ИССЛЕДОВАНИЕ ДИСПЕРСИИ И АМПЛИТУДНОГО СПЕКТРА ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ГАРМОНИК РАЗНОРЕЗОНАТОРНОЙ ГРЕБЕНЧАТОЙ ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

Н. Н. Жданов, В. В. Старостенко

Харьков

Разнорезонаторные гребенчатые замедляющие системы широко применяются в магнетронах сантиметрового и миллиметрового диапазонов длин волн [1, 2, 3].

Дисперсия таких систем рассмотрена в ряде работ [1, 2]; исследования в данных работах проводятся с помощью приближенных методов (эквивалентных схем и длинных линий).

В настоящей статье электродинамическим методом решается задача о распространении электромагнитных волн в двухступенчатой по пространству резонаторов бесконечно широкой гребенчатой системе, исследуется влияние различных геометрических параметров на дисперсию и амплитудный спектр пространственных гармоник в первой и второй (рабочей) полосах пропускания. Результаты расчета характеристик систем с различными параметрами могут быть использованы при расчете и конструировании приборов СВЧ, использующих данный тип замедляющей системы.

Основные соотношения

Если предположить, что амплитуды полей не зависят от времени, задача о распространении электромагнитных волн в двухступенчатой по пространству резонаторов бесконечно широкой гребенке сводится к решению плоской краевой задачи о нахождении собственных значений волнового уравнения

$$\Delta f + k^2 f = 0 \qquad (1)$$

при заданных граничных условиях. Так как LM-волны являются коротковолновыми [4], ограничимся анализом характеристик только LE-волн. С учетом теоремы Флоке [5] для получения расчетных соотношений достаточно рассмотреть один период замедляющей системы, который разбивается на частичные области:

1 — область пространства взаимодействия, *2* и *3* — области пространства резонаторов. Электромагнитное поле в каждой из областей полностью определяется заданием Π^i_{my} составляющей вектора Герца (i — номер области) в пространстве взаимодействия:

$$\Pi^1_{my} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m \frac{\operatorname{ch} \gamma_m (x+d)}{\gamma_m \operatorname{sh} \gamma_m d} e^{j\beta_m z}, \qquad (2)$$

где $k^2 = \beta^2_m - \gamma^2_m$;

$\beta_m = \beta_0 + \frac{\pi m}{L}$;

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ (λ — длина волны в свободном пространстве);

в области резонаторов

$$\Pi^2_{my} = \sum_{p=0}^{\infty} b_p \frac{\cos \omega_p (h_1 - x)}{\omega_p \sin \omega_p h_1} \cos \frac{\pi p}{2l} \left[z - \left(\frac{L}{2} - l \right) \right]; \qquad (3)$$

$$\Pi^3_{my} = \sum_{q=0}^{\infty} c_q \frac{\cos \omega_q (h_2 - x)}{\omega_q \sin \omega_q h_2} \cos \frac{\pi q}{2l} \left[z - \left(\frac{L}{2} + l \right) \right], \qquad (4)$$

где $\omega_q = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi p}{2l} \right)^2}$;

$\omega_p = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi q}{2l} \right)^2}$, $\quad p, q = 0, 1, 2 \ldots .$

Геометрические размеры, входящие в выражения (2) — (4), **ясны из** рис. 1. Поля записаны для случая, когда $\partial / \partial y = 0$.

Сравнивая тангенциальные составляющие электромагнитного поля на границе областей ($x = 0$) и используя метод Фурье [6], получаем дисперсионное уравнение

$$a_s = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \alpha_{sm}\, a_m; \tag{5}$$

где $$s = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots,$$

$$\alpha_{sm} = j^{m-s}\frac{\operatorname{cth}\gamma_m d}{\gamma_m}\left\{\sum_{p=0}^{\infty}\omega_p \operatorname{tg}\omega_p h_1 F_p^s F_p^m + \delta_{ms}\sum_{q=0}^{\infty}\omega_q \operatorname{tg}\omega_q h_2 F_q^s F_q^m\right\};$$

$$F_n^s \cdot F_n^m = \frac{8\cdot(-1)^{n+1}\beta_s\beta_m l^3}{(\pi n + 2l\beta_s)(\pi n - 2\beta_m l)}\left(\frac{\sin\frac{\pi n - 2\beta_s l}{2}}{\frac{\pi n - 2\beta_s l}{2}}\right)\cdot\left(\frac{\sin\frac{\pi n + 2\beta_m l}{2}}{\frac{\pi n + 2\beta_m l}{2}}\right);$$

$$n = p,\ q;$$

$$\delta_n = \begin{cases} 2 \text{ при } n = 0; \\ 1 \text{ при } n \neq 0; \end{cases} \qquad \delta_{ms} = \begin{cases} 1 \text{ при } m = s; \\ -1 \text{ при } m \neq s. \end{cases}$$

