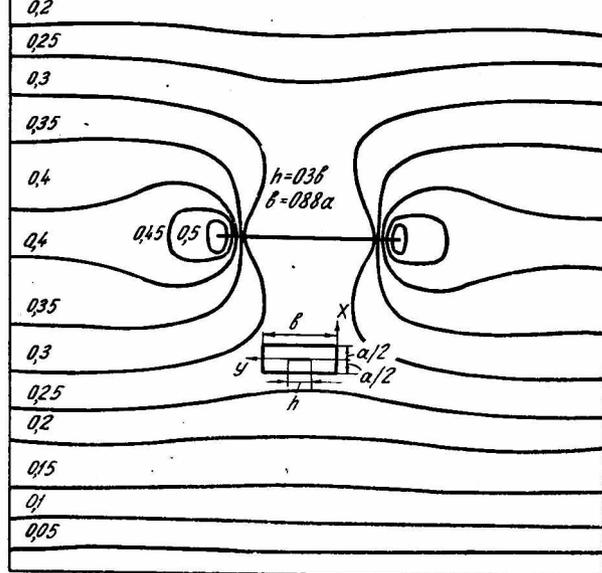


Рис. 3.

Для волны H_{10} была рассчитана и построена картина линий равных амплитуд электрического поля в плоскости $z = \text{const}$, при $b = 0,88a$, $h = 0,3b$ (рис. 3). Как следует из (1), относительное распределение амплитуд электрического поля не зависит от частоты и координаты z . При расчетах в выражении (1) учитывалось 14 пространственных гармоник.

Для H_{10} -волны обычного прямоугольного волновода, имеющей отличную от нуля только y -компоненту поля, линии равных амплитуд электрического поля образуют семейство прямых $x = \text{const}$, сгущающихся к боковым стенкам волновода. Введение полоски существенно изменяет структуру поля. У электрической составляющей поля наряду с E_y

появляется и E_x -компонента, в результате чего ни на одной стенке волновода электрическое поле не обращается строго в нуль. Заметим, однако, что основная (нулевая) пространственная гармоника, описывающая поле H_{10} -волны в отсутствие внутреннего проводника, при любой величине h/b обладает лишь y -компонентой электрического поля, отличной от нуля. Высшие гармоники, имеющие E_y и E_x составляющие, существенно влияют на картину поля только вблизи полоски.

При расчетах было установлено, что по мере приближения к ребру сходимость рядов, определяющих $|E|$, ухудшается, что указывает на существование особенности поля вблизи ребра. Как известно [2], нормальные компоненты поля имеют особенность на ребре порядка $\rho^{-1/2}$, где ρ — расстояние до ребра.

Как видно из рис. 3, при ширине полоски $\sim 1/3$ основания волновода структура поля возмущается в области $|x| < \frac{a}{3}$. Линии равных амплитуд электрического поля в этой области стягиваются к полоске и часть из них на ней оканчивается. Линиями равных фаз электрического поля являются линии $z = \text{const}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Н. Литвиненко, В. П. Шестопапов. Численные методы решения задач математической физики. Изд-во «Наука», 1966.
2. Х. Хенл, А. Мауэ, К. Вестпфаль. Теория дифракции. Изд-во «Мир», 1964.