Метод получения дисперсионного уравнения разнорезонаторной гребенчатой замедляющей системы такой же, как и в работе [7], поэтому без доказательства можно считать, что система бесконечных алгебраических трансцендентных уравнений (5) принадлежит к классу вполне регулярных систем. Это позволяет воспользоваться методом редукции [8] для нахождения собственных значений волнового уравнения.

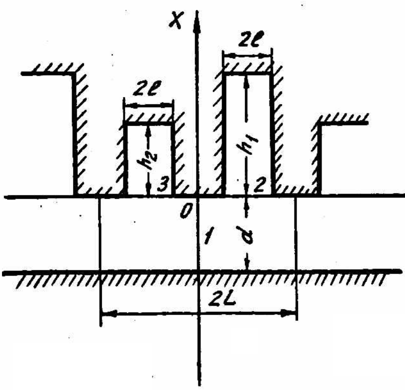

Рис. 1. Разнорезонаторная гребенчатая замедляющая система (d — высота пространства взаимодействия; h_1 и h_2 — глубина резонаторов; $2l$ — ширина резонаторов; $2L$ — период).

Приведем расчетные формулы.

Дисперсионное уравнение

$$\operatorname{Det}\{\alpha_{ms}^1\} = 0, \tag{6}$$

где $\alpha_{ss}^1 = \alpha_{ss} - 1;\quad \alpha_{ms}^1 = \alpha_{ms}.$

Соотношение для вычисления относительных величин амплитуд пространственных гармоник

$$\frac{a_m}{a_0} = \frac{\Delta_m^1}{\Delta_{00}}, \tag{7}$$

где Δ_{00} — минор определителя (6),

Δ_m^1 — минор определителя (6), в котором m-й столбец заменяется $\alpha_{0\,m}^1$.

Исследование влияния геометрических параметров на дисперсию системы

Бесконечная система уравнений (5) решалась методом редукции. В пространстве взаимодействия учитывалось десять пространственных гармоник, а в области резонаторов — десять собственных типов волн. Погрешность нахождения собственных чисел (k) оценивалась при сравнении расчетных значений с точными, которые были получены в работе [8] при $\varphi = \pi/2$ и $h_1 = h_2$ и составляла 0,8% для указанных значений параметров замедляющей системы. Расчет производился на ЭЦВММ-20.

На рис. 2 приводятся дисперсионные характеристики разнорезонаторной гребенки для различных значений параметра разнорезонаторности $r_1 = h_{max}/h_{min}$ (h_{max} и h_{min} — глубины резонаторов) в первой и второй полосах пропускания.

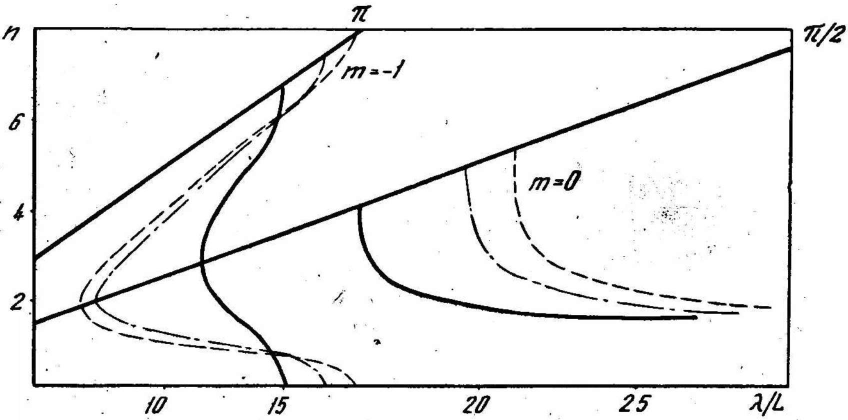

Рис. 2. Дисперсионные кривые разнорезонаторной гребенки для двух полос пропускания, рассчитанные для случая $h_1 + h_2 = \text{const}$ и различных значений параметра разнорезонаторности r_1 ($d = 1{,}0$).
(——— —$r_1 = 1{,}5$; ——— · ——— $r_1 = 2{,}0$; — — — $r_1 = 3{,}0$)

С увеличением параметра r_1 дисперсия первой полосы смещается в более длинноволновую область, причем рабочая полоса увеличивается.

О влиянии величины пространства взаимодействия на дисперсионные характеристики можно судить по графикам зависимости $\lambda\pi/L = f(d/L)$ ($\lambda\pi$ — длина волны при сдвиге фазы поля на период системы $\varphi = \pi$), которые приводятся на рис. 3. Если в первой полосе пропускания величина пространства взаимодействия практически не влияет на дисперсию системы, то в рабочей полосе это влияние довольно значительно.

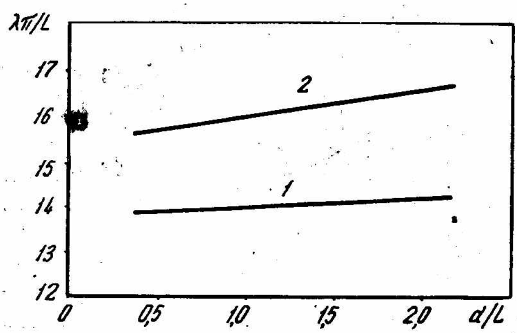

Рис. 3. Зависимость длины волны ($\lambda\pi/L$) от высоты пространства взаимодействия (d/L).
($1 — r_1 = 1{,}5$; $2 — r_1 = 3{,}0$)

Из графиков рис. 2, 3 видно, что при сдвиге фазы $\varphi = \pi$ длина волны растет линейно по мере увеличения пространства взаимодействия. Угол наклона прямых $\lambda\pi/L = f(d/L)$ зависит от r_1.

При увеличении параметра разнорезонаторности r_1 и величины пространства взаимодействия d разделение по частоте между π-видом колебания и соседним видом колебаний возрастает.

Исследование влияния параметров разнорезонаторной гребенки на амплитудный спектр пространственных гармоник

На рис. 4 представлен график зависимости $|a_m/a_0| = f(|\varphi_m|)$ в рабочей полосе пропускания. Амплитуды ± 1 гармоник намного превышают амплитуды остальных гармоник, что и является причиной их использования в приборах СВЧ. При $\varphi_0 \approx \pi/8$ быстрая волна переходит в медленную, амплитуда первой гармоники стремится к нулю, а относительные амплитуды высших пространственных гармоник $|a_m/a_0|$ для $\varphi_m \approx |\pi/8 + \pi m|$ стремятся к бесконечности.

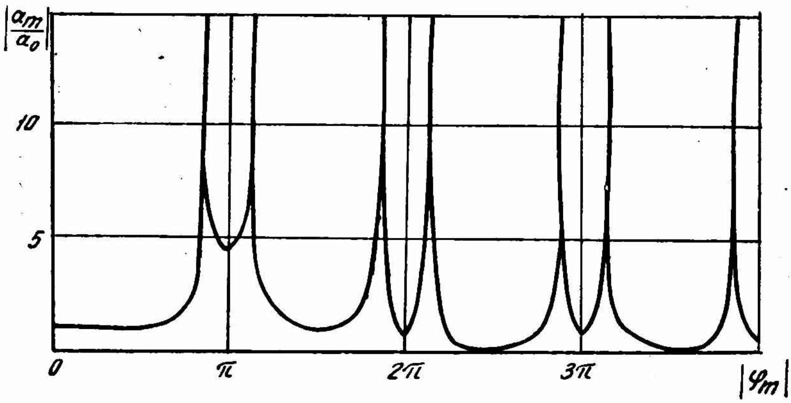

Рис. 4. Зависимость величины относительной амплитуды пространственных гармоник ($|a_m/a_0|$) от величины фазового сдвига ($|\varphi_m|$). ($d = 1{,}0$; $r_1 = 2{,}0$)

Амплитудный спектр гармоник первой полосы пропускания аналогичен спектру одноступенчатой системы, поэтому мы не будем его рассматривать подробно.

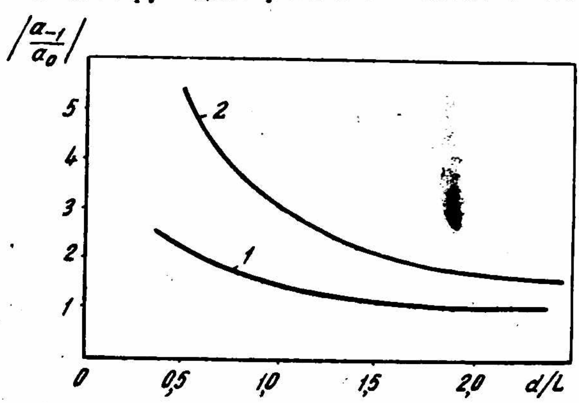

Рис. 5. Зависимость $|a_{-1}/a_0|$ от величины пространства взаимодействия (d/L). ($1 - r_1 = 3{,}0$; $2 - r_1 = 2{,}0$)

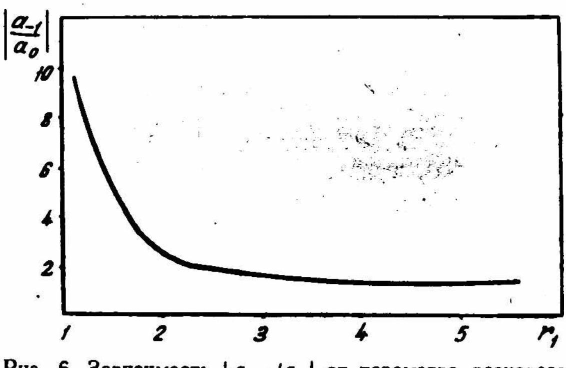

Рис. 6. Зависимость $|a_{-1}/a_0|$ от параметра разнорезонаторности r_1 ($d = 1{,}0$).

Поскольку рабочей гармоникой в двухступенчатой замедляющей системе является минус первая гармоника второй полосы пропускания, в дальнейшем будем рассматривать влияние геометрических параметров системы только на величину этой гармоники.

Зависимости $|a_{-1}/a_0|$ от величины пространства взаимодействия d для фиксированного значения r_1 представлены на рис. 5. При уменьшении величины пространства взаимодействия относительная амплитуда минус первой гармоники увеличивается и при $d \to 0$ стремится к бесконечности, что можно объяснить различной скоростью убывания амплитуд пространственных гармоник a_{-1} и a_0. Для $d/L > 2$ пространство взаимодействия практически не влияет на амплитуду минус первой гармоники.

На рис. 6 приводится график зависимости $|a_{-1}/a_0|$ от величины параметра разнорезонаторности r_1. Относительная величина амплитуды минус первой гармоники с ростом r_1 уменьшается и стремится к определенному пределу: $\left|\frac{a_{-1}}{a_0}\right| \to 1$ при $r_1 \to \infty$, $\left|\frac{a_{-1}}{a_0}\right| \to \infty$ при $r_1 \to 1$, что обусловлено стремлением a_0 к нулю.

Результаты численного счета, приведенные на рис. 2—6, показывают, что наибольшее влияние на характеристики разнорезонаторной гребенчатой замедляющей системы оказывает параметр разнорезонаторности r_1.

При $r_1 > 2$ разделение по частоте между π-видом колебания и соседним видом достаточно велико, но амплитуда минус первой гармоники мала. Однако при $r_1 < 2$ разделение по частоте невелико, но величина рабочей амплитуды значительна. Это обусловливает компромиссный характер выбора параметра разнорезонаторности при конструировании приборов СВЧ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Магнетроны сантиметрового диапазона, ч. I под ред. С. А. Зусмановского. Изд-во «Советское радио», 1950.
2. Р. А. Силин, В. П. Сазонов. Замедляющие системы. Изд-во «Советское радио», 1966.
3. В. Клеен. Введение в электронику сверхвысоких частот, ч. I. Изд-во «Советское радио», 1963.
4. Е. С. Коваленко, В. И. Шиманский. Синфазные волны в диафрагмированном волноводе прямоугольного сечения. «Изв. вузов СССР, Радиотехника», № 2, 1960.
5. Л. Бриллюэн, М. Пароди. Распространение волн в периодических структурах. Изд-во иностр. лит., 1959.
6. Е. С. Коваленко. Об одном методе расчета периодически нагруженных волноводов. «Изв. вузов, Радиотехника», т. 8, № 4, 1965.
7. Е. С. Коваленко. Теория волноводных ускорительных устройств электронных синхротронов. Томск, 1961.
8. Л. В. Канторович, В. И. Крылов. Приближенные методы высшего анализа. Гостехиздат, 1949.